



Un esempio di instabilità nei processi di innovazione dei trasporti: ascesa e caduta dell'auto Diesel in Europa

An example of instability in processes of transport innovations: rise and fall of the Diesel car in Europe

Paolo FERRARI ^(*)

Sommario - In un mercato, in cui due tipologie di auto competono fra loro, accade talvolta che una di esse, la quale è innovativa e in crescita, ad un certo punto subisce un declino il quale termina con una svolta, verso una ripresa della crescita o verso un aumento del declino. Usando un modello dinamico si è mostrato che la svolta è dovuta ad una instabilità tipica dei processi di innovazione, e la sua direzione dipende dal valore di un parametro che misura la resistenza degli utenti ad abbandonare la tipologia di auto nella fase di declino. Applicando tale modello alla evoluzione del mercato dell'auto Diesel tra il 1990 e il 2020 si è mostrato che il crollo nella proporzione delle vendite dopo il 2015 è dovuto alla scarsa resistenza degli utenti ad abbandonare l'auto durante il declino iniziato intorno al 2010.

1. Introduzione

La prima automobile equipaggiata con motore Diesel fu la 260D immessa sul mercato dalla Mercedes Benz nel 1936, seguita dalla Peugeot agli inizi degli anni '70 del secolo scorso, e quindi da altre case automobilistiche. Lo stimolo che spinse ad immettere sul mercato automobili dotate di questa nuova tecnologia furono gli standard CAFE (*Corporate Average Fuel Economy*) negli Stati Uniti [8], i quali richiesero ai costruttori di automobili di aumentare l'efficienza del combustibile nelle loro automobili da 14 miglia per gallone (mpg), corrispondente a 5.93 km/l, nel 1975 a 27.5 mpg, corrispondente a 11.41 km/l nel 1985 [8]. In Europa gli standard sulla efficienza del combustibile furono espressi a partire dagli anni '90 del secolo scorso in termini di grammi di CO₂ per km, equivalenti a 12.6 km/l nel 1995 fino a 19.4 km/l nel 2012 e 24.47 km/l nel 2020 [2]. Poiché le auto con motore Diesel raggiungono una efficienza del combustibile notevolmente superiore a quella delle corrispondenti auto a benzina, i costruttori videro nelle auto con motore Diesel un mezzo per soddisfare gli standard di efficienza energetica, e posizionarsi con successo in un mercato nel quale l'efficienza del combustibile andava assumendo una importanza crescente per i consu-

Summary - In a market, where two typologies of cars are competing with each other, it happens sometimes that one of them, which is innovative and growing, at a certain point undergoes a decline, which ends with a turn towards a return of growth or towards an increase in decline. Using a dynamic model this paper has shown that the turn is due to an instability typical of innovation processes, and its direction depends on the value of a parameter that measures the resistance of users to giving up the typology of car in the decline phase. Applying this model to the evolution of the market of the Diesel car between 1990 and 2020, it has been shown that the fall in sales of cars after 2015 is due to the little resistance of users to giving up the car during the decline started around 2010.

1. Introduction

The first car equipped with Diesel engine was the 260D placed on the market by Mercedes Benz in 1936, followed by Peugeot at the beginning of the '70 of the last century, and then by other car manufacturers. The stimulus that led to place on the market cars equipped with this new technology were the CAFE (*Corporate Average Fuel Economy*) standard in USA [8], which asked the manufacturers to increase the fuel efficiency in their cars from 14 miles per gallon (mpg) – equivalent to 5.95 km/l – in 1975 to 27.5 mpg – equivalent to 11.41 km/l – in 1985 [8]. In Europe the standard on the fuel efficiency were expressed, starting from the '90 of the last century, as grams of CO₂ per km, equivalent to 12.6 km/l in 1995, up to 19.4 km/l in 2012 and 24.47 km/l in 2020 [2].

Since cars with Diesel engine reach a fuel efficiency notably greater than that of the corresponding gasoline cars, manufacturers saw in the cars equipped with Diesel engine a means to meet the standard of energy efficiency and positioning successfully themselves on a market where fuel efficiency was taking an increasing relevance for consumers [8]. Thus the number of Diesel cars placed on the market

^(*) Università di Pisa – Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale.

^(*) University of Pisa – Department of Civil and Industrial Engineering.

matori [8]. Il numero di auto Diesel immesse sul mercato è andato quindi progressivamente aumentando a partire dalla fine degli anni '80 del secolo scorso.

