



Mitigazione delle vibrazioni dell'armamento ferroviario su massicciata

Vibrations mitigation of the track equipment on ballast

Massimiliano BRUNER^(*)
Giuseppe Romolo CORAZZA^(**)
Gabriele MALAVASI^(**)

Sommario - La memoria propone una metodologia di individuazione delle caratteristiche elastiche del binario al fine di attenuare le azioni prodotte dal transito dei veicoli. Lo studio si basa sull'utilizzo di teorie di analisi consolidate e delinea le modalità di individuazione rapida delle caratteristiche strutturali, del comportamento cinematico e dinamico dell'armamento ferroviario nel campo di frequenze 30Hz÷80 Hz. Quindi il testo propone un caso applicativo della metodologia di determinazione delle azioni di mitigazione delle vibrazioni indotte da transito ferroviario, i cui risultati sono stati coadiuvati da misure sperimentali.

1. Introduzione

Lo studio propone una metodologia di individuazione delle caratteristiche elastiche del binario su massicciata al fine di attenuare le vibrazioni prodotte dal transito dei veicoli.

L'adozione di opportuni elementi elastici tra le componenti del binario potrebbe mitigare i fenomeni vibratori causati dal transito dei veicoli e gli effetti indotti sull'ambiente circostante alla sede ferroviaria.

La loro efficacia può essere valutata mediante un modello teorico, statico e dinamico, dell'armamento ferroviario. Tale metodologia, sebbene necessiti di ulteriori approfondimenti sperimentali, risulta di immediata applicazione e può fornire indicazioni utili in fase di progettazione o di interventi straordinari di manutenzione del binario.

2. Analisi bibliografica e metodologia di studio

Il tema della caratterizzazione cinematica e dinamica dell'armamento ferroviario, anche in un ambito relativa-

Summary - The paper proposes a method for identifying the elastic characteristics of the track in order to mitigate the actions produced by the transit of vehicles. The study is based on the use of consolidated analysis theories and outlines the methods of rapid identification of the structural characteristics, the kinematic and dynamic behaviour of permanent way equipment in the 30Hz÷80 Hz frequency range. Therefore the document proposes an application case of the methodology for determining the actions of mitigation of the vibrations induced by rail transit, the results of which have been supported by experimental measures.

1. Introduction

The study proposes a method for identifying the elastic characteristics of the track on ballast in order to mitigate the vibrations produced by the transit of vehicles.

The adoption of suitable elastic elements between the track components could mitigate the vibratory phenomena caused by the transit of vehicles and the effects induced on the environment surrounding the railway site.

Their effectiveness can be evaluated through a theoretical, static and dynamic model of the track equipment. While requiring further experimental investigations, this methodology is of immediate application and can provide useful information in the design or extraordinary track maintenance interventions phase.

2. Bibliographic analysis and study methodology

The topic of the kinematic and dynamic characterisation of the track equipment, even in a relatively limited area such as the one addressed here, is the subject of extremely vast and constantly evolving technical-scientific bibliography.

^(*) "Sapienza" Università di Roma - Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile ed Ambientale, Facoltà di Ingegneria Civile ed Industriale.

^(**) "Sapienza" Università di Roma - Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile ed Ambientale, Facoltà di Ingegneria Civile ed Industriale, Professore a r.

^(*) "Sapienza" University of Rome - Department of Civil, Construction and Environmental Engineering, Faculty of Civil and Industrial Engineering.

^(**) "Sapienza" University of Rome - Department of Civil, Construction and Environmental Engineering, Faculty of Civil and Industrial Engineering, Full Professor (retired).

mente limitato come quello qui affrontato, è oggetto di una bibliografia tecnico-scientifica molto vasta ed in continua evoluzione.

Alcuni lavori permettono di sintetizzare le conoscenze scientifiche e tecniche utili a fornire le basi di studio del problema. Le memorie proposte da ALIAS [1], ESVELD [2], LICHTBERGER [3] ed OLOFSSON [17] sono da considerarsi fondamentali per la definizione della progettazione, delle funzionalità e della manutenzione dell'armamento ferroviario. Il secondo ed il terzo sono stati pubblicati nel 2001 e nel 2003, ma in commercio sono presenti aggiornamenti recenti. L'ultimo testo, strutturato sulla base di singoli interventi tecnico-scientifici, è relativamente più recente (2009). Questi testi sono essenzialmente dei sunti critici, ed in alcuni casi ampliati, di diverse centinaia di memorie pubblicate nell'ultima metà del secolo passato: per tale motivo, in questo studio, la loro consultazione viene ritenuta fondamentale e può fornire la maggior parte degli elementi utili ad orientare una soluzione al problema e ad integrare nuovi sviluppi [15].

In [4], [9], [13] sono riportate analisi critiche della letteratura tecnica, che fanno emergere alcune linee fondamentali seguite in Francia ed in Germania per la progettazione e realizzazione di armamenti di tipo convenzionale e non convenzionale.

Già FASTENRATH [14] nel 1977, poi, più recentemente KNOTHE [5] nel 2001 ed infine le Norme UNI del 2011 [6] e del 2013 [10] affrontano specificatamente l'analisi teorica dell'armamento ferroviario; utile alla descrizione qualitativa del binario risulta il lavoro di BONO, FOCACCI e LANNI [7] del 1997.

Un riepilogo applicativo delle tecniche di analisi teorica delle vibrazioni, prodotte dall'armamento ferroviario su massicciata, è proposto da PEZZOLI [8].

Le fonti bibliografiche, cui è stato fatto riferimento nella presente memoria, indicano modi di interpretare teoricamente la cinematica e la dinamica del binario ferroviario [18], [19] offrendo spunti di calcolo per i parametri di interesse, per la valutazione dello stato funzionale. I relativi risultati, sebbene ottenuti in riferimento ad applicazioni specifiche, possono comunque essere considerati utili, ad esempio, nell'analisi dei processi di manutenzione [16].

Questa memoria, anche sulla base dei risultati apportati dai lavori di ACCATTATIS e di InterMetro [11], [12] propone una metodologia teorica di calcolo delle caratteristiche elastico-smorzanti della struttura dell'armamento ferroviario e ne fornisce una applicazione, indirizzata alla mitigazione delle relative vibrazioni causate dal transito dei treni.

L'applicazione della metodologia, esposta come caso di studio, è correlata a risultati di rilievi sperimentali, derivati da misure in linea e pubblicati in una tesi di Dottorato di Ricerca in Ingegneria dei Trasporti [20].

Some works allow synthesising the scientific and technical knowledge useful to provide the basis for studying the problem. The papers proposed by ALIAS [1], ESVELD [2], LICHTBERGER [3] and OLOFSSON [17] are to be considered fundamental for the definition of the design, functionality and maintenance of the track equipment. The second and third were published in 2001 and 2003, but there are recent updates on the market. The last text, structured on the basis of single technical-scientific interventions, is relatively more recent (2009). These texts are essentially critical summaries, and in some cases expanded, of several hundred essays published in the last half of the past century: for this reason their consultation in this study is considered fundamental and can provide most of the elements useful to orient a solution to the problem and to integrate new developments [15].

Several documents ([4], [9], [13]) report critical analyses of the technical literature, which reveal some fundamental lines followed in France and Germany for the design and construction of conventional and unconventional track equipment.

FASTENRATH [14] already in 1977, then, more recently KNOTHE [5] in 2001 and finally the UNI standards of 2011 [6] and 2013 [10] specifically address the theoretical analysis of the track equipment; the work of BONO, FOCACCI and LANNI [7] of 1997 is useful for the qualitative description of the track.

PEZZOLI [8] proposes an applicative summary of the techniques of theoretical analysis of the vibrations, produced by the railway permanent way on the ballast.

The bibliographic sources, to which reference has been made in this paper, indicate ways of theoretically interpreting the kinematics and dynamics of the railway track ([18], [19]) proposing calculation ideas for the parameters of interest, for the evaluation of the functional status. Although obtained with reference to specific applications, the relative results can however be considered useful, for example, in the analysis of maintenance processes [16].

Also on the basis of the results provided by the works of ACCATTATIS and InterMetro ([11], [12]), this paper proposes a theoretical methodology for calculating the elastic-damping characteristics of the track equipment structure and provides an application, addressing the mitigation of the relative vibrations caused by the transit of trains.

The application of the methodology, presented as a case study, is related to the results of experimental surveys, derived from on-line measurements and published in a PhD thesis in Transport Engineering [20].

3. Theoretical analysis: a track equipment model

3.1. Introduction

The bibliographic analysis has highlighted the possibility of mitigating the effects of the vibrations produced by the transit of railway vehicles by introducing elastic elements in the track equipment. The track equipment, in fact, as a

3. Analisi teorica: un modello di armamento ferroviario

3.1. Premessa

L'analisi bibliografica ha posto in luce la possibilità di mitigare gli effetti delle vibrazioni prodotte dal transito dei veicoli ferroviari mediante inserimento di elementi elastici nell'armamento. L'armamento ferroviario, infatti, come struttura composta di elementi inerziali, elastici e smorzanti, oltre a costituire la guida al veicolo, realizza una sorta di "filtro" alla propagazione delle vibrazioni all'ambiente limitrofo.

La cinematica e la dinamica verticale del binario possono essere definite in modo da contenere gli effetti conseguenti al passaggio del veicolo, introducendo, ad esempio, elementi elastico-smorzanti a vari livelli della struttura dell'armamento (tra la suola della rotaia e la piastra dell'attacco, tra questa ultima e la traversa, tra la traversa e la massicciata, tra la massicciata ed il sottofondo).

In particolare, le caratteristiche di rigidità e di smorzamento di un materassino elastomerico, posato sotto la massicciata, possono fornire la desiderata "funzione di filtro" alle vibrazioni indotte dal transito del veicolo. In assenza, queste possono propagarsi nell'ambiente circostante alla sede ferroviaria, determinando effetti di disturbo vibro-acustico. Risulta opportuno, allora, indagare preventivamente, anche in modo teorico, sulle possibilità offerte dalla suddetta soluzione tecnica, definendo il modello matematico del sistema vibrante dell'armamento, in modo sufficientemente rappresentativo della situazione reale.

La rigidità verticale del binario pur consentendo un adeguato supporto al transito del veicolo, deve mitigare (degradando in ampiezza e in frequenza) le azioni dinamiche impresse al sottofondo della via. Tale aspetto si evidenzia anche nei servizi ferroviari metropolitani interrati (con sede di esercizio in galleria) e specificatamente per quelle sollecitazioni, trasmesse dal veicolo alla via nel campo di frequenze alle quali il terreno, circostante la galleria, si rivela più permeabile.

A tale proposito è possibile riferirsi [4] a due differenti scuole di pensiero, per le quali l'impostazione teorica è riferita a tracciati ferroviari convenzionali e per alte velocità.

Le ferrovie francesi adottano una elasticità verticale della via che tenderebbe a minimizzare i sovraccarichi dinamici al contatto ruota-rotaia. Le ferrovie tedesche propongono un binario "molto rigido", con una elasticità verticale complessiva di armamento pari a circa 1/3 del valore fissato dalle ferrovie francesi: questa scelta dovrebbe portare a minimizzare gli oneri di manutenzione.

Le due soluzioni, ampiamente utilizzate soprattutto sulle linee ad alta velocità (AV), hanno tuttavia presentato risultati in esercizio non del tutto in linea con le previsioni. Infatti, in Francia, sulla linea AV Parigi-Lione, si è do-

structure composed of inertial, elastic and damping elements, creates a sort of "filter" for the propagation of vibrations to the neighbouring environment, in addition to constituting the guide to the vehicle.

The kinematic and vertical dynamics of the track can be defined in such a way as to limit the effects resulting from the transit of the vehicle, by introducing, for example, elastic-damping elements at various levels of the track structure (between the base of the rail and the bearing plate, between the latter and the sleeper, between the sleeper and the ballast, between the ballast and the foundation).

In particular, the stiffness and damping characteristics of an elastomeric mat, laid under the ballast, can provide the desired "filter function" to the vibrations induced by vehicle transit. Where they are lacking, these can propagate in the environment surrounding the railway site, causing vibro-acoustic disturbance effects. It is therefore appropriate to investigate beforehand the possibilities offered by the aforementioned technical solution, even theoretically, defining the mathematical model of the vibrating system of the permanent way, so that it is sufficiently representative of the real situation.

While allowing adequate support for the transit of the vehicle, the vertical stiffness of the track must mitigate the dynamic actions impressed on the foundation of the way (degrading in amplitude and frequency). This aspect is also evident in underground metropolitan railway services (operating in the tunnel) and specifically for those stresses transmitted from the vehicle to the way in the frequency range at which the ground, surrounding the tunnel, is more permeable.

In this regard reference can be made [4] to two different schools of thought, for which the theoretical approach refers to conventional and high-speed railway lines.

French railways adopt a vertical elasticity of the way which would tend to minimise the dynamic overloads at the wheel-rail contact. German railways propose a "very rigid" track, with an overall vertical track elasticity equal to about 1/3 of the value set by French railways: this choice should lead to minimising maintenance costs.

The two solutions, widely used especially on high-speed (HS) lines, nevertheless presented operating results not entirely in line with forecasts. In fact, in France, on the Paris-Lyon high-speed line, a rehabilitation of the embankment, equipped with twin-block concrete sleepers, had to be carried out, which began twenty years after it opened for business (1981). This activity would seem to have taken place 5-10 years earlier than the expected periods and would appear to depend on the decay of the stiffness characteristics of the ballast.

German choices had repercussions on the running quality of the high-speed trains (a broad discussion of the topic is developed by BONADERO [21]), on which high vibrations and consequently abnormally high dynamic oscillation of the forces transmitted to the route during transit of

vuto procedere ad un risanamento della massicciata, attrezzata con traverse biblocco, iniziato venti anni dopo l'apertura all'esercizio (1981). Questa attività sembrerebbe avvenuta con un anticipo di 5-10 anni rispetto ai periodi attesi e apparirebbe dipendere dal decadimento delle caratteristiche di rigidità della massicciata.

Le scelte tedesche hanno avuto ripercussioni sulla qualità di marcia dei treni AV (una ampia trattazione dell'argomento è sviluppata da BONADERO [21]), sui quali si sono manifestate elevate vibrazioni e conseguente oscillazione dinamica anormalmente elevata delle forze trasmesse alla via durante il transito del veicolo. In sostanza, come nel caso francese, ma per diverse condizioni strutturali (linea attrezzata con traverse monoblocco), tale sovrassollecitazione sulla massicciata avrebbe causato un rapido decadimento delle caratteristiche funzionali e geometriche del binario. Un tale fenomeno, sulla base dell'analisi bibliografica, può condurre allo sgretolamento del pietrisco e all'istaurarsi del fenomeno conosciuto come "effetto pompaggio" al transito del veicolo [2]. Per tale motivo, sulle linee AV più recenti, le ferrovie tedesche hanno adottato anche strutture "non convenzionali" su calcestruzzo, oppure si sono indirizzate all'aumento di spessore della massicciata. Infatti, come si evidenzia più avanti, in base al modello proposto da SUN e DHANASEKAR [15], un aumento dello spessore della massicciata del 50% (ad esempio passando da 0.30 m a 0.45 m), per le linee con armamento convenzionale, produrrebbe una riduzione della rigidità della massicciata di circa il 16%.

Quindi, la minor rigidità verticale complessiva di armamento, indicata dalla soluzione francese, sebbene possa condurre ad una riduzione degli intervalli temporali tra attività di manutenzione della via [3], non amplificherebbe quelle condizioni di disturbo vibrazionale verticale sul materiale rotabile, al contrario prodotte da una rigidità elevata.

Ne consegue, così come espresso da PRUD'HOMME [13], che una eventuale amplificazione delle caratteristiche verticali cinematiche del veicolo ferroviario in marcia apparirebbe correlabile alle eccitazioni indotte dai difetti della via oppure al quadrato della velocità di marcia [16] e non più alle caratteristiche elastico-smorzanti della struttura dell'armamento.