Nei motori Diesel l'accensione della miscela aria-combustibile non avviene mediante una scintilla come nei motori a benzina, ma iniettando il combustibile nell'aria portata mediante compressione ad una temperatura superiore a quella di accensione. L'immissione del combustibile nell'aria compressa è stata un problema della tecnologia Diesel per le automobili che ha notevolmente impegnato i costruttori, allo scopo di ottenere una efficiente miscelazione del combustibile nell'aria, e quindi una combustione sempre più regolare. A tale scopo fu aumentato, fino a 3, il numero degli iniettori, e quindi i punti di accensione per cilindro, e numerosi accorgimenti furono adottati per iniettare il combustibile ad alta pressione. L'idea vincente fu quella di immagazzinare il combustibile ad alta pressione in un tubo, denominato *common rail*, che alimenta tutti gli iniettori. La lunga sequenza di innovazioni tecnologiche che sono state introdotte per l'iniezione del combustibile ha portato ad una progressiva riduzione delle emissioni inquinanti, le quali continuano però ad essere un problema per le auto Diesel, poiché esiste un trade-off fra efficienza del combustibile e emissioni inquinanti [10]. Ciò significa che una riduzione degli inquinanti può essere ottenuta a spese dell'efficienza del combustibile, la quale rappresenta d'altra parte la principale ragione del successo delle auto Diesel. Nuove sofisticate tecnologie potrebbero nel futuro portare ad una riduzione delle emissioni inquinanti senza danneggiare il rendimento del combustibile, ma ciò probabilmente darebbe luogo ad un aumento del prezzo di vendita [10].

La diffusione delle informazioni circa queste difficoltà, ad opera specialmente dei mass media, ha creato sconcerto fra i potenziali compratori, e in particolare nelle Pubbliche Amministrazioni, preoccupate per l'inquinamento causato dalle auto Diesel nelle aree urbane, e pertanto decise ad imporre limiti sempre più severi alle emissioni inquinanti, come si vede nella Tab. 1, che riporta la sequenza nel tempo dei livelli standard di emissioni inquinanti delle auto Diesel nella Comunità Europea [13]. Le preoccupazioni sono andate aumentando, sia tra i potenziali compratori, sia nelle Pubbliche Amministrazioni, e ciò ha portato, in concomitanza con l'evento traumatico che ha colpito il mondo dell'automobile in seguito alla crisi economica del primo decennio del secolo, con una caduta delle vendite annue di auto in Europa, da 16 milioni nel 2007 a 11,55 milioni nel 2013 [1], ad una profonda trasformazione del processo di diffusione delle auto Diesel in Europa. Questo processo, per circa due decenni a cavallo del secolo, ha seguito il classico andamento della diffusione delle innovazioni di successo, in cui la proporzione delle vendite segue nel tempo una curva ad S, formata da un primo tratto di modesta pendenza, seguito da una svolta improvvisa e da un tratto di forte pendenza, la quale va quindi progressivamente diminuendo tendendo ad una situazione asintotica di equilibrio.

was increasing progressively beginning from the end of the '80 of the last century.

The ignition of the air fuel mixture in Diesel engines is not produced by a spark as in gasoline engines, but by injection of fuel in the air brought to a temperature higher than that of ignition by compression. The fuel spray in the compressed air has been a problem that has seriously engaged the car manufacturers, in order to obtain an efficient mixture air fuel, thus an increasingly regular combustion. For this purpose the number of injectors, and thus that of the ignition points per cylinder, has been increased to 3, and many measures have been adopted to inject the fuel at high pressure. The winning idea was that of storing fuel in a tube, named common rail, which feeds all the injectors. The long sequence of technological innovations that have been introduced have led to some progressive reductions of pollutants, however they continue to be a problem for Diesel cars, as there is a trade-off between fuel efficiency and emission of pollutants [10]. This means that a decrease in pollutants can be obtained at the expense of the fuel efficiency, which on the other hand represents the main reason of the success of Diesel cars. New sophisticated technology could lead in the future to a reduction in pollutant emission without decreasing fuel efficiency, however that would give rise to an increase in sale price [10].

The diffusion of information on these difficulties, mainly by mass media, caused bewilderment among the potential buyers, and particularly in the Public Administration, worried about the pollution caused by Diesel cars in urban areas and thus determined to impose increasingly stringent limits to pollutants, as we can see in Tab. 1, which shows the sequence over time of standard levels of polluting emissions in European Community [13]. Worries have been increasing both among potential buyers and in the Public Administrations, giving rise, at the same time as the traumatic event that hit the car world following the economic crisis in the first decade of the century, with a fall in car sales in Europe, from 16 million in 2007 to 11.55 million in 2013, to a deep transformation of the diffusion process of Diesel cars in Europe. This process, for about two decades at the turn of the century, has followed the classic trend of the diffusion of successful innovations, in which the proportion of sales follows over time a S shaped curve, which is constituted by a first stretch of slight slope, followed by a sudden turn and by a stretch of high slope, which is then progressively decreasing tending to an asymptotic equilibrium situation.