La letteratura viene in aiuto nell'interpretare la qualità funzionale della rigidità dell'armamento. Di fatto, le maggiori trattazioni sull'argomento sono concordi nell'ammettere validi i valori riportati da ESVELD [2], che ricalcando le indicazioni di PRUD'HOMME, trovano riscontro anche nei testi di LICHTBERGER (Tab. 1 e Tab. 2¹). Nelle tabelle sono riportate la rigidità volumetrica C_T , la rigidità con-

the vehicle occurred. Basically, as in the French case, but for different structural conditions (line equipped with monoblock sleepers), this over-stress on the ballast would have caused a rapid decay of the functional and geometric characteristics of the track. On the basis of bibliographic analysis, such a phenomenon can lead to the crumbling of the ballast and to the establishment of the phenomenon known as the "pumping effect" upon vehicle transit [2]. For this reason, the German railways have also adopted "unconventional" structures on concrete, on the most recent high-speed lines, or have addressed an increase in the thickness of the ballast. In fact, as shown below, based on the model proposed by SUN and DHANASEKAR [15], an increase in the thickness of the ballast by 50% (for example, passing from 0.30 to 0.45 m), for lines with conventional track equipment, would result in a reduction of ballast stiffness by approximately 16%.

Therefore, the lower overall vertical rigidity of the permanent way, indicated by the French solution, while possibly leading to a reduction in the time intervals between track maintenance activities [3], would not amplify those conditions of vertical vibrational disturbance on rolling stock, on the contrary produced by high stiffness.

As expressed by PRUD'HOMME [13], it follows that any amplification of the vertical kinematic characteristics of the moving railway vehicle would appear to be related to the stresses induced by the defects of the track or to the square of the speed of travel [16] and no longer to the elastic-damping characteristics of the track structure.

Literature is an aid in interpreting the functional quality of rigidity of the permanent way. In fact, the main discussions on the subject are in agreement in accepting the values reported by ESVELD [2] as valid, which, following the indications of PRUD'HOMME, are also reflected in the texts of LICHTBERGER (Tab. 1 and Tab. 2¹). The tables show the volumetric stiffness C_T , the concentrated stiffness K_T , the distributed stiffness per unit of length k_T , the characteristic length (Winkler) L_W , the concentrated stiffness K_F and the damping of the D_F connections.

It should be noted that a connection device, can generically consist of a metal plate, a first elastomeric board interposed between the base of the rail and the plate, a second elastomeric board between the bearing plate and the sleeper and finally a locking device (elastic attachment) of the rail in the seat of the plate.

With the exception of the metal elements, the elastomeric elements have stiffness characteristics from 3 to 5 orders of magnitude higher than other elements (including ballast) constituting the permanent way.

¹ ESVELD [2] ammette che nel caso sia necessario ridurre gli effetti di rumorosità o di trasmissione delle sollecitazioni impulsive (generate ad esempio dalla presenza di sfaccettature sul cerchio ruota), tali valori risultano non opportuni. In unione con traverse in cemento armato precompresso è suggerito un valore di rigidità K_F nell'intorno dei $200 \cdot 10^6$ [N/m].

¹ ESVELD [2] admits that in the event that noise effects reduction or impulsive stress transmission (generated for example by the presence of facets on the wheel rim) is necessary, such values would be inappropriate. Combined with prestressed reinforced concrete sleepers a stiffness value K_F is suggested of around $200 \cdot 10^6$ [N/m].

centrata K_T , la rigidezza distribuita per unità di lunghezza k_T , la lunghezza caratteristica (Winkler) L_w , la rigidezza concentrata K_F e lo smorzamento degli attacchi D_F .

Si noti che un dispositivo di attacco, genericamente, può essere costituito da una piastra metallica, da una prima tavoletta elastomerica interposta tra suola della rotaia e piastra, da una seconda tavoletta elastomerica tra piastra di appoggio della rotaia e traversa ed infine da un dispositivo di bloccaggio (attacco elastico) della rotaia nella sede della piastra.

Ad esclusione degli elementi in metallo, gli elementi elastomerici possiedono caratteristiche di rigidezza dai 3 ai 5 ordini di grandezza più elevate rispetto ad altri elementi (massicciata compresa) costituenti l'armamento.

Ad esempio, la rigidezza dei dispositivi di attacco della rotaia alla traversa consente di evidenziare i fenomeni vibratorii che caratterizzano il moto relativo fra rotaia e traversa pur essendo attivi in un campo di frequenze dell'ordine delle centinaia di Hz (200÷400 [Hz]) [2], esterno al campo di analisi di interesse (30÷80 [Hz]).

3.2. Sollecitazione nell'armamento ferroviario

Si consideri un generico veicolo ferroviario (ad esempio, singola carrozza a due carrelli) avente massa totale m_v . Ogni carrello ha due sale montate (assili) di tipo convenzionale. L'assile e gli elementi ad esso connessi costituiscono le masse non sospese m_{NS} , comprese nella massa totale del veicolo. La sollecitazione statica Q_A , applicata verticalmente dal veicolo alla via (valore medio espresso per ruota), è:

$$Q_A = \left(\frac{m_v}{8} \right) g \quad (1)$$

dove g rappresenta l'accelerazione di gravità. Per un veicolo a carrelli, è possibile ipotizzare [2] che la sovrapposizione degli effetti di deformazione flessionale del binario (in riferimento alla linea del piano del ferro – pdf), indotti dalla ripartizione della sollecitazione verticale sui due assili di ogni carrello, ne riduca del 30% circa la deformazione flessionale. Considerando quindi condizioni di deformazione della struttura del binario in campo perfettamente elastico e riferendosi agli effetti di defor-

Variabilità delle caratteristiche di rigidezza dell'armamento e di altre caratteristiche geometriche (lunghezza caratteristica di Winkler indicativa della concentrazione del 95% della deformazione elastica dell'armamento ferroviario convenzionale) [2]

Variability of the stiffness characteristics of the permanent way and of other geometric characteristics (Winkler characteristic length indicative of the 95% concentration of the elastic deformation of the conventional track equipment) [2]

Caratteristiche di fondazione <i>Foundation Characteristics</i>		Povere <i>Poor</i>	Buone <i>Good</i>
Modulo di Rigidezza della fondazione <i>Foundation Modulus</i>	C_T [N/m ³] 10 ⁹	0.02	0.20
Rigidezza <i>Spring Constant</i>	K_T [N/m] 10 ⁶	5.50	55.00
Rigidezza distribuita per unità di lunghezza <i>Foundation Coefficient</i>	k_T [N/m 1/m] 10 ⁶	9.00	90.00
Lunghezza Caratteristica (Winkler) <i>Characteristics Length (Winkler)</i>	L_w [m]	1.30	0.70

Tabella 2 – Table 2

Caratteristiche funzionali per solette sotto-rotaia (i valori di rigidezza sono stimati da prove in laboratorio effettuate a 20 [°C], ma tendono ad incrementarsi mediamente di 30 [kN/mm] per un aumento di temperatura pari a 1 [°C]) [2]
Functional characteristics for rail-pads (the stiffness values are estimated from laboratory tests carried out at 20[° C], but tend to increase on average by 30 [kN/mm] for a temperature increase of 1[° C]) [2]

Soletta sotto rotaia: caratteristiche funzionali <i>Rail Pads: Functional Characteristics</i>		Moderata <i>Soft</i>	Normale <i>Normal</i>	Elevata <i>Hard</i>	EVA
Rigidezza <i>Spring Constant</i>	K_F [N/m] 10 ⁸	9.70	14.20	29.90	30.32
Smorzamento <i>Damping Constant</i>	D_F [N s/m] 10 ³	32	34	29	29

For example, the stiffness of the connection devices of the rail to the sleeper allows highlighting the vibratory phenomena that characterise the relative motion between the rail and the sleeper while being active in a frequency range of the order of hundreds of Hz (200÷400 [Hz]) [2], outside the analysis field of interest (30÷80 [Hz]).

3.2. Stress in track equipment

Let us consider a generic railway vehicle (for example, single carriage with two bogies) with a total mass m_v . Each bogie has two conventional wheelsets (axes). The axle and the elements connected to it constitute the unsprung masses m_{NS} , included in the total mass of the vehicle. The Q_A static stress, applied vertically from the vehicle to the track (average value expressed per wheel), is:

mazione della rotaia prodotti dalla singola ruota, la sollecitazione statica Q_W effettivamente applicata vale:

$$Q_W = 0.7 Q_A \quad (2)$$

Nello sviluppo analitico che segue, per la definizione dei parametri e dei corrispondenti valori relativi alla architettura dell'armamento ferroviario, è fatto riferimento sempre agli effetti geometrici, cinematici e dinamici generati dal contributo della aliquota di sollecitazione applicata da una ruota ad una rotaia.

Si consideri un binario con armamento convenzionale, per il quale si ipotizzino note le geometrie principali (Fig. 1) dei suoi elementi: ad esempio per la traversa siano lunghezza media S_L , larghezza media S_W , area della superficie di contatto con la massicciata A_{UB} . La massicciata su cui insiste una traversa si pone a contatto con il piano di riferimento (sottofondo) su una superficie di estensione A_{LB} . Le rotaie sono collegate alle traverse mediante attacchi elastici comuni (diretti o indiretti): per tale singolo elemento la massa (per rotaia) sia m_F . Le caratteristiche geometriche ed inerziali (massa per unità di lunghezza pari a m_R) della rotaia possono essere ritrovate nella Normativa EU [22].

Come prima opzione e per esemplificazione, si considerino nella architettura dell'armamento traverse di tipo convenzionale monoblocco aventi massa m_S , desunta in base alla tipologia di materiale costruttivo. La traversa è annegata ed appoggiata sul pietrisco della massicciata (idealizzato come materiale omogeneo ed isotropo, sebbene non coerente) avente densità volumica ρ_B ed altezza sotto la traversa pari a h_B .

Generalmente la rotaia è in appoggio sulla traversa per una lunghezza paragonabile alla porzione sospesa tra due traverse consecutive, mediamente pari al passo di posa della traversa stessa s_S . Considerando geometria, inerzia e elasticità della rotaia, la porzione sospesa tra due traverse adiacenti risulta assimilabile ad una trave "tozza" e non analizzabile strutturalmente sulla base delle note leggi costitutive di De Saint Venant. Questa considerazione permette di valutare la deformata della linea del (piano del ferro - pdf) come appartenente ad una struttura di sviluppo longitudinale indefinito, collegata alle traverse mediante attacchi elastici, ma vincolata verticalmente ad una rigidità anch'essa distribuita sulla lunghezza. Risulta quindi ininfluente, agli effetti dello stato deformativo verticale macroscopico della rotaia, pensare la sollecitazione

$$Q_A = \left(\frac{m_V}{8} \right) g \quad (1)$$

where g represents the acceleration of gravity. For a bogie vehicle, we can assume [2] that the superposition of the bending deformation effects of the track (with reference to the upper surface of the rail - pdf), induced by the distribution of the vertical stress on the two axles of each bogie, reduces about 30% of the bending deformation. Therefore, considering the deformation conditions of the track structure in a perfectly elastic range and referring to the deformation effects of the rail produced by the single wheel, the static stress Q_W actually applied is:

$$Q_W = 0.7 Q_A \quad (2)$$

In the following analytical development, for the definition of the parameters and the corresponding values relating to the architecture of the track equipment, reference is always made to the geometric, kinematic and dynamic effects generated by the contribution of the stress rate applied by a wheel to a rail.

Let us consider a track with conventional equipment, for which the main geometries (Fig. 1) of its elements are assumed to be known: for example, for the sleeper they have an average length S_L , average width S_W , area of the contact surface with the ballast A_{UB} . The ballast on which a sleeper rests comes into contact with the reference plane

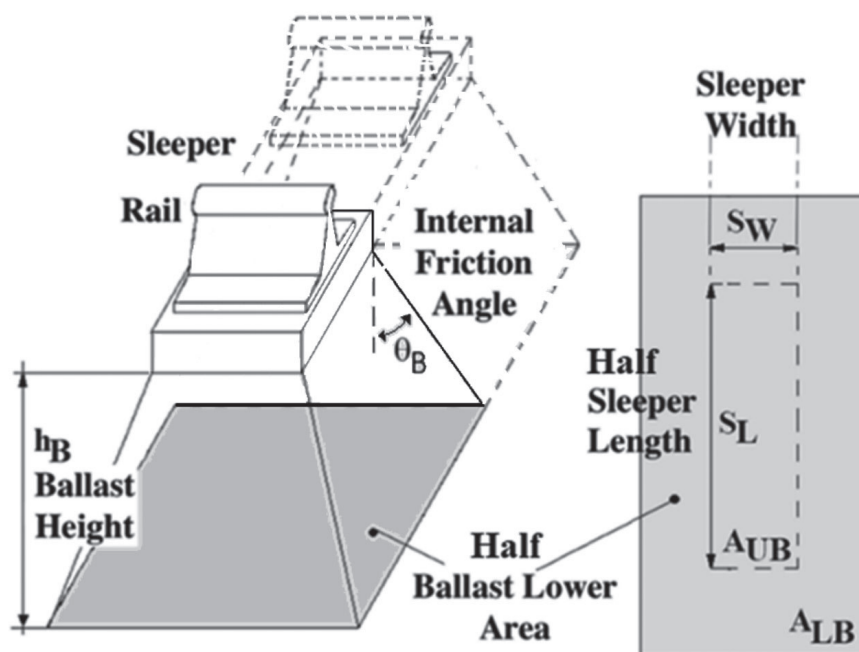


Figura 1 – Schema semplificato di una porzione di binario con armamento convenzionale su massicciata, in corrispondenza della singola traversa (dimensioni piane riferite a metà binario).

Figure 1 – Simplified diagram of a portion of track with conventional permanent way on ballast, in correspondence with the single sleeper (plane dimensions referring to half of the track).

della ruota applicata in corrispondenza della traversa oppure tra due traverse adiacenti. Si noti che questo modo di idealizzare la reale struttura del binario non può essere applicato nel caso dello sviluppo di una analisi dello stato tensionale puntuale della rotaia, da considerare variabile se la rotaia risulta appoggiata sulla traversa o sospesa tra due traverse adiacenti, così come descritto in [18] e [19].

A sostegno della prima ipotesi di lavoro, è necessario conoscere anche le condizioni di sollecitazione che sono trasferite dalla rotaia al piano di riferimento (sottofondo) della sede ferroviaria attraverso la massicciata (Fig. 2).

Nella figura sono riportate la ripartizione percentuale della sollecitazione Q_w applicata alla rotaia tra le varie traverse distanziate con passo s_s . Un modo di interpretare il fenomeno è descritto in [3], dove le traverse sono posate ad una distanza s_s .

Il processo di analisi è da relazionare all'altezza della massicciata h_B , presente sotto la traversa, ed all'angolo di attrito interno θ_B , stimato tra elementi del pietrisco:

$$h_B = \frac{s_s}{2 \tan(\theta_B)} \quad (3)$$

In via del tutto generale il vantaggio di una struttura di armamento ferroviario a massicciata risiede proprio nella capacità di questa ultima di ripartire sul sottofondo di appoggio la pressione in modo costante lungo l'asse di posa del binario. Alcuni autori sono concordi nell'affermare che la ripartizione delle sollecitazioni di pressione sul sottofondo, segue nella massicciata in condizioni funzionali "a nuovo" un angolo $\theta_B=42^\circ$ circa. Questo valore tende a diminuire per una massicciata in condizioni di inquinamento ($\theta_B=39^\circ$) fino ad assumere un valore limite inferiore per il rinnovo di $\theta_B=30^\circ$. Evidenze sperimentali (impronte su elementi elastomerici), rilevate durante la fase di rimozione della massicciata per sostituzione, conducono ad affermare che la pressione in condizioni estreme si propaga con angoli $\theta_B 20^\circ$, determinando il degrado

(foundation) on an extension surface A_{LB} . The rails are connected to the sleepers by means of common elastic connections (direct or indirect): for this single element the mass (per rail) is m_F . The geometric and inertial characteristics (mass per unit of length equal to m_R) of the rail can be found in the EU Standard [22].

As a first option and by way of example, in the architecture of the track equipment we consider conventional monoblock sleepers having mass m_s , derived on the basis of the type of construction material. The sleeper is drowned and rested on the crushed stone of the ballast (idealised as a homogeneous and isotropic material, although not coherent) with density ρ_B and height under the sleeper equal to h_B .

Generally the rail rests on the sleeper for a length comparable to the portion suspended between two consecutive sleepers, on average equal to the laying spacing of the sleeper itself s_s . Considering the geometry, inertia and elasticity of the rail, the suspended portion between two adjacent sleepers is comparable to a beam "piece" and cannot be structurally analysed on the basis of the known constitutive laws of De Saint Venant. This consideration allows evaluating the deformation of the line of the (the upper surface of the rail - pdf) as belonging to a structure of indefinite longitudinal extension, connected to the sleepers by elastic connections, but vertically constrained to a stiffness also distributed over the length. It is therefore irrelevant, for the effects of the macroscopic vertical deformation condition of the rail, to think of the stress of the wheel applied in correspondence with the sleeper or between two adjacent sleepers. Note that this way of idealising the real structure of the track cannot be applied in the case of the development of an analysis of the precise stress condition of the rail, to be considered variable if the rail is resting on the sleeper or suspended between two adjacent sleepers, as described in [18] and [19].

In support of the first work hypothesis, the stress conditions that are transferred from the rail to the reference plane (foundation) of the track bed through the ballast (Fig. 2) must also be known.

The figure shows the percentage distribution of the Q_w stress applied to the rail between the various sleepers spaced with a spacing s_s . A way of interpreting the phenomenon is described in [3], where the sleepers are laid at a distance s_s .

The analysis process is to be related to the height of the ballast h_B under the sleeper, and to the internal friction angle θ_B , estimated between elements of the ballast:

$$h_B = \frac{s_s}{2 \tan(\theta_B)} \quad (3)$$

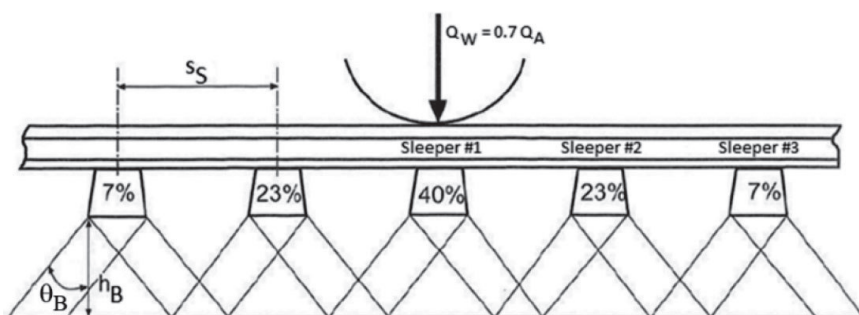


Figura 2 – Rappresentazione schematica della ripartizione degli effetti di pressione nella massicciata dovuti all'applicazione di una sollecitazione isolata [3].

Figure 2 – Schematic representation of the distribution of the pressure effects in the ballast due to the application of an isolated stress [3].

anche dello stesso sottofondo. Utilizzando la relazione (3) si ottiene la variazione teorica dello spessore della massicciata ricercata (Fig. 3)

L'analisi esposta nei trattati di EISENMANN [14], di LICHTBERGER [3] e di GOBEL e RICHTER [23] sulla distribuzione delle pressioni σ_B all'interno della massicciata, evidenzia che, fissato il valore della pressione esercitata dalla traversa sulla massicciata alla interfaccia comune, la pressione all'interno della massicciata tende a dimezzarsi per una altezza della massicciata pari alla larghezza della traversa.

Inoltre, si evidenzia che è possibile assumere mediamente costante la tensione (pressione) anche nelle zone del sottofondo dove non insiste la traversa, così come determinato (Fig. 4). Si noti che GOBEL e RICHTER in questo caso considerano progressivamente una architettura della massicciata poggiata su un ulteriore livello di protezione del sottofondo. Risulta tuttavia sufficiente, alla interpretazione del fenomeno, evidenziare la distribuzione delle pressioni calcolata per il livello della massicciata in base alla ripartizione su tre traverse adiacenti delle cinque mostrate nello schema generale precedente a causa del contributo nettamente inferiore ai fini della sovrapposizione degli effetti fornito dalle due traverse estreme (7% circa).

Riepilogando:

- è possibile in prima approssimazione considerare una sovrapposizione degli effetti deformativi causati dalla applicazione di sollecitazioni verticali sulla rotaia di una coppia di sale (carrello), come prodotti da una singola sala (o ruota) ma di entità ridotta di circa il 30%; ne consegue una aliquota di pressione nella massicciata proporzionale a tale condizione;
- macroscopicamente, la posizione di applicazione della sollecitazione sulla rotaia è ininfluenza ai fini dello stato deformativo e di pressione nella massicciata; tale assunto deriva dalla considerazione che la porzione di rotaia sospesa in appoggio tra due traverse consecutive rappresenta un "corpo tozzo" e non soggetto alle leggi costitutive di elasticità di De Saint Venant;
- la distribuzione delle pressioni applicate ai vari livelli di profondità (altezza h_B) della massicciata, evidenziata pressoché costante (almeno per una lunghezza del binario che comprende tre traverse, per alcuni autori e fino a 5 traverse per altri) fornisce una prova indiretta di quanto asserito nella seconda affermazione.

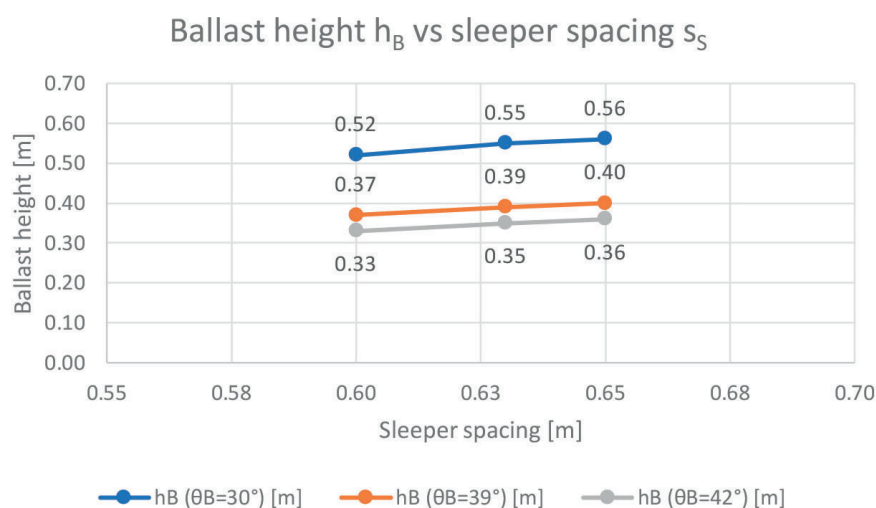
Generally speaking, the advantage of track equipment on ballast lies precisely in the ability of the latter to distribute the pressure constantly along the laying axis of the track on the supporting foundation. Some authors agree in affirming that the distribution of the pressure stresses on the foundation follows an angle of approximately $\theta_B = 42^\circ$ in the ballast under "new" functional conditions.

This value tends to decrease for a ballast in polluted conditions ($\theta_B = 39^\circ$) until it assumes a lower limit value for renewal of $\theta_B = 30^\circ$. Experimental evidence (imprints on elastomeric elements), detected during the removal phase of the ballast by replacement, lead to affirm that the pressure in extreme conditions propagates with angles of $\theta_B 20^\circ$, causing the degradation of the foundation itself. Using the relation (3) the theoretical variation of the thickness of the ballast sought is obtained (Fig. 3)

The analysis presented in the treatises by EISENMANN [14], LICHTBERGER [3] and GOBEL and RICHTER [23] on the distribution of the pressures σ_B inside the ballast, shows that, having fixed the value of the pressure exerted by the sleeper on the ballast at the common interface, the pressure inside the ballast tends to be halved for a ballast height equal to the width of the sleeper.

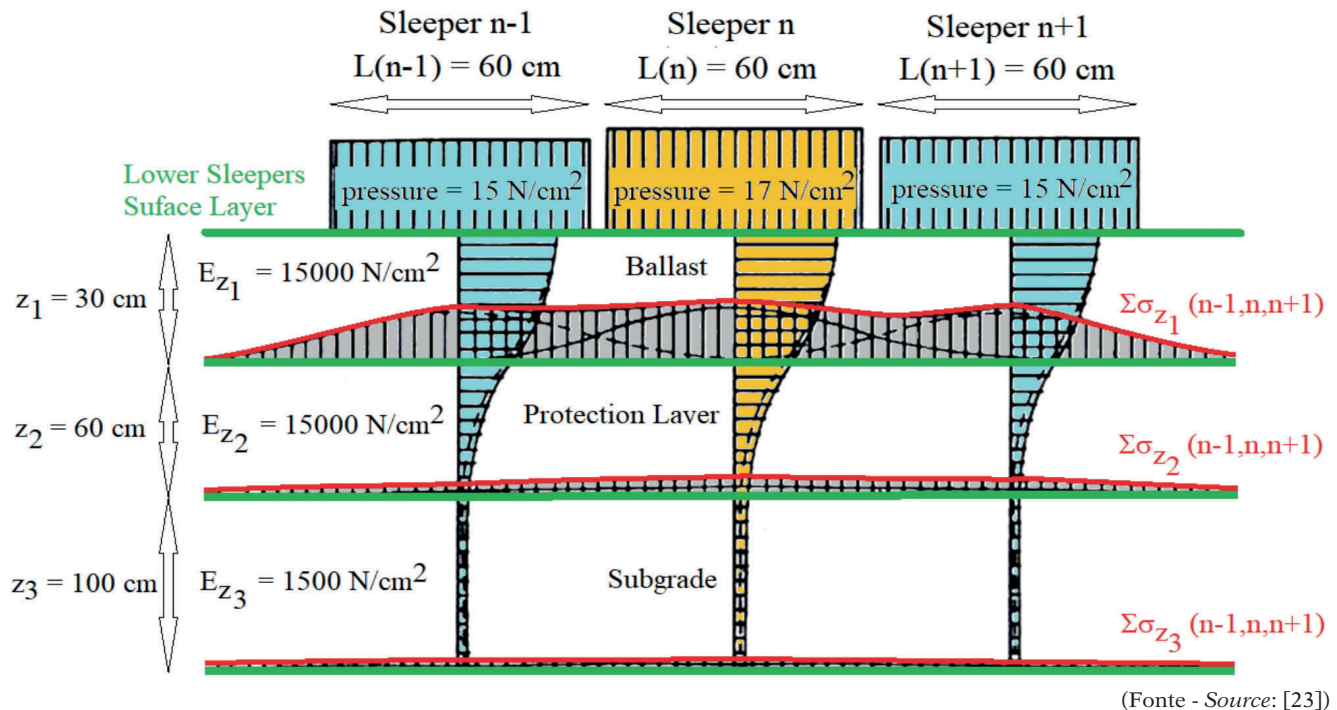
Moreover, it should be noted that the tension (pressure) can be assumed on average constant even in the areas of the foundation where the sleeper does not stand on, as determined (Fig. 4). Note that GOBEL and RICHTER in this case are progressively considering a ballast architecture resting on an additional layer of foundation protection.

However, for the interpretation of the phenomenon, it is



(Fonte - Source: [3])

Figura 3 – Altezza della massicciata al variare del passo di posa delle traverse ed avendo fissato l'angolo di propagazione della sollecitazione della pressione. Figure 3 – Ballast height as the spacing of the sleepers varies and having fixed the propagation angle of the pressure stress.



(Fonte - Source: [23])

Figura 4 – Distribuzione delle pressioni applicate alla massicciata da tre traverse adiacenti: la sollecitazione Q_A per ruota/rotaia è applicata in corrispondenza della traversa centrale con un valore pari a 50 [kN].

Figure 4 – Distribution of the pressures applied to the ballast by three adjacent sleepers: the Q_A stress per wheel/rail is applied at the central sleeper with a value of 50 [kN].

3.3. Analisi delle caratteristiche elastiche dell'armamento

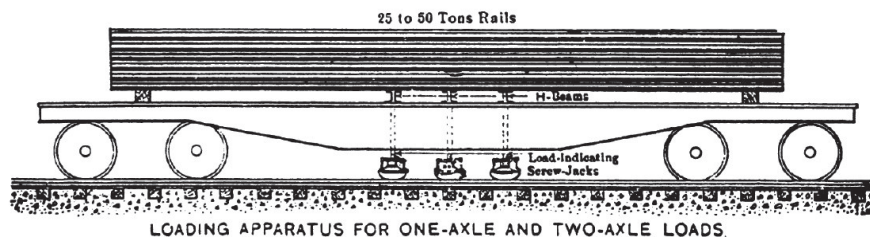
3.3.1. Impostazione del problema

Il problema della determinazione della rigidità verticale della massicciata ha da sempre costituito argomento di estrema importanza per gli studiosi di dinamica delle strutture e per i manutentori della infrastruttura. I riferimenti normativi nazionali [25] ed UE [26], a disposizione del Gestore dell'infrastruttura, focalizzano la loro attenzione sulla misura delle irregolarità geometriche di binario (scartamento, livello longitudinale, sghembo, livello trasversale) ma nessuna indicazione è fornita sulle modalità di intervento per mitigare le cause di genesi delle citate irregolarità. Ne consegue che a tutt'oggi non è diffuso un sistema automatizzato di misura della rigidità verticale del binario, la cui efficienza funzionale della struttura è affidata al giudizio derivato dalla esperienza degli agenti di controllo in linea. Un'analoga considerazione può essere applicata al monitoraggio effettuato mediante carrozze e treni di diagnostica. KNOTHE [5], dedica una appendice al termine del suo trattato "GleisDynamik" alla enunciazione dei valori che a vario titolo ed in base alla particolare struttura di armamento ferroviario studiato sono attribuiti alla rigidità della massicciata ed alla sua caratteristica di smorzamento intrinseco. Negli USA, KERR [24] nel 2000, propone una metodologia per la determinazione della rigidità di massicciata (Fig. 5) riprendendo gli indirizzi della Commissione Talbot del lontano 1918.

sufficiente to highlight the distribution of the pressures calculated for the level of the ballast on the basis of the distribution on three adjacent sleepers of the five shown in the previous general diagram due to the significantly lower contribution to the superimposition of the effects provided by the two end sleepers (about 7%).

To summarise:

- as a first approximation, a superposition of the deformation effects caused by the application of vertical stresses on the rail of a pair of wheel sets (bogie) can be considered, as produced by a single wheel set (or wheel) but reduced by about 30%; the result is a pressure rate in the ballast proportional to this condition;
- macroscopically, the application position of the stress on the rail is irrelevant for the purposes of the deformation and pressure condition in the ballast; this assumption derives from the consideration that the portion of rail suspended between two consecutive sleepers represents a stocky body and is not subject to the constitutive laws of elasticity of De Saint Venant.
- the distribution of the pressures applied to the various depth levels (height h_B) of the ballast, highlighted as almost constant (at least for a track length that includes three sleepers, for some authors and up to 5 sleepers for others) provides indirect proof of what is claimed in the second statement.



(Fonte - Source: [24])

Figura 5 – Dispositivo di sollecitazione sviluppato dalla Commissione Talbot nel 1918 in USA.

Figure 5 – Stress device developed by the Talbot Commission in 1918 in USA.