This turn in the diffusion of Diesel cars occurred around the year 90 of the last century, and the proportion of Diesel cars sold in Europe has gone from 13.8% in 1990 to 55.7% in 2011 [1]. Starting from this year a decrease occurred in the proportion of sales, with a rather low decreasing rate for some years, then a sudden turn occurred in 2016, followed by a dramatic fall, which reduced the proportion of sales to 28% in 2016. Thus the question arises from many sides whether the technological difficulties on the one hand, and the competition of other innovative technologies, e.g. the electric car, on the other, can lead to a progressive decline in

Questa svolta nella diffusione delle auto Diesel si è avuta intorno all'anno 90 del secolo scorso, e la proporzione di auto Diesel vendute in Europa è passata dal 13.8% nel 1990 al 55.7% nel 2011 [1]. A partire da quell'anno si è verificata una diminuzione nella proporzione delle vendite, con un tasso decrescente abbastanza modesto per alcuni anni, quindi nel 2016 si è verificata una svolta improvvisa seguita da una caduta drammatica, che ha ridotto la proporzione delle vendite al 28% nel 2020. Ci si pone quindi da più parti la domanda se le difficoltà tecnologiche da un lato, e la concorrenza di altre tecnologie innovative, per esempio l'auto elettrica, dall'altro, possano portare ad un progressivo declino nella diffusione dell'auto Diesel, destinata quindi a giocare un ruolo marginale nel mercato dell'automobile, se non addirittura a scomparire del tutto.

Questo articolo si propone di dare una risposta a questa domanda, attraverso una analisi del processo di diffusione dell'auto Diesel in Europa a partire dal 1990 fino ad oggi. Utilizzando un modello matematico di competizione fra due categorie di auto, una tradizionale e l'altra innovativa, nei suoi aspetti essenziali simile a quello proposto in [7], sono stati individuati i fattori che hanno determinato dapprima l'ascesa, e quindi il declino, dell'auto Diesel, riuscendo a fare una previsione, sulla base dei dati finora disponibili, circa il suo futuro. Il modello è presentato nella Sezione 2, ed è quindi applicato nella Sezione 3 allo studio della diffusione dell'auto Diesel in Europa nei trenta anni fra il 1990 e il 2020, utilizzando i dati sulle vendite di auto raccolti dall'Associazione Europea di Costruttori di Automobili (ACEA) [1]. Infine nella Sezione 4 è presentato un breve sommario dei punti principali e sono proposte alcune conclusioni.

2. Un modello di competizione fra auto Diesel e auto a benzina

Consideriamo un territorio in cui due tipi di auto sono offerti sul mercato: uno tradizionale e l'altro innovativo, costituiti nel nostro caso da auto prevalentemente a benzina e da auto Diesel. Il modello studia l'evoluzione della ripartizione delle vendite fra i due tipi di auto durante una sequenza Σ di intervalli temporali (per esempio un anno), i cui numeri d'ordine individuano la sequenza dei tempi t . Supponiamo che il numero T^t di auto vendute in un intervallo al tempo t aumenti nel tempo col tasso r^t , tendendo ad un valore asintotico K . Il tasso r^t diminuisce al crescere di T^t , e tende a zero quando T^t si approssima a K . Indicando con \bar{r} il valore iniziale di r^t corrispondente ad un valore

Tabella 1 – Table 1

Livelli standard di emissioni inquinanti (g/km) per auto Diesel nell'Unione Europea [13]
Standard levels of polluting emissions (g/km) for Diesel cars in the European Union [13]

Norma Normative	Anno Year	CO	PM	NOx
Euro 1	1992	2.73	0.14	0.78
Euro 2	1996	1.00	0.08	0.70
Euro 3	2000	0.66	0.05	0.50
Euro 4	2005	0.50	0.025	0.25
Euro 5	2008	0.50	0.005	0.18
Euro 6	2014	0.50	0.005	0.080
Euro 7*	2021			0.030**
* In vigore dal 2025 * Acting from 2025 ** In un secondo scenario 0.010 g/km ** In a second scenario 0.010 g/km				

the diffusion of the car Diesel, destined to play a marginal role in the car field, if not to disappear completely.

This paper aims to answer this question through an analysis of the process of diffusion of the Diesel car in Europe starting from 1990 to today. By using a mathematical model of competition between two categories of cars, one traditional and the other innovative, which is similar in its essential aspect to that presented in [7], we have identified the factors that have determined the rise first and then the decline of the Diesel car; succeeding in making, on the basis of the data available so far, a forecast about its future. The model is presented in Section 2 and it is then applied in Section 3 to the study of the diffusion of the Diesel car in Europe in the thirty years from 1990 and 2020, using the data on the car sales recorded by the European Automobile Manufacturers Association (ACEA) [1]. Lastly, a brief summary of the main points is presented and some conclusions are put forward in Section 4.