In dettaglio, il metodo propone di stabilire la rigidità dell'armamento (e quindi della massicciata) come differenza tra gli effetti deformativi rilevati prodotti dalle sollecitazioni esterne e quelli determinati da sollecitazioni aggiuntive note derivate da materiale disposto sul pianale del carro. Il rapporto tra sollecitazioni note e spostamenti verticali misurati fornirebbe la ricercata caratteristica. Altri autori e amministrazioni hanno proposto metodologie diverse, che non vengono qui menzionate perché meriterebbero una trattazione a sé stante e non determinante per la soluzione del problema.

Per quanto accennato sulle diversità di caratteristiche elastiche degli elementi costruttivi dell'armamento e sulla indifferenza del posizionamento della sollecitazione applicata dalla ruota alla rotaia (in corrispondenza delle traverse oppure tra due traverse adiacenti) ed ai fini degli effetti deformativi e tensionali macroscopici dell'armamento, è possibile considerare uno schema di sollecitazione in direzione verticale idealizzato e semplificato per un armamento ferroviario classico su massicciata (Fig. 6).

Si consideri allora il sottofondo come base del sistema armamento ferroviario, avente rigidità di valore infinito e quindi indeformabile. Tale schema esemplifica la complessità della reale architettura di armamento ferroviario, costituito da un insieme di stadi inerziali vibranti verticalmente ed elastico-smorzanti.

SUN e DHANASEKAR [15], basandosi sugli studi di AHLBECK (1975) di fatto indicano una soluzione (Fig. 7) percorribile, poiché relazione direttamente la rigidità della massicciata al suo spessore (si noti che la teoria ammette la presenza strutturale anche di un livello di sub-massicciata) ed alle geometrie macroscopiche della struttura.

A seguire riportiamo le tre relazioni, per maggiore immediatezza di comprensione del lettore: la rigidità della massicciata [15] in relazione ad una rotaia risulta:

3.3. Analysis of the elastic characteristics of the track

3.3.1. Problem setting

The problem of determining the vertical stiffness of the ballast has always been an extremely important topic for students of structural dynamics and for infrastructure maintainers. The national [25] and EU [26] regulatory references, available to the Infrastructure Manager, focus their attention on the measurement of geometric track irregularities (track gauge, longitudinal level, track distortion, transverse level) but no indication is provided on the intervention method to mitigate the causes of the aforementioned irregularities. As a result, an automated system for measuring the vertical stiffness of the track, whose functional efficiency of the structure is entrusted to the judgement derived from the experience of the on-line control agents, is not yet widespread. A similar consideration can be applied to monitoring carried out using diagnostic carriages and trains. KNOTHE [5], dedicates an appendix at the end of his essay "GleisDynamik" to the enunciation of the values which, in various ways and on the basis of the particular railway structure studied, are attributed to the stiffness of the ballast and its intrinsic damping characteristic. In the USA, KERR [24] in 2000 proposed a methodology for determining the ballast stiffness (Fig. 5) taking up the guidelines of the Talbot Commission way back in 1918.

In detail, the method proposes to establish the stiffness of the track (and therefore of the ballast) as the difference between the detected deformation effects caused by the external wheelsets and those caused by known additional

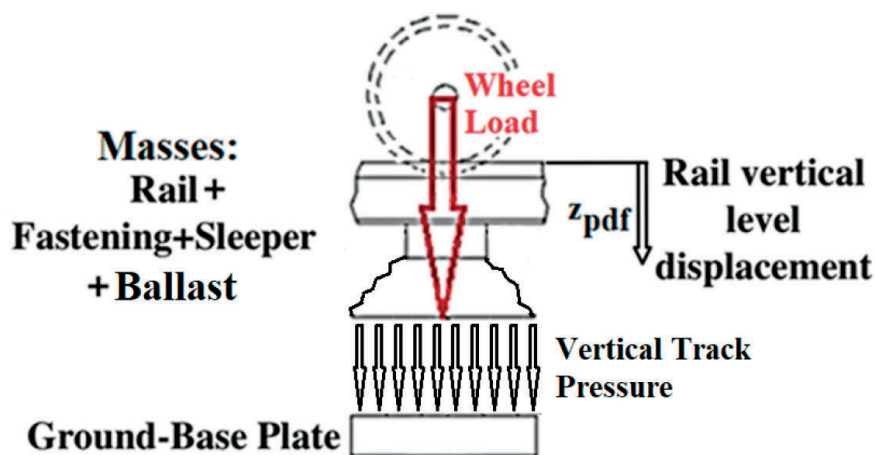


Figura 6 – Schema semplificato di applicazione della pressione dell'armamento sul sottofondo.

Figure 6 – Simplified diagram for applying permanent way pressure to the foundation.

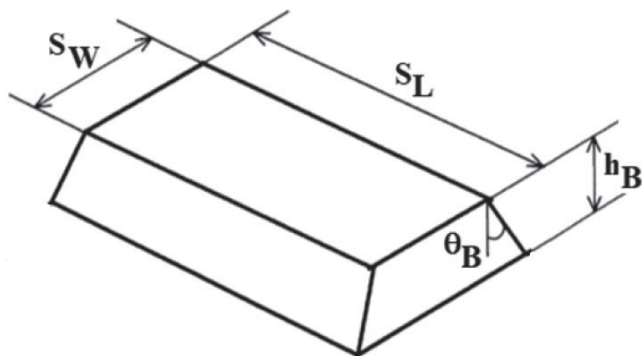


Figura 7 – Il modello piramidale di massicciata e sub-massicciata, presente sotto la traversa (per una estensione pari a metà della traversa) [15].

Figure 7 – Pyramidal model of ballast and sub-ballast, present under the sleeper (for an extension equal to half of the sleeper) [15].

$$K_B = \frac{2 \tan(\theta_B) (S_L - S_W) E_B}{\ln \left[\frac{S_L}{S_W} \frac{2 \tan(\theta_B) h_B + S_W}{2 \tan(\theta_B) h_B + S_L} \right]} \quad (4)$$

e la massa della massicciata [15]:

$$m_B = \rho_B \left[S_W S_L + h_B (S_W + S_L) \tan(\theta_B) + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{4}{3} h_B^2 \tan^2(\theta_B) \right] \quad (5)$$

L'aliquota m_R espressa in [kg] della massa lineica m_{Rot} di una rotaia che si appoggia su una traversa, nella ipotesi di un appoggio multiplo iperstatico e ripartito tra traverse adiacenti, posate ad una distanza costante s_s , vale:

$$m_R = m_{Rot} \cdot s_s \quad (6)$$

La massa m_F , del dispositivo di attacco della rotaia alla traversa e la massa m_s , propria di metà traversa (esprese in [kg]) costituiscono un ulteriore contributo inerziale per l'armamento poggiante sulla massicciata. In definitiva si ottiene la sollecitazione Q_B totale statica dalla relazione:

$$Q_B = (m_R + m_F + m_s + m_B)g + Q_W = m_T g + Q_W \quad (7)$$

Tale sollecitazione si applica staticamente al sottofondo sulla superficie di area A_{LB} :

$$A_{LB} = [s_L + 2 h_B \tan(\theta_B)] [s_W + 2 h_B \tan(\theta_B)] \quad (8)$$

La pressione applicata sul sottofondo risulta:

$$\sigma_{LB} = \frac{Q_B}{A_{LB}} \quad (9)$$

PRUD'HOMME [13], per un armamento ferroviario "nuovo", stima lo spostamento verticale del piano del ferro $z_{pdf} = 1$ [mm], avendo una sollecitazione Q_W applicata alla rotaia di 5 [tf] equivalenti a circa 49 [kN]. Come già evidenziato, la valutazione appare rispecchiare gli studi succes-

stresses deriving from material placed on the wagon floor. The relation between known stresses and measured vertical displacements would provide the sought-after characteristic. Other authors and administrations have proposed different methodologies, which are not mentioned here because they deserve a separate and not decisive dissertation for the solution of the problem.

As mentioned regarding the diversity of elastic characteristics of the construction elements of the track and on the indifference of the positioning of the stress applied by the wheel to the rail (in correspondence with the sleeper or between two adjacent sleepers) and for the purposes of the macroscopic deformation and stress effects of the track, an idealised and simplified stress pattern can be considered in the vertical direction for a classic track on ballast (Fig. 6).

The foundation must then be considered as the basis of the track system, with an infinite stiffness and therefore non-deformable. This scheme exemplifies the complexity of the real track architecture, consisting of a set of vertically vibrating and elastic-damping inertial stages.

Based on the studies of AHLBECK (1975), SUN and DHANASEKAR [15] in fact indicate a viable solution (Fig. 7), since it directly relates the stiffness of the ballast to its thickness (note that the theory also admits the structural presence of a sub-ballast level) and the macroscopic geometries of the structure.

Below are the three relations, for more immediate understanding by the reader: the stiffness of the ballast [15] in relation to a rail is:

$$K_B = \frac{2 \tan(\theta_B) (S_L - S_W) E_B}{\ln \left[\frac{S_L}{S_W} \frac{2 \tan(\theta_B) h_B + S_W}{2 \tan(\theta_B) h_B + S_L} \right]} \quad (4)$$

and the mass of the ballast [15]:

$$m_B = \rho_B \left[S_W S_L + h_B (S_W + S_L) \tan(\theta_B) + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{4}{3} h_B^2 \tan^2(\theta_B) \right] \quad (5)$$

The rate m_R expressed in [kg] of the linear mass m_{Rot} of a rail that rests on a sleeper, in the hypothesis of a hyperstatic multiple support distributed between adjacent sleepers, laid at a constant distance s_s is:

$$m_R = m_{Rot} \cdot s_s \quad (6)$$

The mass m_F of the rail fastening device to the sleeper and the mass m_s of half the sleeper (expressed in [kg]) constitute a further inertial contribution for the permanent way resting on the ballast. Ultimately, the total static Q_B stress is obtained from the relation:

$$Q_B = (m_R + m_F + m_s + m_B)g + Q_W = m_T g + Q_W \quad (7)$$

sivi di ESVELD (cfr. Tab. 1), il quale raffina leggermente il dato di PRUD'HOMME. Più in particolare l'armamento ferroviario viene classificato sulla base del modulo di elasticità C_T [N/m³], complessivo della fondazione della struttura. Per ESVELD, un armamento ferroviario "Efficace" evidenzia uno spostamento verticale del piano del ferro di $z_{pdf}=1$ [mm] se la sollecitazione applicata alla rotaia risulta di $Q_W=55$ [kN].

3.3.2. Mitigazione delle vibrazioni dell'armamento

3.3.2.1. Limite statico alla rigidezza di dispositivi elastomerici

L'esercizio ferroviario continuativo conduce ad un degrado [16] delle caratteristiche funzionali del binario e, in particolare modo, delle caratteristiche elastiche della massicciata. Per effetto del transito dei veicoli, la compattezza della massicciata viene a modificarsi, a causa del consumo frizionale degli elementi lapidei che crea zone a rigidezza maggiore, ed a causa dell'inquinamento della massicciata, per risalita del materiale dal sottofondo. Quest'ultimo evento, a differenza del primo caso determina lo svuotamento della massicciata con formazione di zone a ridotta capacità di sostentazione verticale (riduzione della rigidezza) alternate a zone ad elevata rigidezza. Una rigidezza verticale dell'armamento non costante potrebbe costituire una fonte di eccitazione per moti oscillatori verticali del materiale rotabile con eventuale tendenza alla condizione di risonanza nelle oscillazioni delle masse sospese del carrello.

Laddove la massicciata, al progredire dell'esercizio, tende ad assumere rigidezza verticale variabile rispetto ai valori di progetto, si possono creare disturbi alla cinematica di marcia del rodiggio, al comfort di viaggio a bordo del treno ed infine emissione di vibrazioni e rumore impattanti sull'ambiente limitrofo alla sede ferroviaria. In questi casi il fenomeno può essere mitigato ma non eliminato, ad esempio:

- mediante aumento (in sede di manutenzione) dello spessore della massicciata;
- mediante inserimento di elementi elastici resilienti tra le varie masse (in particolare tra massicciata e sottofondo).

L'aumento dello spessore della massicciata e quindi del suo volume comporta la diminuzione della rigidezza (Fig. 8) e l'aumento della massa (Fig. 9). Si noti come per una scelta classica di spessore nell'intervallo 0.30 [m] ($\theta_B=42^\circ$) si ottiene una rigidezza di massicciata circa 4 volte maggiore del valore ottimale definito da PRUD'HOMME, ESVELD e LICHTBERGER (circa $200 \cdot 10^6$ N/m).

Sebbene seguito da alcuni Gestori dell'Infrastruttura, l'aumento dello spessore della massicciata trova limitata applicazione a causa del necessario contenimento dell'altezza imposto dalla regolamentazione della sagoma limite: in special modo risulta di difficile utilizzo, se non impossibile, nelle sedi ferroviarie metropolitane. Infatti (cfr. Fig. 8), per angolo di attrito $\theta_B=42^\circ$, una diminuzione di

This stress is statically applied to the foundation on the A_{LB} area surface:

$$A_{LB} = [s_L + 2 h_B \tan(\theta_B)] [s_W + 2 h_B \tan(\theta_B)] \quad (8)$$

The pressure applied on the foundation is:

$$\sigma_{LB} = \frac{Q_B}{A_{LB}} \quad (9)$$

PRUD'HOMME [13], for a "new" track, estimates the vertical displacement of the upper surface of the rail $z_{pdf} = 1$ [mm], with a Q_W stress applied to the rail of 5 [tf] equivalent to about 49 [kN]. As already highlighted, the evaluation appears to reflect ESVELD's subsequent studies (see Tab. 1), which slightly refines PRUD'HOMME's data. More specifically, the track is classified on the basis of the overall elasticity module C_T [N/m³], of the foundation of the structure. For ESVELD, an "Effective" track shows a vertical displacement of the upper surface of the rail $z_{pdf} = 1$ [mm] if the stress applied to the rail is $Q_W = 55$ [kN].

3.3.2. Mitigation of track vibrations

3.3.2.1. Static limit to the stiffness of elastomeric devices

Continuous railway operation leads to deterioration [16] of the functional characteristics of the track and, in particular, of the elastic characteristics of the ballast. As a result of the transit of vehicles, the compaction of the ballast is modified, due to the frictional consumption of the stone elements that creates areas of greater rigidity, and due to the pollution of the ballast, caused by the rising of the material from the foundation. This latter event, unlike the first case, determines the emptying of the ballast with the formation of areas with reduced vertical support capacity (reduction of stiffness) alternating with areas of high stiffness. A non-constant vertical stiffness of the track could constitute a source of excitation for vertical oscillatory motions of the rolling stock with possible inclination to resonance in the oscillations of the sprung masses of the bogie.

Where the ballast, as operation progresses, tends to assume variable vertical stiffness with respect to the design values, disturbances can occur in the driving kinematics of the wheel arrangement, in the travel comfort on board the train and finally the emission of vibrations and noise impacting the environment adjacent to the railway site. In these cases the phenomenon can be mitigated but not eliminated, for example:

- by increasing the thickness of the ballast (during maintenance);
- by introducing resilient elastic elements between the various masses (in particular between ballast and foundation).

The increase in the thickness of the ballast and therefore in its volume leads to a decrease in stiffness (Fig. 8) and an increase in mass (Fig. 9). It should be noted how for a clas-

rigidezza della massicciata di circa il 15% si ottiene passando dal valore $h_B=0.30$ [m] al valore $h_B=0.45$ [m].

L'aumento dello spessore della massicciata conduce a problemi di sagoma che potrebbero essere gestiti, ove possibile, con riduzioni in estensione del pantografo, e, nelle sedi in galleria, con l'installazione della catenaria rigida oppure di un sistema di alimentazione a terza rotaia.

Di tutt'altro principio costruttivo, ma di pari effetto dinamico, è la pratica, a volte utilizzata, dell'inserimento di un elemento elastico, di opportuna rigidezza, K_M , tra la massicciata ed il sottofondo contestualmente al ripristino della originale rigidezza della massicciata.