2. A model of competition between Diesel cars and gasoline cars

Consider a territory where two types of cars are placed on the market, one traditional and the other innovative, which are constituted in our case mainly by gasoline cars and Diesel cars, respectively. The model studies the evolution of the sales split between these two types of cars during a sequence Σ of unit time intervals (e.g. one year), whose order numbers identify the sequence of times t . Suppose that the number T^t of cars sold in an interval at time t increases over time with rate r^t , tending to an asymptotic value K . Rate r^t decreases as T^t increases, and it tends to zero when T^t approaches K . By denoting \bar{r} the starting value of r^t , corresponding to zero value of T^t , we have that the evolution over time of T^t is given by the following equation:

nullo di T^t , si ha che l'evoluzione nel tempo di T^t è fornita dalla seguente equazione:

$$T^{t+1} = T^t [1 + \bar{r} (1 - T^t / K)] \quad (1)$$

Etichettando con **1** le auto tradizionali e con **2** quelle innovative, indichiamo con x_1^t e x_2^t le proporzioni di T^t al tempo t composte rispettivamente da auto tradizionali e innovative, per cui i corrispondenti numeri di vendite sono $x_1^t T^t$ e $x_2^t T^t$.

Siano Θ_1 e Θ_2 gli insiemi dei tipi e modelli di automobili tradizionali e innovative, rispettivamente, offerti sul mercato. Una persona che al tempo t della sequenza Σ intende comperare un'automobile attribuisce a ciascun elemento dei due insiemi un numero, che dipende dalle sue valutazioni su vantaggi e svantaggi di ciascun tipo e modello di veicolo, sulle quali certamente influisce l'intervento regolatore dello Stato, attraverso la tassazione sui carburanti e la normativa sulle emissioni inquinanti: meno favorevoli sono le valutazioni, più alto è il numero. Per fare la sua scelta il potenziale compratore pone a confronto il tipo e modello di auto tradizionale a cui attribuisce il minimo numero nell'insieme Θ_1 con il tipo e modello di auto innovativa a cui attribuisce il minimo numero nell'insieme Θ_2 e sceglie l'auto innovativa se essa risulta preferibile. Assumendo che i numeri attribuiti dai potenziali compratori agli elementi di Θ_1 e Θ_2 siano variabili di Gumbel con parametro di scala uguale a 1, è stato dimostrato in [7] che questi numeri minimi sono anch'essi variabili aleatorie di Gumbel con parametro di scala uguale a 1, le cui medie C_1^t e C_2^t denominiamo *costo* al tempo t delle auto tradizionali e innovative rispettivamente. Segue, come si è visto in [7], che la probabilità che al tempo t venga scelta un'auto innovativa è data da:

$$P_2^t = \frac{1}{1 + \exp(C_2^t - C_1^t)} \quad (2)$$

Poiché, come si è visto nella Sezione 1, la diffusione dell'auto Diesel ha avuto due tipi di evoluzione nettamente diversi, uno fra il 1990 e il 2011, tipico della diffusione delle innovazioni, e l'altro negli anni successivi alla grande crisi dell'automobile nel primo decennio del secolo, si rende necessario studiare il comportamento dei potenziali compratori separatamente in ciascuno di questi due periodi.

Nel primo periodo, in cui l'auto Diesel ha rappresentato una importante innovazione nel mondo dell'automobile, il comportamento di un potenziale compratore è stato quello tipico di fronte ad una innovazione, ampiamente descritto in [7]. Questo comportamento è fortemente influenzato dall'incertezza nei confronti dell'innovazione, dovuta essenzialmente alla mancanza di conoscenza circa le potenzialità del nuovo prodotto e la sua capacità di soddisfare le esigenze di chi lo adotta. Essa causa insicurezza nella valutazione del nuovo prodotto da parte dei potenziali compratori, per cui, data la generale avversione al rischio, il numero attribuito a ciascun tipo e modello di au-

$$T^{t+1} = T^t [1 + \bar{r} (1 - T^t / K)] \quad (1)$$

Labelling with **1** the traditional cars and with **2** the innovative ones, we denote x_1^t and x_2^t the proportions of T^t at time t composed by traditional and innovative cars, respectively, so that the corresponding number of sales are $x_1^t T^t$ and $x_2^t T^t$.