Supponiamo allora che a causa di inquinamento idrico e del conseguente "effetto pompaggio" operato dal transito veicolare, la massicciata abbia prima diminuito la sua capacità di sustentazione (diminuzione di rigidezza verticale dovuta alla frantumazione del pietrisco) e poi al progredire dell'esercizio abbia ricompattato il materiale lapideo per una altezza nettamente inferiore a quella di progetto ed un conseguente aumento di rigidezza. La condizione di degrado della struttura risulti tale da necessitare di un ripristino completo ($\theta_B=30^\circ$ ed $h_B=0.20$ [m]). Il problema sia anche segnalato da propagazione di vibrazioni solide di disturbo sugli edifici limitrofi alla sede ferroviaria o da irregolare moto di sussulto dei veicoli in transito. Il ripristino delle caratteristiche elastiche originali della massicciata ($\theta_B=42^\circ$ e $h_B=0.30$ [m]) deve venire accompagnato dall'inserimento di un elemento che tenda ad assumersi l'onere di "assorbire" il contenuto energetico deformativo, garantendo la stabilità strutturale della massicciata e contemporaneamente operando come "filtro" alla propagazione di vibrazioni solide di disturbo ambientale, anche in caso di precoce irrigidimento della stessa massicciata.

Consideriamo le masse dell'armamento (riunite in un unico parametro m_T) su una unica rigidezza K'_T , costituita dalle tre rigidezze poste in serie, quella del dispositivo di attacco della rotaia alla traversa (K_F), della massicciata (K_B) alle quali, con il fine di mitigare i problemi vibrazionali, si aggiunga anche un elemento elastomerico (K'_M), interposto tra la massicciata ed il sottofondo (Fig. 10). La relazione (9) può anche essere riscritta nella forma:

$$\sigma_{LB} = \frac{Q_B}{A_{LB}} = \frac{K'_T z_{pdf}}{A_{LB}} \quad (10)$$

Dalla relazione (10) è rapido isolare il valore del parametro K'_T , il quale risulta calcolabile come:

$$K'_T = \left(\frac{1}{K_F} + \frac{1}{K_B} + \frac{1}{K'_M} \right)^{-1} \quad (11)$$

Fissato il valore h_B a cui corrisponde un valore K_B , per le relazioni (4) e (5) e scelto un valore di rigidezza dei dispositivi di collegamento della rotaia alla traversa K_F (cfr. Tab. 2), dalle relazioni (10) e (11) rimane determinato il

Ballast Stiffness vs Ballast Height

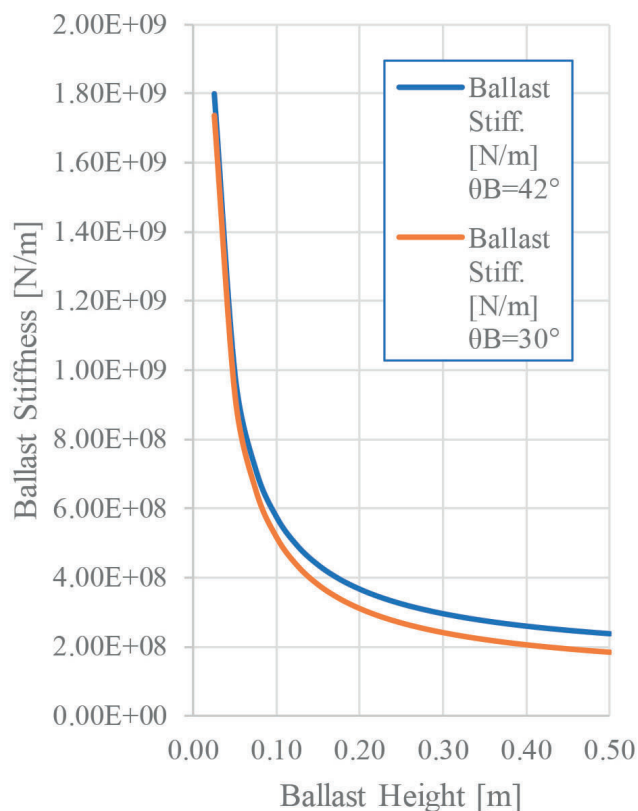


Figura 8 – Variazione della rigidezza della massicciata K_B in funzione del suo spessore h_B (Elaborazione da [15]).
Figure 8 – Variation of the stiffness of the ballast K_B as a function of its thickness H_B (Drafted from [15]).

choice of thickness in the range 0.30 [m] ($\theta_B=42^\circ$) a ballast stiffness is obtained about 4 times greater than the optimal value defined by PRUD'HOMME, ESVELD and LICHTBERGER (about $200 \cdot 10^6$ [N/m]).

Although followed by some Infrastructure Managers, the increase in the thickness of the ballast finds limited application due to the necessary height limitation imposed by the regulation of the limit gauge: in particular it is difficult, if not impossible, to use in metropolitan railway sites. In fact (see Fig. 8), for a friction angle $\theta_B=42^\circ$, a reduction in the stiffness of the ballast of about 15% is obtained passing from the value $h_B=0.30$ m to the value $h_B=0.45$ m.

The increase in the thickness of the ballast leads to gauge problems that could be managed, where possible, with reductions in the extension of the pantograph, and, in the tunnel track-bed, with the installation of the rigid catenary or a third rail feeding system.

The practice, sometimes used, of introducing an elastic element, of suitable stiffness, K_M , between the ballast and

Ballast Mass vs Ballast Height

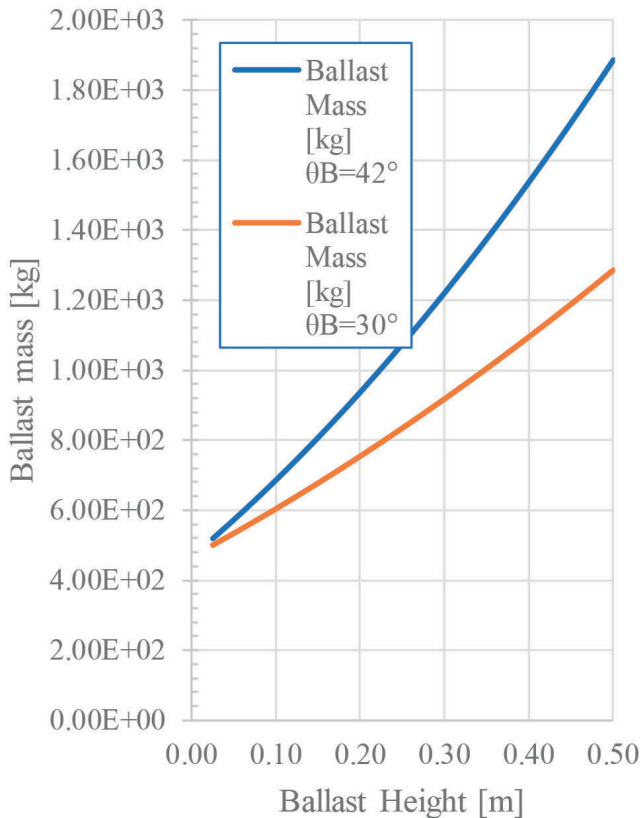


Figura 9 – Variazione della massa della massicciata m_B in funzione del suo spessore h_B (Elaborazione da [15]).
Figure 9 – Variation of the ballast mass m_B as a function of its thickness h_B (Drafted from [15]).

valore K_M (che assume il valore K'_M), che permette uno spostamento z_{pdf} congruente con i valori (circa 1.1 mm) forniti da ESVELD e da PRUD'HOMME, propri di un armamento in buone condizioni operative. La valutazione finale, definita come valore "limite superiore" o altrimenti "valore limite statico" della rigidità volumica K'_{MV} (espressa in $[N/mm^3]$) dell'elemento resiliente (materassino) con funzioni di mitigazione delle vibrazioni, si ottiene dal rapporto:

$$K'_{MV} = \frac{K'_M}{A_{LB}} \quad (12)$$

3.3.2.2. Limite dinamico alla rigidità di dispositivi elastomerici

K_T è la caratteristica di rigidità complessiva verticale dell'armamento che in assenza di materassino è definita dalla relazione:

the foundation, at the same time as restoring the original rigidity of the ballast, has a completely different constructive principle, but with the same dynamic effect.

Let us suppose then that due to water pollution and the consequent "pumping effect" caused by vehicular transit, the ballast has first decreased its supporting capacity (decrease in vertical stiffness due to crushing of the crushed stone) and then, as operation progresses, it has recompact the stone material for a height significantly lower than the design one with consequent increase in stiffness. The deterioration condition of the structure is such as to require complete restoration ($\theta_B = 30^\circ$ and $h_B = 0.20$ [m]). There is a sign of the problem also by the propagation of disturbing solid vibrations on the buildings adjacent to the railway site or by irregular jerking motion of passing vehicles. The restoration of the original elastic characteristics of the ballast ($\theta_B = 42^\circ$ and $h_B = 0.30$ [m]) must be accompanied by the introduction of an element that tends to take on the burden of "absorbing" the deformation energy content, ensuring structural stability of the ballast and at the same time acting as a "filter" to the propagation of solid vibrations of environmental disturbance, even in the event of premature stiffening of the ballast itself.

Let us consider the masses of the track equipment (brought together in a single parameter m_T) on a single stiffness K'_T , consisting of the three stiffnesses connected in series, that of the rail fastening device to the sleeper (K_F), of the ballast (K_B) to which, in order to mitigate vibrational problems, an elastomeric element (K'_M) is also added, interposed between the ballast and the foundation (Fig. 10). Relation (9) can also be rewritten in the form:

$$\sigma_{LB} = \frac{Q_B}{A_{LB}} = \frac{K'_T z_{pdf}}{A_{LB}} \quad (10)$$

The value of the parameter K'_T can be rapidly isolated from relation (10), which can be calculated as:

$$K'_T = \left(\frac{1}{K_F} + \frac{1}{K_B} + \frac{1}{K'_M} \right)^{-1} \quad (11)$$

Once the value h_B corresponds to a value K_B , for relations (4) and (5) and a stiffness value of the devices connecting the rail to the sleeper K_F has been chosen (see Tab. 2), from relations (10) and (11) the K_M value remains (which assumes the value K'_M), that allows a displacement z_{pdf} congruent with the values (about 1.1 mm) provided by ESVELD and PRUD'HOMME, typical of a permanent way in good operating conditions. The final evaluation, defined as the "upper limit" or otherwise "static limit value" of the volumetric stiffness K'_{MV} (expressed in $[N/mm^3]$) of the resilient element (mat) with vibration mitigation functions, is obtained from the relation:

$$K'_{MV} = \frac{K'_M}{A_{LB}} \quad (12)$$

$$K_T = \left(\frac{1}{K_F} + \frac{1}{K_B} \right)^{-1} \quad (13)$$

dove K_F e K_B sono note dalle precedenti considerazioni e relazioni analitiche.

L'armamento ferroviario, idealizzato come un sistema vibrante verticalmente (cfr. Fig. 10), possiede una frequenza propria di oscillazione o frequenza naturale f_N :

$$f_N = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \sqrt{\frac{i_D K_T}{m_0}} \quad (14)$$

dove m_0 è definita dalla relazione (5) e viene introdotto il fattore di irrigidimento dinamico i_D , come suggerito in [8] e [10], di valore variabile nell'intervallo 1.5÷2.0 mentre il valore della rigidità dell'armamento K_T deriva dalla (13), per la quale sono noti tutti i parametri.

La frequenza f_N può essere stimata teoricamente oppure misurata mediante rilievi sperimentali in linea, sull'armamento, oppure nelle zone adiacenti alla sede ferroviaria (piano stradale, edifici) negli istanti antecedenti o successivi al transito del materiale rotabile. Al transito del materiale rotabile alle suddette vibrazioni proprie dell'armamento si aggiungono quelle modificate dalla presenza delle masse non sospese e della sollecitazione imposta dalla ruota alla rotaia: la frequenza in questo caso (f'_N) risulta inferiore al valore della f_N , in funzione della tipologia di rodiggio.

La mitigazione delle vibrazioni indotte da transito ferroviario, per linea all'aperto o in galleria, può essere attuata mediante introduzione nella struttura dell'armamento di un elemento che operi da filtro per le vibrazioni. Dei due metodi descritti in precedenza, il primo (gestione della variabilità dell'altezza della massicciata, correlata alla rigidità verticale della stessa) risulta poco praticabile a causa dei citati limiti imposti verticalmente alla sagoma limite. Il secondo metodo, basato sull'inserimento di uno o più elementi elastici (un materassino resiliente tra la massicciata ed il sottofondo, oppure tra la traversa e la massicciata, oppure un elemento elastico tra la rotaia e la traversa) può costituire una valida soluzione al problema (Fig. 11). Gli effetti di mitigazione delle vibrazioni con l'introduzione di tali elementi strutturali, è documentata in [2], [3], [4], [6], [8], [10] e [17]. L'inserimento di tali elementi tende ad aumentare l'elasticità verticale del binario, e a parità di massa oscillante e di caratteristiche dinamiche della sollecitazione esterna applicata alla rotaia, a modificare la risposta vibrazionale del sistema (frequenza propria ed amplificazione di spostamenti, velocità, accelerazioni).

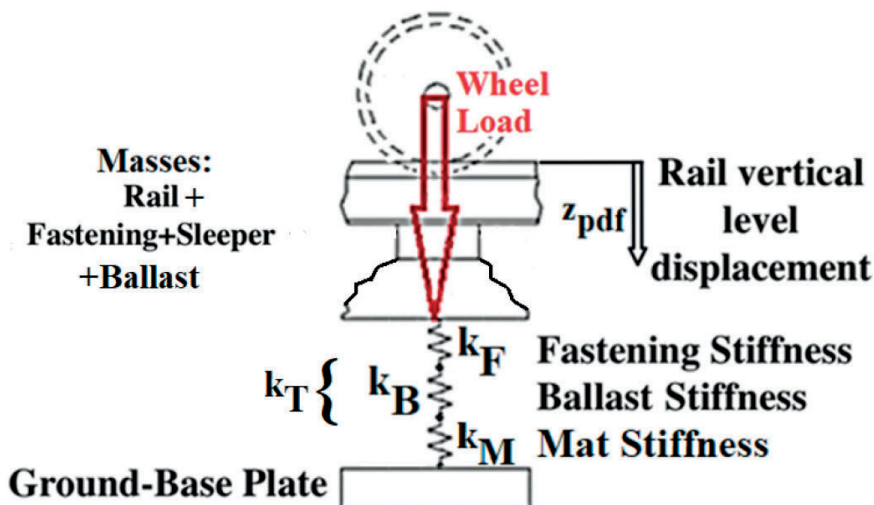


Figura 10 – Schema semplificato di armamento in un sistema oscillante verticalmente ad un grado di libertà.

Figure 10 – Simplified diagram of track equipment in a vertically oscillating system with one degree of freedom.

3.3.2.2. Dynamic limit to the stiffness of elastomeric devices

K_T is the overall vertical stiffness characteristic of the permanent way that in the absence of a mat is defined by the relation:

$$K_T = \left(\frac{1}{K_F} + \frac{1}{K_B} \right)^{-1} \quad (13)$$

where K_F and K_B are known from the above considerations and analytic relations.

The track, idealised as a vertically vibrating system (see Fig. 10), has a natural oscillation frequency or natural frequency f_N :

$$f_N = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \sqrt{\frac{i_D K_T}{m_0}} \quad (14)$$

where m_0 is defined by the relation (5) and the dynamic stiffening factor i_D is introduced, as suggested in [8] and [10], of variable value in the range 1.5÷2.0 while the value of the stiffness of the permanent way K_T derives from (13), for which all parameters are known.

The frequency f_N can be theoretically estimated or measured by means of experimental surveys on the line, on track, or in the areas adjacent to the railway site (road level, buildings) in the moments before or after the transit of the rolling stock. In addition to the aforementioned vibrations of the transit of the rolling stock there are those modified by the presence of unsprung masses and the stress imposed by the wheel on the rail: the frequency in this case (f'_N) is lower than the value of f_N , depending on the type of wheel arrangement.