Let Θ_1 and Θ_2 be the sets of the types and models of traditional and innovative cars, respectively, placed on the market. A person, who at time t of sequence Σ intends to purchase a car, assigns to each element of the two sets a number, which depends on his evaluations of advantages and disadvantages of each type and model of car, which are certainly influenced by the regulatory intervention of State, through the fuel taxation and the legislation on pollutant emissions: the less favourable the evaluations are the higher the number is. To make his choice the potential buyer compares the type and model of traditional car to which he assigns the minimum number in set Θ_1 with the type and model of innovative car to which he assigns the minimum number in set Θ_2 , and he chooses the innovative car if it results preferable. Assuming that the numbers attributed by potential buyers to the elements of Θ_1 and Θ_2 are Gumbel random variables with scale parameter equal to 1, it was proved in [7] that these minimum numbers are too Gumbel random variables with scale parameter equal to 1, whose averages C_1^t and C_2^t are named cost at time t of traditional and innovative cars, respectively. It follows, as it was seen in [7], that the probability that at time t an innovative car is chosen, is given by:

$$P_2^t = \frac{1}{1 + \exp(C_2^t - C_1^t)} \quad (2)$$

Since, as we have seen in Section 1, the diffusion of the Diesel car has had two very different types of evolution, one, between 1990 and 2010, typical of the diffusion of innovations, and the other in the years after the great crisis of cars in the first decade of the century, it is necessary to study the behaviour of a potential buyer separately in these two periods.

In the first period, in which the Diesel car represented an important innovation in the field of cars, the behaviour of a potential buyer has been that typical faced with an innovation, which has been described in [7]. This behaviour is highly influenced by the uncertainty towards the innovation, due essentially to lack of knowledge about the potential of the new product and its ability to meet the needs of those who use it. It causes insecurity in the evaluation of the new product from potential buyers, so that, given the general risk aversion, the number attributed to each type and model of car is higher the greater the uncertainty towards it. On the other hand uncertainty decreases as diffusion increases, as at the same time the knowledge of its potential grows, acquired though the opinions of those who bought it and use it. It follows that the cost of each of the two types of cars is a function of the respective sales in the successive times of sequence Σ . We can think that for Diesel cars it is very high

to al momento della scelta è tanto più alto quanto maggiore è l'incertezza nei suoi confronti. Questa d'altra parte diminuisce al crescere della sua diffusione, perché contemporaneamente cresce la conoscenza delle sue potenzialità, acquisita attraverso le opinioni di coloro che l'hanno acquistato e lo utilizzano. Da ciò segue che il costo di ciascuno dei due tipi di auto è funzione delle rispettive vendite nei successivi tempi della sequenza Σ . È lecito pensare che per i veicoli Diesel sia molto alto all'inizio del periodo di diffusione perché è molto alta l'incertezza, e diminuisce più o meno rapidamente all'aumentare delle vendite. Invece per le auto a benzina esso è scarsamente influenzato dalla diffusione, perché le loro potenzialità sono note da molto tempo, e quindi l'incertezza è molto modesta.

Poiché i potenziali compratori non conoscono il numero di auto che saranno vendute nell'anno in cui fanno la loro scelta, il modello assume che l'incertezza che accompagna le loro valutazioni su ciascuna tipologia di auto sia funzione decrescente del corrispondente numero di auto vendute nell'anno precedente. Da ciò segue che i costi C_1^{t+1} e C_2^{t+1} al tempo $t+1$ sono funzioni decrescenti dei numeri $x_1^t T^t$ e $x_2^t T^t$ di auto tradizionali e innovative, rispettivamente, vendute al tempo t : $C_1^{t+1} = c_1(x_1^t T^t)$, $C_2^{t+1} = c_2(x_2^t T^t)$. Chiamiamo $c_1(x_1^t T^t)$ e $c_2(x_2^t T^t)$ funzioni di costo e, per le ragioni viste sopra, attribuiamo ad esse l'espressione di funzione esponenziale discendente:

$$c_i(x_i^t T^t) = a_{i,0} + a_{i,1} \exp(a_{i,2} x_i^t T^t) \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

dove $a_{i,2} < 0$.

Nel secondo periodo del processo di diffusione dell'auto Diesel, successivo al 2011, poiché fino a quest'anno è stato venduto un notevole numero di questo tipo di auto, l'incertezza dovuta a mancanza di conoscenza è quasi scomparsa, e l'atteggiamento dei potenziali compratori è invece fortemente influenzato dalla crisi economica e dalle preoccupazioni circa i problemi dell'inquinamento. Si presume quindi che in questo secondo periodo le funzioni di costo abbiano andamento abbastanza simile per le due categorie di auto, il quale non presenta quella rapida variazione di costo in un limitato periodo di tempo che ha caratterizzato le auto Diesel nel primo periodo della loro diffusione. Si è pertanto ritenuta valida l'attribuzione alle funzioni di costo di entrambe le categorie di auto di una forma polinomiale del secondo ordine:

$$c_i(x_i^t T^t) = a_{i,0} + a_{i,1} x_i^t T^t + a_{i,2} (x_i^t T^t)^2 \quad i = 1, 2 \quad (4)$$

La validità della scelta delle forme delle funzioni (3) e (4) sarà verificata nella Sezione 3 confrontando i risultati del modello con i dati sperimentali.