Il grafico (cfr. Fig. 11) evidenzia come le tracce siano diversificate in base alla tipologia di posizionamento del dispositivo elastomerico nella struttura dell'armamento ferroviario. Nell'ambito del binario con massicciata, le riduzioni dei fenomeni vibratori dovuti all'inserimento di un elemento elastico tra traversa e massicciata (traccia in grigio) o tra massicciata e sottofondo (traccia in verde), appaiono soluzioni equivalenti. Diverse appaiono invece le risposte vibrazionali dei sistemi basati sull'utilizzo di un binario "massivo" a base fissa o flottante (traccia in rosso).

Durante il transito del materiale rotabile sul binario, la massa oscillante m_o risulta pari alla somma della massa dell'armamento m_T , e delle masse non sospese m_{NS} , corrispondenti alla metà dell'assile:

$$m_o = m_T + m_{NS} \quad (15)$$

Come già accennato i parametri fondamentali, che si tendono ad evidenziare nelle misure, sono la frequenza di vibrazione propria dell'armamento (f_N) e la frequenza propria di vibrazione del sistema veicolo-binario (f''_N) ed, in loro corrispondenza, i relativi rapporti di amplificazione delle ampiezze di spostamenti, velocità, e accelerazioni.

Concordemente ai requisiti forniti dalla normativa e dalla letteratura ([2], [3], [17]) appare opportuno scegliere, un abbattimento dei livelli di vibrazione di circa 10 [dB]. Per tale condizione si ha una riduzione delle ampiezze delle caratteristiche cinematiche (spostamenti, velocità, accelerazioni) pari al 70% (Fig. 12) nel moto non smorzato cui corrisponde una riduzione del valore di interesse della frequenza di vibrazione f_N del sistema di circa metà. Si noti che lo schema grafico indica esclusivamente un esempio degli effetti di riduzione delle risposte vibrazionali (frequenze proprie, quindi in assenza di transito veicolare) in caso di introduzione di un elemento elastico nella struttura del binario (riferimento "Track Mass").

È importante sottolineare che la nuova frequenza di vibrazione dell'armamento in presenza del veicolo, individuata per assicurare la desiderata mitigazione, deve essere superiore a 20 [Hz], per allontanare eventuali interazioni di risonanza tra le masse sospese del veicolo (nel campo di operatività delle sospensioni primarie) e quelle in dell'armamento (Fig. 13).

Avendo a disposizione misure di impatto vibrazionale ed identificando, con le attenzioni summenzionate, il contenuto armonico a maggior energia di deformazione in corrispondenza della frequenza f''_N (quindi vibrazioni originate durante il transito del veicolo), risulta possibile il calcolo della rigidità dell'armamento K_T che assume il valore di K''_T :

$$f''_N = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \sqrt{\frac{l_D K''_T}{m_o}} \quad (16)$$

Quindi fissato il valore f''_N otteniamo:

The mitigation of vibrations induced by rail transit, by open line or in tunnels, can be implemented by introducing an element that acts as a filter for vibrations in the structure of the track. Of the two methods described above, the first (management of the variability of the ballast height, related to the vertical stiffness of the same) is not practicable due to the aforementioned limits imposed vertically on the limit gauge. The second method, based on the introduction of one or more elastic elements (a resilient mat between the ballast and the foundation, or between the sleeper and the ballast, or an elastic element between the rail and the sleeper) can constitute a valid solution to problem (Fig. 11). The vibration mitigation effects with the introduction of such structural elements are documented in [2], [3], [4], [6], [8], [10] and [17]. The insertion of these elements tends to increase the vertical elasticity of the track, and with the same oscillating mass and dynamic characteristics of the external stress applied to the rail, to modify the vibrational response of the system (natural frequency and amplification of displacements, speeds, accelerations).

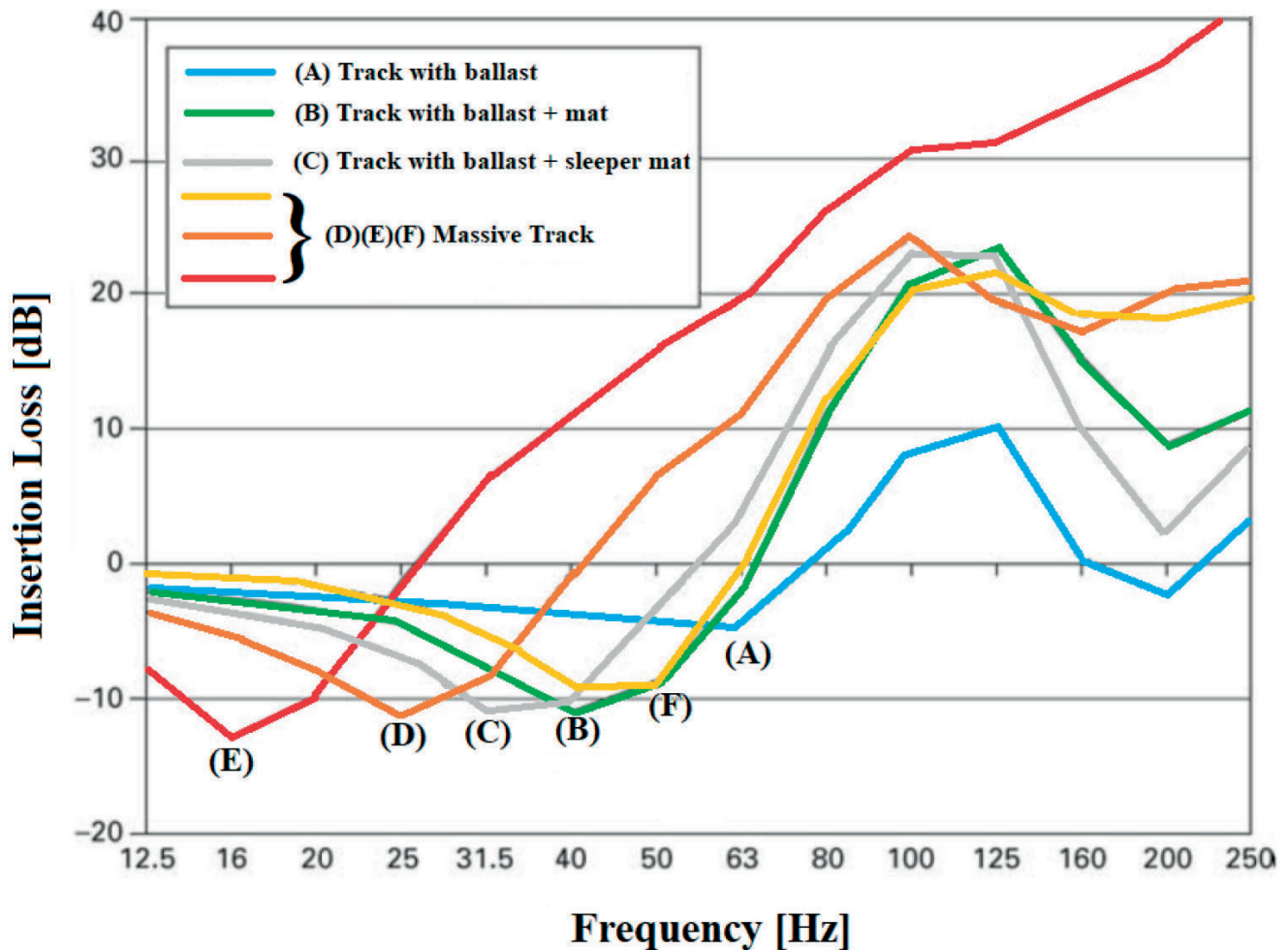
Graph (see Fig. 11) shows how the tracks are diversified according to the type of positioning of the elastomeric device in the structure of the track. In the context of the track with ballast, the reductions in vibratory phenomena due to the introduction of an elastic element between the sleeper and the ballast (track in grey) or between the ballast and the foundation (track in green), appear equivalent solutions. On the other hand, the vibrational responses of systems based on the use of a "massive" track with a fixed or floating base (track in red) appear to be different.

During the transit of rolling stock on the track, the oscillating mass m_o is equal to the sum of the mass of the track equipment m_T , and the unsprung masses m_{NS} , corresponding to half of the axle:

$$m_o = m_T + m_{NS} \quad (15)$$

As already mentioned, the fundamental parameters, which tend to be highlighted in the measurements, are the vibration frequency of the track (f_N) and the vibration frequency of the vehicle-track system (f''_N) and, in their correspondence, the relative amplification ratios of the amplitudes of displacements, speeds, and accelerations.

In accordance with the requirements provided by legislation and literature ([2], [3], [17]) it seems appropriate to choose a reduction of the vibration levels of about 10 [dB]. For this condition there is a reduction of the amplitudes of the kinematic characteristics (displacements, speeds, accelerations) equal to 70% (Fig. 12) in the undamped motion that corresponds to a reduction by about half of the value of interest of the vibration frequency f_N of the system. Note that the graphic diagram only shows an example of the reduction of vibrational responses (natural frequencies, therefore in the absence of vehicular transit) in case of introduction of an elastic element in the track structure ("Track Mass" reference).



(Fonte - Source: [17])

Figura 11 – Diagramma del decadimento del disturbo vibrazionale (Insertion Loss) indotto da transito veicolare su zone limitrofe alla sede ferroviaria poste ad una distanza di 25 m..

Figure 11 – Diagram of the decay of vibrational disturbance (Insertion Loss) induced by vehicular transit on areas adjacent to the railway site located at a distance of 25 m..

$$i_D K''_T = f''_N{}^2 (2\pi)^2 m_0 \quad (17)$$

Tale impostazione può essere utilizzata per la progettazione o la scelta dell'elemento elastico (materassino) da inserire nella struttura dell'armamento e per la definizione del valore di rigidezza K_M che assume il valore di K''_M .

Infine, come per il calcolo del modulo di rigidezza statica volumica del materassino, è possibile applicare ancora la relazione (12), nella forma:

$$f_N = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \sqrt{\frac{i_D K''_T}{m_0}} \quad (18)$$

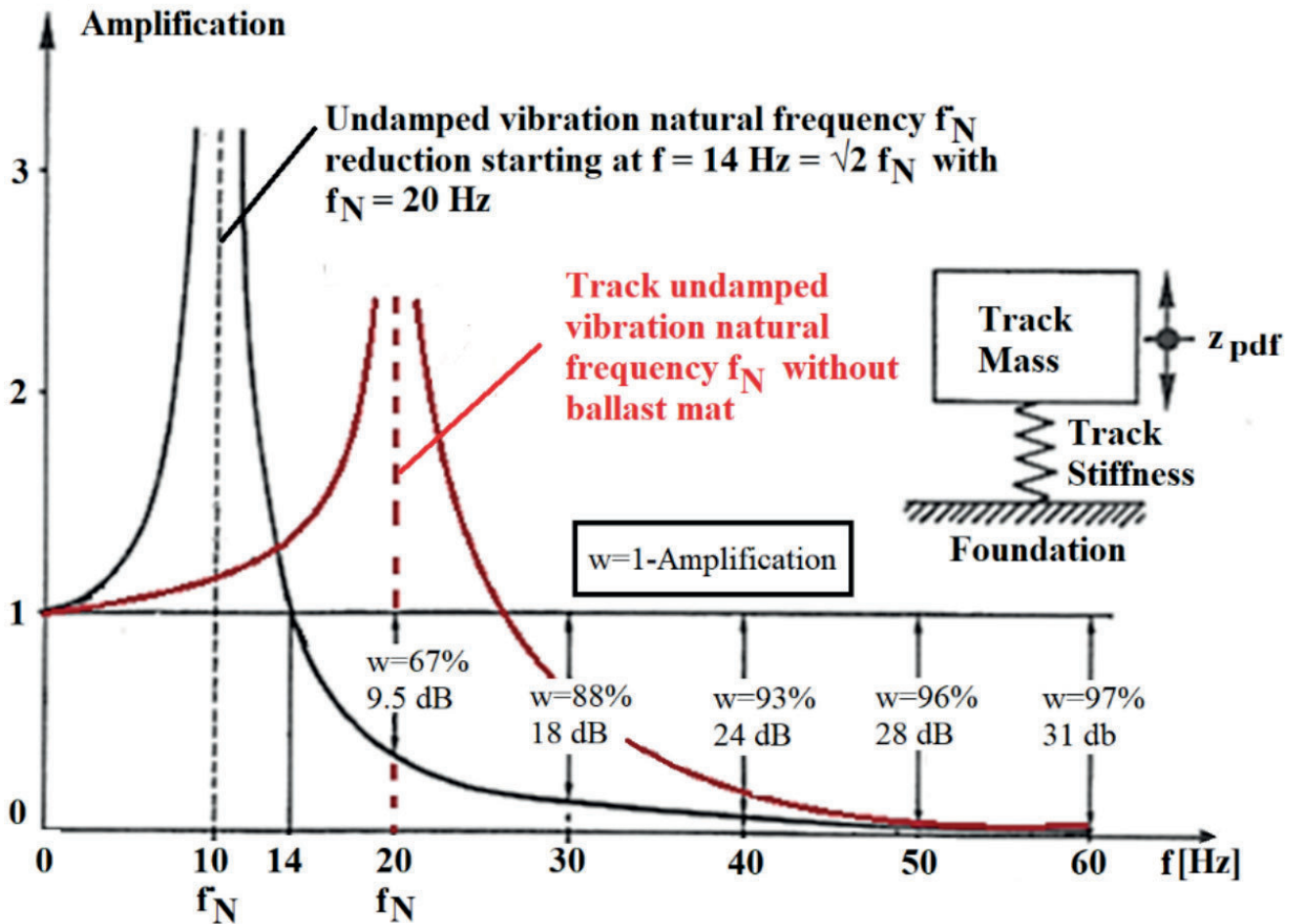
Questo valore K''_{MV} , valido per rotaia (per binario si otterrebbe un valore doppio), rappresenta un "limite inferiore" o altrimenti "valore limite dinamico" della rigidezza volumica K_{MV} (espressa in $[N/mm^3]$) dell'elemento resi-

It is important to underline that the new vibration frequency of the permanent way in the presence of the vehicle, identified to ensure the desired mitigation, must be higher than 20 [Hz], to remove any resonant interactions between the sprung masses of the vehicle (in the operating range of the primary suspensions) and those of the track (Fig. 13).

With vibrational impact measurements and identifying, with the aforementioned consideration, the harmonic content with higher deformation energy at frequency f''_N (therefore vibrations originating during the transit of the vehicle), the stiffness of the track K_T can be calculated which assumes the value of K''_T :

$$f''_N = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \sqrt{\frac{i_D K''_T}{m_0}} \quad (16)$$

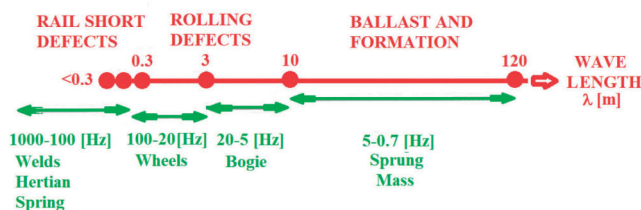
So having set the value f''_N we have:



(Fonte - Source: [2])

Figura 12 – Esempio teorico dimostrativo degli effetti derivanti dalla introduzione di un materassino elastico (amplificazione di spostamenti verticali, caso in assenza di smorzamento): diminuzione della frequenza propria f_N da 20 Hz a $f'_N = 10$ Hz.

Figure 12 – Demonstrative theoretical example of the effects deriving from the introduction of an elastic mat (amplification of vertical displacements, case in the absence of damping): decrease of the natural frequency f_N from 20 Hz to $f'_N = 10$ Hz.



(Fonte - Source: [2])

Figura 13 – Sorgenti di eccitazione vibrazionale del sistema armamento-veicolo (in transito alla velocità v) in relazione alla frequenza (f) ed alla lunghezza d'onda ($\lambda=v/f$).
Figure 13 – Sources of vibrational excitation of the track-vehicle system (in transit at speed v) in relation to frequency (f) and wavelength ($\lambda=v/f$).

$$i_D K''_T = f_N^2 (2\pi)^2 m_0 \quad (17)$$

This setting can be used for the design or choice of the elastic element (mat) to be introduced in the structure of the track and for the definition of the stiffness value K_M that assumes the value of K''_M .

Finally, as for the calculation of the volumetric static stiffness module of the mat, the relation (12) can again be applied, in the form:

$$f_N = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \sqrt{\frac{i_D K_T}{m_0}} \quad (18)$$

This K''_{MV} value, valid for rail (a double value would be

liente (materassino) indirizzato alla scelta da parte del progettista della caratteristica elastica del materassino da installare tra la massicciata ed il sottofondo.

4. Il caso di studio

Nell'ambito di una ricerca [20] sull'individuazione dei parametri fondamentali di rigidità verticale dell'armamento ferroviario classico sono stati analizzati modelli teorici e dati sperimentali misurando spostamenti verticali del piano del ferro, delle traverse e relative caratteristiche cinematiche vibrazionali.

Sono stati considerati inoltre gli effetti di mitigazione delle vibrazioni, di un materassino resiliente posato tra la massicciata ed il sottofondo (Fig. 14). Il problema, le procedure, i dati ed i risultati sono stati oggetto di pubblicazione nella Tesi di Dottorato in Ingegneria dei Trasporti [20].

È stata inoltre sviluppata un'applicazione (Fig. 15) sulla base delle indicazioni analitiche sviluppate da K. KNOTHE [5], per il calcolo delle funzioni di trasferimento delle sollecitazioni imposte dal transito del veicolo ferroviario.

L'applicazione produce risultati (spostamenti verticali dell'armamento, funzioni di trasmissibilità delle vibrazioni all'interno del sistema veicolo-via), al variare della architettura costruttiva dell'armamento (inerzie, rigidità e smorzamenti), della geometria di rodiggio, delle caratteristiche Hertziane di contatto ruota-rotaia e della velocità di transito. La descrizione dell'applicazione esula dagli scopi della presente memoria e viene accennata come soluzione codificata del problema. I risultati, documentati in [20], possono essere utilizzati in questa sede come dati di confronto per la metodologia proposta ed essere così riepilogati:

- Spostamenti statici verticali del piano del ferro mediamente fino a 5 volte il valore iniziale (da 1.0 [mm] a 5 [mm]), misurati a veicolo fermo per 12 ore.
- Spostamenti verticali del piano del ferro dovuti al transito del materiale rotabile a seguito della installazione del materassino tra la massicciata ed il sottofondo (da 0.12 [mm] a 1.2 [mm] mediamente).
- Frequenza di vibrazione propria dell'armamento in condizione strutturale "a nuovo" rilevata durante il transito del veicolo prima della installazione del materassino nell'intervallo 50÷60 [Hz] mediamente.
- Frequenze di vibrazione propria dell'armamento rilevata durante il

obtained for rail), represents a "lower limit" or otherwise "dynamic limit value" of the volumetric stiffness K_{MV} (expressed in [N/mm³]) of the resilient element (mat) addressed to the designer's choice of the elastic characteristic of the mat to be installed between the ballast and the foundation.

4. Case Study

As part of a research [20] on the identification of the fundamental parameters of vertical stiffness of the classical track equipment, theoretical models and experimental data were analysed by measuring vertical displacements of the upper surface of the rail, of the sleepers and related vibrational kinematic characteristics.

The vibration mitigation effects of a resilient mat placed between the ballast and the foundation were also considered (Fig. 14). The problem, the procedures, the data and the results were published in the PhD thesis in Transport Engineering [20].

An application was also developed (Fig. 15) on the basis of the analytical indications developed by K. KNOTHE [5], for the calculation of the stress transfer functions imposed by the transit of the railway vehicle.

The application produces results (vertical displacements of the track, functions of transmissibility of vibrations within the vehicle-track system), as the construction architecture of the track (inertia, stiffness and damping), the wheel arrangement geometry, the Hertzian characteristics of wheel-rail contact and transit speed vary. The description of the application is beyond the scope of this essay and is mentioned as a coded solution to the problem. The results, documented



Figura 14 – Vista della vasca di contenimento della sede ferroviaria, dalla quale è stata rimossa la massicciata ed installato un materassino resiliente [20].
Figure 14 – View of the containment tank of the railway site, from which the ballast has been removed and a resilient mat installed [20].

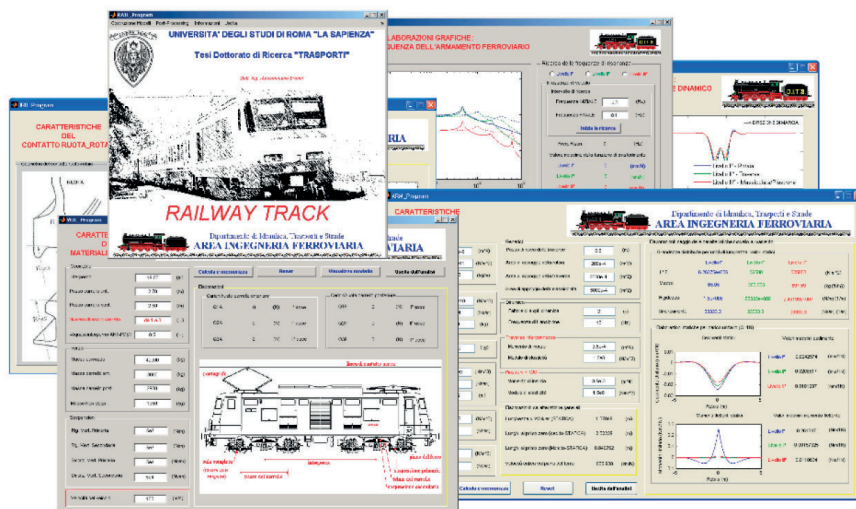


Figura 15 – Le “finestre” di gestione delle caratteristiche strutturali del sistema veicolo-via sviluppati nell’applicazione “Railway Track” [20].

Figure 15 – Management “windows” of the structural characteristics of the vehicle-way system developed in the “Railway Track” application [20].

transito del veicolo dopo l’installazione del materassino nell’intervallo 24÷35 [Hz] mediamente.

Consideriamo quindi un veicolo (motrice T.A.F.) a due carrelli e quattro assi (Tab. 3). Per applicazione della sovrapposizione degli effetti di due assi attigui per carrello, abbiamo $Q_w=53.2$ [kN] circa. Le masse non sospese relative al rodiggio siano stimate mediamente pari a $m_{NS}=500$ [kg], valore per rotaia e per ruota.

Individuiamo allora come valore di riferimento cinematico funzionale dell’armamento (cfr. Tab. 2) lo spostamento verticale del piano del ferro $z_{pdf}=1.1$ [mm] provocato da una sollecitazione per ruota $Q_w=53.2$ [kN]. Tale valore differisce circa del 10% dalla sollecitazione sulla rotaia individuata da PRUD’HOMME. Tale differenza si ripercuote nella stima del valore z_{pdf} di indirizzo della soluzione (da 1.0 mm ad 1.1 mm, per ipotizzata linearità del comportamento dei materiali. La differenza (10%) con il valore stimato da PRUD’HOMME $z_{pdf}=1.0$ [mm] dipende dalla specializzazione dei valori per il caso in studio (sollecitazione applicata dalla ruota alla rotaia, masse dell’armamento, stima degli angoli di attrito).

Si effettua l’analisi con riferimento ai seguenti dati relativi ad una rotaia: binario con armamento convenzionale, su massicciata, armato con rotaie da $m_{Rot}=60$ [kg/m], con metà traversa in cap di massa di $m_s=120$ [kg] e passo di posa $s_s=0.6$ [m].

La rotaia, la cui massa gravante su una traversa vale $m_R=36$ [kg] è collegata alla traversa mediante attacco elastico comune avente massa $m_F=10$ [kg] circa. La traversa è annegata ed appoggiata sul pietrisco della massicciata (idealizzato come materiale omogeneo ed isotropo, sebbene non coerente).

in [20], can be used here as comparative data for the proposed methodology and can be summarised as follows:

- Vertical static displacements of the upper surface of the rail on average up to 5 times the initial value (from 1.0 [mm] to 5 [mm]), measured with the vehicle stationary for 12 ho. rs.
- Vertical displacements of the upper surface of the rail due to the transit of rolling stock following the installation of the mat between the ballast and the foundation (from 0.12 [mm] to 1.2 [mm] on average).
- Frequency of vibration of the track in “as new” structural condition detected during the transit of the vehicle before the installation of the mat in the interval 50÷60 [Hz] on average.
- Vibration frequencies of the permanent way detected during the transit of the vehicle after the installation of

the mat in the range of 24÷35 [Hz] on average.

Let us therefore consider a vehicle (T.A.F. engine) with two bogies and four axles (Tab. 3). By applying the superposition of the effects of two adjacent axles per bogie, we have $Q_w=53.2$ [kN] approximately. The unsprung masses relating to the wheel arrangement are estimated on average to be equal to $m_{NS}=500$ [kg], value per rail and per wheel.

Let us then identify as the functional kinematic reference value of the track (see Tab. 2) the vertical displacement of the upper surface of the rail $z_{pdf}=1.1$ [mm] caused by a stress per wheel $Q_w=53.2$ [kN]. This value differs by about 10% from the stress on the rail identified by PRUD’HOMME. This difference is reflected in the estimate of the address value z_{pdf} of the solution (from 1.0 mm to 1.1 mm, for hypothesised linearity of the behaviour of the materials. The difference (10%) with the value estimated by PRUD’HOMME $z_{pdf}=1.0$ [mm] depends on the specialisation of the values for the case under study (stress applied by the wheel to the rail, masses of the track, estimate of the friction angles).

The analysis is carried out with reference to the following data relating to a rail: rail with conventional track equipment, on ballast, reinforced with $m_{Rot}=60$ [kg/m] rails, with half sleeper in prestressed reinforced concrete with mass of $m_s=120$ [kg] and installation spacing $s_s=0.6$ [m].

The rail, the mass of which weighing on a sleeper is $m_R=36$ [kg], is connected to the sleeper by a common elastic coupling with a mass of approximately $m_F=10$ [kg]. The sleeper is drowned and rested on the rubble of the ballast (idealised as homogeneous and isotropic material, although not coherent).

The data are completely generic and referable to mean geometric and elastic values of the structures used in the

I dati sono del tutto generici e riferibili a valori medi, geometrici ed elastici, delle strutture utilizzate nella costruzione dell'armamento ferroviario classico. Per il valore dell'angolo θ_B si ipotizzi una massicciata "a nuovo" e "in condizioni di imminente rinnovo":

- $\theta_B = 7.3 \cdot 10^{-1}$ [rad] 42° (a nuovo);
- $\theta_B = 5.2 \cdot 10^{-1}$ [rad] 30° (imminente rinnovo);
- $E_B = 130.0 \cdot 10^6$ [N/m²];
- $S_L = 1.25$ [m];
- $S_W = 0.25$ [m];
- $\rho_B = 1.5 \cdot 10^3$ [kg/m³];
- $A_{LB} = 1.40$ [m²].

La rigidezza verticale K_B della massicciata (cfr. Fig. 8), mantenendo costanti tutti gli altri parametri (modulo elastico apparente E_B e densità volumetrica ρ_B), in base alla analisi di AHLBECK risulta diminuire all'aumentare dello spessore h_B . Diversa variabilità può essere mostrata in forma di diagramma per la massa m_B della massicciata (cfr. Fig. 9).

I dati forniti in [20] e quelli sopra stimati permettono il calcolo della sollecitazione statica agente sul sottofondo mediante la relazione (5): $Q_B=65.6$ [kN]. Ad esso, per uno spostamento $z_{pdf}=1.1 \cdot 10^{-3}$ [m] corrisponde una rigidezza complessiva di armamento durante il transito del veicolo di $K_T=60.0 \cdot 10^6$ [N/m].

Per uno spessore di massicciata $h_B=0.30$ [m], il modello di AHLBECK et al. (1975) ripreso in [15] fornirebbe il valore $K_B (=296 \cdot 10^6$ [N/m]) e quello della massa della massicciata $m_B (=1.1 \cdot 10^3$ [kg]) per rotaia. La scelta del valore (Tab. 2), in relazione alla rigidezza degli attacchi forniti da ESVELD, conclude la definizione della rigidezza verticale totale dell'armamento come composizione in serie delle rigidezze di massicciata e di attacco. A tale proposito si noti comunque che il valore suggerito da ESVELD per tale parametro, in funzione dell'utilizzo di traverse in cap, risulta pari a $K_F=200 \cdot 10^6$ [N/m]. L'utilizzo delle relazioni dalla (4) alla (11) conduce alla stima di una rigidezza del materassino da installare tra la massicciata ed il sottofondo $K'_M=120.0 \cdot 10^6$ [N/m], mentre dalla relazione (12) otteniamo la rigidezza volumica $K'_{MV}=86.2 \cdot 10^6$ [N/m³]=0.086 [N/mm³].

Questa stima rappresenta il valore definito in precedenza come "limite superiore" o altrimenti "limite statico" della rigidezza volumica dell'elemento resiliente (materassino) con funzioni di mitigazione delle vibrazioni.

Come accennato precedentemente, i rilievi sperimentali, evidenziano una maggior amplificazione delle caratteristiche cinematiche vibrazionali per una frequenza nell'intervallo 50÷60 [Hz] durante il transito del treno. Tale dato si ritrova nella valutazione teorica della frequenza $f_N=58$ [Hz] (dove si è ipotizzato un fattore di irrigidimento dinamico $i_D=2$). Questo valore è stimato me-

Tabella 3 – Table 3
Caratteristiche del materiale rotabile [20]
Characteristics of rolling stock [20]

Parametro Parameter	Valore Value	S.I.
Passo del carrello motore Leading bogie wheelsets distance	2700	mm
Passo del carrello portante Trailing bogie wheelset distance	2550	mm
Interperno Bogies distance	18590	mm
Massa della cassa del veicolo motore Loading mass body trailing vehicle module	43000	kg
Massa del carrello motore Leading bogie mass	12000	kg
Massa del carrello portante Trailing bogie mass	7000	kg

construction of the classic track. For the value of the angle θ_B a "new" ballast and "in conditions of imminent renewal" is assumed:

- $\theta_B = 7.3 \cdot 10^{-1}$ [rad] 42° (new);
- $\theta_B = 5.2 \cdot 10^{-1}$ [rad] 30° (upcoming renewal);
- $E_B = 130.0 \cdot 10^6$ [N/m²];
- $S_L = 1.25$ [m];
- $S_W = 0.25$ [m];
- $\rho_B = 1.5 \cdot 10^3$ [kg/m³];
- $A_{LB} = 1.40$ [m²].

The vertical stiffness K_B of the ballast (see Fig. 8), keeping all the other parameters constant (apparent elastic modulus E_B and volumetric density ρ_B), on the basis of Ahlbeck's analysis decreases as the thickness h_B increases. Different variability can be shown in the form of a diagram for the ballast mass m_B (see Fig. 9).

The data provided in [20] and those estimated above allow calculating the static stress acting on the foundation by means of the relation (5): $Q_B=65.6$ [kN]. A displacement $z_{pdf}=1.1 \cdot 10^{-3}$ [m] corresponds to an overall permanent way rigidity of $K_T=60.0 \cdot 10^6$ [N/m] during the transit of the vehicle.