Quindi si ha dalla (2) che la probabilità P_2^{t+1} che un'auto Diesel venga scelta al tempo $t+1$ in ciascuno dei due periodi si scrive come segue:

at the beginning of the diffusion period, as uncertainty is very high, and it decreases more or less quickly as sales increase. Instead for gasoline cars it is slightly influenced by diffusion, as its potential is known for a long time, and thus uncertainty is very low.

Since potential buyers do not know the number of cars that will be sold in the year when they make their choice, the model assumes that uncertainty that accompanies their evaluations about each typology of car is a decreasing function of the corresponding number of cars sold the previous year. It follows that costs C_1^{t+1} and C_2^{t+1} at time $t+1$ are decreasing functions of numbers $x_1^t T^t$ and $x_2^t T^t$ of traditional and innovative cars, respectively, sold at time t : $C_1^{t+1} = c_1(x_1^t T^t)$, $C_2^{t+1} = c_2(x_2^t T^t)$. We name $c_1(x_1^t T^t)$ and $c_2(x_2^t T^t)$ cost functions and, for the reasons explained above, we assign to them the expression of a decreasing exponential function:

$$c_i(x_i^t T^t) = a_{i,0} + a_{i,1} \exp(a_{i,2} x_i^t T^t) \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

where $a_{i,2} < 0$.

In the second period of diffusion of the Diesel car, successive to 2011, since up this year a great number of this type of cars have been sold, the uncertainty of buyers due to lack of knowledge has almost disappeared, and the attitude of buyers is instead highly influenced by worries about the economic crisis and the pollution problems. So we suppose that in this second period the cost function have almost similar form for the two categories of cars, which does not show the rapid change that characterized the Diesel cars in the first period of their diffusion. So we have considered correct to attribute to cost functions of both categories of cars a second order polynomial form:

$$c_i(x_i^t T^t) = a_{i,0} + a_{i,1} x_i^t T^t + a_{i,2} (x_i^t T^t)^2 \quad i = 1, 2 \quad (4)$$

The validity of the choice of the form of functions (3) and (4) will be verified in Section 3 by comparing the results of the model with experimental data.

Thus we have from Eq. (2) that the probability P_2^{t+1} that a Diesel car will be chosen at time $t+1$ in each of the two periods is given by:

$$P_2^{t+1} = \frac{1}{1 + \exp[c_2(x_2^t T^t) - c_1(x_1^t T^t)]} \quad (5)$$

where $x_1^t = 1 - x_2^t$, while the expressions of $c_1(x_1^t T^t)$ and $c_2(x_2^t T^t)$ are those given by Eq. (3) and Eq. (4) for each period, respectively.

Denote \bar{x}_2^t as the fraction of T^{t+1} formed by the Diesel cars that were considered preferable to the traditional ones at time $t+1$. By considering P_2^{t+1} a good estimate of \bar{x}_2^t , we have from Eq. (5):

$$P_2^{t+1} = \frac{1}{1 + \exp[c_2(x_2^t T^t) - c_1(x_1^t T^t)]} \quad (5)$$

dove $x_j^t = 1 - x_j^t$, mentre le espressioni di $c_1(x_1^t T^t)$ e $c_2(x_2^t T^t)$ sono quelle date dalle (3) e (4) rispettivamente per ciascun periodo.

Indichiamo con \bar{x}_2^t la frazione di T^{t+1} formata dalle auto Diesel ritenute al tempo $t+1$ preferibili a quelle tradizionali. Considerando P_2^{t+1} una buona stima di \bar{x}_2^t , si ha dalla (5):