For a ballast thickness $h_B=0.30$ [m], the model by AHLBECK et al. (1975) taken up in [15] would provide the value $K_B (=296 \cdot 10^6$ [N/m]) and that of the ballast mass $m_B (=1.1 \cdot 10^3$ [kg]) per rail. The choice of the value (Tab. 2), in relation to the stiffness of the couplings supplied by ESVELD, concludes the definition of the total vertical stiffness of the track as a series composition of the ballast and of coupling stiffnesses. In this regard, however, it should be noted that the value suggested by ESVELD for this parameter, depending on the use of sleepers in prestressed concrete, is equal to $K_F=200 \cdot 10^6$ [N/m]. The use of relations from (4) to (11) leads to the estimation of a stiffness of the mat to be

dante la relazione (14), dove alle masse dell'armamento si sono aggiunte le masse m_{NS} non sospese del veicolo (ripartizione per ruota). Ricordiamo che la massa del sistema oscillante armamento+veicolo vale circa $m_o=1800$ [kg] (stima del valore medio, per rotaia, delle masse non sospese relative al veicolo, $m_{NS}=500$ [kg]), mentre la rigidità dell'armamento, calcolabile con la relazione (13) vale circa $K''_T=120.0 \cdot 10^6$ [N/m] (generata dalla rigidità serie del dispositivo di attacco della rotaia sulla traversa e dalla rigidità di massicciata).

Si ipotizza un abbattimento delle caratteristiche cinematiche delle vibrazioni indotte dal transito del materiale rotabile e propagantesi dalla sede ferroviaria di circa 10 [dB]. Tale decremento (cfr. Fig. 12), corrisponde ad una diminuzione di circa il 70% delle ampiezze dei parametri cinematici (spostamenti, velocità, accelerazioni), e ad una diminuzione della frequenza relativa alla vibrazione di maggior disturbo. Tuttavia, tale diminuzione non può ritenersi libera da vincoli (cfr. Fig. 13): le condizioni di risonanza con elementi oscillanti dei veicoli in transito devono essere evitate (Cfr. Fig. 13). Una riduzione del livello di vibrazione pari a 10 [dB] induce a stimare come nuova frequenza f''_N attesa di armamento un valore nell'intervallo 30 [Hz]÷35 [Hz], in condizione di transito del materiale rotabile. A tale frequenza fa riscontro un nuovo valore di rigidità complessiva K''_T dell'armamento calcolabile mediante la relazione (16). Scelta una frequenza limite di $f''_N=30$ [Hz], si trova $K''_T=31.9 \cdot 10^6$ [N/m]. L'utilizzo della relazione (11), nella quale si sostituiscono rispettivamente i parametri K'_T con il parametro K''_T e K'_M con K''_M (incognito), e mantenendo le proprietà del dispositivo di collegamento della rotaia alla traversa (K_F) e della massicciata (K_B), consente di calcolare $K''_M = 39.4 \cdot 10^6$ [N/m]. Infine, il rapporto (18) termina la procedura di calcolo fornendo $K''_{MV} = 0.031$ [N/mm³].

Il valore K''_{MV} rappresenta un "limite inferiore" o altrimenti definibile come "valore limite dinamico" della rigidità volumica K_{MV} dell'elemento resiliente indirizzato alla scelta da parte del progettista della caratteristica elastica del materassino da installare tra la massicciata ed il sottofondo.

5. Conclusioni

Questa memoria nasce dagli studi consolidati dell'evoluzione della tecnica e del pensiero scientifico sull'interazione veicolo-binario ([27], [28], [29], [30], [31]) ed è proposta come approccio teorico per una modellazione rapida del fenomeno vibratorio del binario indotto dal transito veicolare.

La memoria propone una metodologia di individuazione delle caratteristiche elastiche del binario di un armamento ferroviario classico su massicciata al fine di mitigare eventuali disturbi vibrazionali trasmessi alle aree

installed between the ballast and the foundation $K'_M = 120.0 \cdot 10^6$ [N/m], while from relation (12) the volume stiffness $K'_{MV} = 86.2 \cdot 10^6$ [N/m³] = 0.086 [N/mm³] is obtained.

This estimate represents the value previously defined as "upper limit" or otherwise "static limit" of the volume stiffness of the resilient element (mat) with vibration mitigation functions.

As previously mentioned, the experimental measurements show a greater amplification of the vibrational kinematic characteristics for a frequency in the 50÷60 [Hz] interval during the transit of the train. This data is found in the theoretical evaluation of the frequency $f_N=58$ [Hz] (where a dynamic stiffening factor $i_D=2$ is assumed). This value is estimated by means of relation (14), where the masses m_{NS} of the permanent way are added to the unsprung masses of the vehicle (distribution by wheel). We should bear in mind that the mass of the track+vehicle oscillating system is approximately $m_o=1800$ [kg] (estimate of the average value, per rail, of the unsprung masses relating to the vehicle, $m_{NS}=500$ [kg]), while the rigidity which can be calculated with relation (13) is approximately $K''_T=120.0 \cdot 10^6$ [N/m] (generated by the series stiffness of the rail fastening device on the sleeper and by the ballast stiffness).

A reduction of the kinematic characteristics of the vibrations induced by the transit of the rolling stock and propagating from the railway site of about 10 [dB] is assumed. This decrease (see Fig. 12) corresponds to a decrease of about 70% of the amplitudes of the kinematic parameters (displacements, speeds, accelerations), and to a decrease in the frequency related to the vibration of greatest disturbance. However, this decrease cannot be considered free from constraints (see Fig. 13): conditions of resonance with oscillating elements of vehicles in transit must be avoided (see Fig. 13). A reduction of the vibration level equal to 10 [dB] leads to estimate as the new expected frequency f''_N for the track a value in the interval 30 [Hz]÷35 [Hz], in transit conditions of the rolling stock. This frequency is matched by a new value of overall stiffness K''_T of the permanent way which can be calculated by means of relation (16). Having chosen a limit frequency of $f''_N=30$ [Hz], we find $K''_T=31.9 \cdot 10^6$ [N/m]. The use of relation (11), in which the parameters K'_T are respectively replaced with the parameter K''_T and K'_M with K''_M (unknown), and maintaining the properties of the device for connecting the rail to the sleeper (K_F) and the ballast (K_B), allows calculating $K''_M = 39.4 \cdot 10^6$ [N/m]. Finally, the ratio (18) ends the calculation procedure by providing $K''_{MV} = 0.031$ [N/mm³].

The K''_{MV} value represents a "lower limit" or otherwise defined as the "dynamic limit value" of the volumetric stiffness K_{MV} of the resilient element addressed to the choice by the designer of the elastic characteristic of the mat to be installed between the ballast and the foundation.

5. Conclusions

This essay is fruit of the consolidated studies of the evolution of technique and scientific thought on vehicle-track

limitrofe la sede ferroviaria. La bibliografia esaminata permette di considerare uno stato tensionale (pressione) pressoché costante sul sottofondo in direzione longitudinale, causato dalla sollecitazione della singola ruota.

Le soluzioni usualmente adottate per la mitigazione degli effetti delle vibrazioni sono costituite da un incremento dello spessore della massicciata oppure dalla interposizione di elementi costruttivi di materiale resiliente (materassini elastici, piastre elastiche). La prima soluzione risulta non sempre applicabile per vincoli di sagoma. La seconda soluzione è stata considerata nel presente lavoro e conduce alla definizione di un intervallo di valori della rigidità di un elemento elastico (materassino resiliente) da interporre tra la massicciata ed il sottofondo. I limiti di tale intervallo sono ricavati imponendo il massimo spostamento verticale sotto carico del piano del ferro (limite superiore o statico) e fissando la frequenza di vibrazione propria del binario (limite inferiore o dinamico).

La metodologia proposta costituisce un possibile approccio alla progettazione e controllo vibrazionale di una linea ferroviaria. Esso si basa su modelli di comportamento dell'armamento ferroviario validati nell'ambito di pluridecennali attività e rilievi sperimentali. Gli approcci statico e dinamico proposti considerano il comportamento complessivo dell'armamento nelle diverse fasi operative (effetti deformativi e vibrazionali). La generalizzazione e la semplicità applicativa del modello possono favorirne l'utilizzazione nelle situazioni in cui si ricerca un rapido indirizzo di valutazione per interventi volti alla mitigazione delle vibrazioni prodotte dal transito del materiale rotabile.

interaction ([27], [28], [29], [30], [31]) and is proposed as a theoretical approach for rapid modelling of the vibratory phenomenon of the track induced by vehicular transit.

The paper proposes a methodology for identifying the elastic characteristics of the track of a classic track on ballast in order to mitigate any vibrational disturbances transmitted to the areas adjacent to the railway site. The bibliography examined allows us to consider an almost constant stress condition (pressure) on the foundation in the longitudinal direction, caused by the stress of the single wheel.

The solutions usually adopted to mitigate the effects of vibrations are constituted by an increase in the thickness of the ballast or by the interposition of constructive elements of resilient material (elastic mats, elastic plates). The first solution is not always applicable for gauge constraints. The second solution was considered in this work and leads to the definition of a range of values of the stiffness of an elastic element (resilient mat) to be interposed between the ballast and the foundation. The limits of this interval are obtained by imposing the maximum vertical displacement under load of the upper surface of the rail (upper or static limit) and fixing the frequency of the track's own vibration (lower or dynamic limit).

The proposed methodology constitutes a possible approach to the design and vibrational control of a railway line. It is based on railway superstructure behaviour models validated in the context of decades-long activities and experimental surveys. The static and dynamic approaches proposed consider the overall behaviour of the track in the different operational phases (deformation and vibrational effects). The generalisation and simplicity of application of the model can promote its use in situations in which a rapid evaluation approach is sought for interventions aimed at mitigating the vibrations produced by the transit of rolling stock.

BIBLIOGRAFIA - REFERENCES

- [1] ALIAS J., (1977), *"La voie ferrée. Technique de Construction et d'entretien"*, Eyrolles, Parigi.
- [2] ESVELD C., (2001), *"Modern railway track – 2nd Edition"*, MRT Productions, Zaltbommel 2001.
- [3] LICHTBERGER B., (2003), *"Handbuch Gleis, Unterbau, Oberbau Instandhaltung, Wirtschaftlichkeit"* Tetzlaff Verlag, Hamburg 2003.
- [4] POPP K., SCHIEHLEN W., (2003), (Sds), *"System dynamics and long term behaviour of railway vehicles, track and subgrade – Lecture Notes in applied Mechanics"*, Vol. 6, Springer Verlag, Berlin, 2003.
- [5] KNOTHE K., (2001), *"Gleisdynamik"*. Ernst & Sohn, Berlino.
- [6] UNI 11389, (2011), *"Vibrazioni - Valutazione del comportamento statico e dinamico di sistemi di armamento ferrotorrenviario"*, Febbraio, Parte 1, Parte 2, Parte 3 e Parte 4.
- [7] BONO G., FOCACCI C., LANNI S., (1997), *"La sovrastruttura ferroviaria"*, Edizioni CIFI, Roma.
- [8] PEZZOLI P., (2004), *"Le vibrazioni indotte dal traffico su rotaia e tecniche di previsione"*, Ingegneria Ferroviaria, Giugno, Ed. Cifi, Roma.
- [9] TASSILLY E., VINCENT N., (1989), *"Prevision et controles des vibration transmises au soil par le trains"*. Revue General des Chemins de Fer, 108, pp. 11-19 9.
- [10] UNI 11059 *"Materassini elastomerici per armamenti ferroviari"* Ed. UNI, Roma 2013.
- [11] *"Linea A"* Brochure Intermetro, 1981.

- [12] ACCATTATIS F.D.M., COLETTI G., CORRIDORI A., MALAVASI G., (1991), Le vibrazioni dell'armamento ferroviario. IF Ingegneria Ferroviaria, Edizioni CIFI, Maggio.
- [13] PRUD'HOMME M., "La voie", RGCF Aprile 1974.
- [14] FASTENRATH F., "Die EisenbahnSchiene", Ernst&Sohn, Berlino 1977.
- [15] SUN Y.Q., DHANASEKAR M., "A dynamic model for the vertical interaction of the rail track and wagon system", International Journal of Solids and Structures 39, (2002) 1337-1359.
- [16] BRUNER M., CIOFFI E., CORAZZA G.R., KAJON G., "Modelli analitici di armamento e loro impiego nello studio del degrado della via", Ingegneria Ferroviaria n.11, Novembre 2005, Edizioni CIFI.
- [17] LEWIS R., OLOFSSON U., "Wheel-rail interface handbook", Published by Woodhead Publishing Limited, Abington Hall, Granta Park, Great Abington, Cambridge CB21 6AH, UK, 2009.
- [18] BRUNER M., CORTIS D., MALAVASI G., (2020), "Development of a wayside measurement system for the evaluation of wheel-rail lateral contact force", Measurement 159 (2020) 107786.
- [19] BRUNER M., CATENA M., CORTIS D., MALAVASI G., ROSSI S., (2016) "Estimation of the wheel-rail lateral contact force through the analysis of the rail web bending strains", Measurement 12.
- [20] BRUNER M., (2006), "Modello numerico dell'armamento ferroviario e di interazione con il veicolo", Tesi di Dottorato di Ricerca In Ingegneria dei trasporti, "Sapienza" Università di Roma, (ex Dipartimento di Idraulica, Trasporti e Strade - DITS) Dipartimento di Ingegneria civile, Edile ed Ambientale - DICEA. Relatori Prof. Ing. CORAZZA G.R e Prof. Ing. MALVASI G., Roma.
- [21] BONADERO A., (1982), "Metodi statistici e dinamica Ferroviaria", Ingegneria Ferroviaria, n. 11, Edizioni CIFI, Novembre.
- [22] EN 13674-1, "Railway applications - Track - Rail - Part 1: Vignole railway rails 46 kg/m and above", Ultima Edizione.
- [23] GOBEL C., RICHTER F., (1988), "Eisenbahn-unterbau", Transpress VEB Verlag für Verkehrswesen, 184 S., Abb., Tab., Lit.
- [24] KERR A.D., (2013), "On the determination of the rail support modulus k ", International Journal of Solids and Structures 37 (2000) 4335÷4351.
- [25] RFI TCAR ST AR 01 001 D "Standard di qualità geometrica del binario e parametri di dinamica di marcia per velocità fino a 300 km/h, Rete Ferroviaria Italiana.
- [26] EN 13848-1,2,3,4,5:2019, "Railway applications - Track - Track geometry quality - Part 1: Characterization of track geometry".
- [27] BRUNER M., CORAZZA G.R., (2018), "Note sullo sviluppo di un pensiero scientifico originale nelle ferrovie La marcia in rettilineo e in curva - Notes on the development of an original scientific thought in the rail system Running on a straight track and cornering", Ingegneria Ferroviaria, n. 9, Edizioni CIFI, Settembre.
- [28] NATONI F., (2005), "Le vibrazioni del binario". Ingegneria Ferroviaria, n. 11, Edizioni CIFI, Novembre.
- [29] BRUNER M., CORAZZA G.R., COSCIOTTI E., (2009), "Lo svio Cento e più anni di ricerche su un problema complesso. Gli inizi e la scuola francese - Derailment-more than 100 years of research on a complex problem. The beginnings and the French school", Ingegneria Ferroviaria, n. 12, Edizioni CIFI, Dicembre.
- [30] BRUNER M., CORAZZA G.R., CORAZZA M.V., (2016), "Divagazioni sull'ingegnere ferroviario. Osservazioni e proposte - Digressions about the railway engineer. Observations and proposals", Ingegneria Ferroviaria, n. 7-8, Edizioni CIFI, Luglio-Agosto.
- [31] CORAZZA M.V., CORAZZA G.R., (2020), "Note sullo sviluppo di un pensiero scientifico originale nelle ferrovie. Parte seconda - La circolazione negli impianti e nelle linee - Notes on the development of an original scientific thought in the rail system. Part 2 - Rail traffic at stations and on lines", Ingegneria Ferroviaria, Edizioni CIFI, vol. 75, n. 1, pp. 5-15.