$$\bar{x}_2^t = \frac{1}{1 + \exp[c_2(x_2^t T^t) - c_1(x_1^t T^t)]} \quad (6)$$

Se coloro che al tempo $t+1$ acquistano un'auto Diesel fossero tutti e solo coloro che la ritengono preferibile ad una tradizionale, l'incremento nella proporzione delle vendite di auto Diesel fra t e $t+1$ sarebbe $\bar{x}_2^t - x_2^t$, positivo se $\bar{x}_2^t > x_2^t$, negativo se $\bar{x}_2^t < x_2^t$. In realtà il sistema possiede una notevole inerzia, per cui una parte notevole dei compratori resta ancorata alle scelte precedenti, qualunque siano le loro valutazioni attuali. Nel primo periodo di diffusione dell'auto Diesel, in cui la proporzione delle vendite di questo tipo di auto cresce nel tempo, poiché $\bar{x}_2^t - x_2^t > 0$, si ha che $\bar{x}_2^{t+1} - \bar{x}_2^t < \bar{x}_2^t - x_2^t$, essenzialmente a causa dell'incertezza riguardante il futuro: incertezza circa l'affidabilità nel tempo del nuovo tipo di veicolo, la capacità dei costruttori di ridurre le emissioni inquinanti, l'atteggiamento delle Pubbliche Amministrazioni sempre più decise a contrastare l'inquinamento dovuto alle auto circolanti nelle aree urbane. Nel secondo periodo, in cui la proporzione delle vendite di auto Diesel diminuisce nel tempo, perché $\bar{x}_2^t - x_2^t < 0$, si ha che $\bar{x}_2^{t+1} - \bar{x}_2^t > \bar{x}_2^t - x_2^t$ essenzialmente a causa della fedeltà dei compratori ad un tipo di auto che hanno giudicato molto favorevolmente per oltre venti anni. Si ha quindi che, poiché nel primo periodo $\bar{x}_2^{t+1} - \bar{x}_2^t > 0$, mentre nel secondo periodo $\bar{x}_2^{t+1} - \bar{x}_2^t < 0$, in entrambi i casi sussiste la relazione:

$$x_2^{t+1} = x_2^t + \beta(\bar{x}_2^t - x_2^t) \quad (7)$$

dove il parametro β , $0 < \beta < 1$, che supponiamo sia costante, può essere considerato una misura dell'inerzia del sistema: minore è β maggiore è l'inerzia. Un basso valore di β nel primo periodo significa scarsa fiducia nel futuro del nuovo tipo di auto, nel secondo periodo significa elevata fedeltà al tipo di veicolo in fase di declino.

Poiché $x_1^t = 1 - x_2^t$, si ha che lo stato al tempo t del sistema che stiamo studiando è compiutamente identificato dal numero complessivo T^t di vendite dei due tipi di auto e dalla proporzione x_2^t dell'auto innovativa, e quindi dal punto di coordinate x_2^t, T^t nello spazio delle fasi, che è formato, come mostrato dalla Fig. 1, dalla porzione rettangolare dell'ortante non negativo del piano (x_2, T) , limitato dai lati di lunghezza $x_2 = 1$ e $T = K$. L'evoluzione nel tempo del sistema, a partire dai valori iniziali x_2^0 e T^0 di x_2^t e T^t ri-

$$\bar{x}_2^t = \frac{1}{1 + \exp[c_2(x_2^t T^t) - c_1(x_1^t T^t)]} \quad (6)$$

If those who at time $t+1$ buy a Diesel car were those and only those who consider it preferable to a traditional one, the increase in the proportion of sales of Diesel cars between t and $t+1$ would be $\bar{x}_2^t - x_2^t$, positive if $\bar{x}_2^t > x_2^t$, negative if $\bar{x}_2^t < x_2^t$. Actually the system has a notable inertia, so that a notable part of buyers remains anchored to previous choices, whatever the current evaluations are. In the first period of diffusion of the Diesel car, when the proportion of sales of this typology of cars is increasing over time, as $\bar{x}_2^t - x_2^t > 0$, we have that $\bar{x}_2^{t+1} - \bar{x}_2^t < \bar{x}_2^t - x_2^t$, essentially due to the uncertainty concerning the future: uncertainty about the reliability over time of the new type of vehicle, the ability of manufacturers to reduce polluting emissions, the attitude of Public Administrations that are more and more determined to fight pollution due to cars circulating in urban areas. In the second period, when the proportion of sales of Diesel cars decreases over time, as $\bar{x}_2^t - x_2^t < 0$, we have $\bar{x}_2^{t+1} - \bar{x}_2^t > \bar{x}_2^t - x_2^t$ essentially due to the loyalty of buyers towards a typology of car to what they gave favourable consideration for over twenty years. So we have that, as in the first period $\bar{x}_2^{t+1} - \bar{x}_2^t > 0$, while in the second period $\bar{x}_2^{t+1} - \bar{x}_2^t < 0$, in both cases the following relation holds:

$$x_2^{t+1} = x_2^t + \beta(\bar{x}_2^t - x_2^t) \quad (7)$$

where parameter β , $0 < \beta < 1$, which we suppose to be constant, can be considered as a measure of the inertia of the system: the less β is the greater inertia is. A low value of β in the first period means low confidence in the future of the new type of car, in second period it means high loyalty towards the type of vehicle that is in decline.

As $x_1^t = 1 - x_2^t$, we have that the state at time t of the system we are studying is completely identified by the total number T^t of sales of the two types of cars and by the proportion x_2^t of the innovative car, and thus by the point of coordinates x_2^t, T^t in the phase space, which is constituted, as Fig. 1 shows, by the rectangular part of the non-negative orthant of the plane (x_2, T) , bounded by the sides whose lengths are $x_2 = 1$ and $T = K$. The evolution of the system, starting from the initial values x_2^0 and T^0 of x_2^t and T^t respectively, is given by the iterate application of the system of equations given by Eq. (1) and Eq. (7):

$$x_2^{t+1} = x_2^t + \beta(\bar{x}_2^t - x_2^t) \quad (8)$$

$$T^{t+1} = T^t \left[1 + \bar{r} \left(1 - T^t / K \right) \right]$$

where, as we derive from Eq. (4):

$$\bar{x}_2^t = \frac{1}{1 + \exp[c_2(x_2^t T^t) - c_1((1 - x_2^t) T^t)]} \quad (9)$$

spettivamente, è fornito dalla iterata applicazione del sistema di equazioni formato dalle (7) e (1):

$$\begin{aligned} x_2^{t+1} &= x_2^t + \beta [\bar{x}_2^t - x_2^t] \\ T^{t+1} &= T^t [1 + \bar{r} (1 - T^t / K)] \end{aligned} \quad (8)$$

dove, come si ricava dalla (6):

$$\bar{x}_2^t = \frac{1}{1 + \exp [c_2 (x_2^t T^t) - c_1 ([1 - x_2^t] T^t)]} \quad (9)$$

La sequenza delle coppie di valori x_2^t, T^t generate dalle (8) individua una traiettoria nello spazio delle fasi. L'andamento di una traiettoria dipende dal suo punto iniziale, cioè dai valori di x_2^t e di T^t per $t = 0$, per cui esiste una infinità di traiettorie ammissibili nello spazio delle fasi.

Un punto di coordinate x_2^*, T^* che soddisfa le seguenti condizioni:

$$\begin{aligned} x_2^* &= x_2^* + \beta [\bar{x}_2^* - x_2^*] \\ T^* &= T^* [1 + \bar{r} (1 - T^* / K)] \end{aligned} \quad (10)$$

dove \bar{x}_2^* ha l'espressione (9), nella quale $x_2^t = x_2^*$ e $T^t = T^*$, è un punto fisso del sistema (8). Un punto fisso (x_2^*, T^*) verso il quale la sequenza dei punti (x_2^t, T^t) converge, cioè $\lim_{t \rightarrow \infty} x_2^t = x_2^*$, $\lim_{t \rightarrow \infty} T^t = T^*$, è un attrattore del sistema, nel quale quest'ultimo è in equilibrio. L'insieme dei punti di origine delle traiettorie che convergono in un punto fisso costituisce il bacino di attrazione di quest'ultimo. I bacini di attrazione dei vari attrattori del sistema, che insieme costituiscono lo spazio delle fasi, sono separati da linee dette separatori dei bacini. Un punto fisso dal quale le traiettorie divergono è un punto repulsivo del sistema.

Poiché $\bar{r} > 0$, si ricava dalla seconda delle (10) che $T^* = K$. Poiché d'altra parte $\beta > 0$, si ha dalla prima delle (10) che le coordinate x_2^* dei punti fissi (x_2^*, K) sono le soluzioni dell'equazione:

$$x_2 = \bar{x}_2(x_2, K) \quad (11)$$

dalla quale si vede che x_2^* è indipendente da β . Scrivendo la (11) in forma esplicita come segue:

$$c_2(x_2 K) - c_1([1 - x_2]K) = \ln \frac{1 - x_2}{x_2} \quad (12)$$

si ha che le coordinate x_2^* dei punti fissi, soluzioni della (12), sono le coordinate delle intersezioni della curva che rappresenta la funzione $\varphi(x_2) = c_2(x_2 K) - c_1([1 - x_2]K)$ con la curva che rappresenta la funzione $\Psi(x_2) = \ln[(1 - x_2) / x_2]$. Il numero ed i valori delle soluzioni della (12) dipen-

The sequence of the pairs of values x_2^t, T^t generated by Eqs. (8) identifies a trajectory in the phase space. The pattern of a trajectory depends on its initial point, i.e. on the values x_2^t and T^t for $t = 0$, so that there is an infinity of feasible trajectories in the phase space.

A point of coordinates x_2^*, T^* which satisfies the following conditions:

$$\begin{aligned} x_2^* &= x_2^* + \beta [\bar{x}_2^* - x_2^*] \\ T^* &= T^* [1 + \bar{r} (1 - T^* / K)] \end{aligned} \quad (10)$$

where \bar{x}_2^* has expression (9), in which $x_2^t = x_2^*$ and $T^t = T^*$, is a fixed point of system (8). A fixed point (x_2^*, T^*) at which the sequence of point (x_2^t, T^t) converges, i.e. $\lim_{t \rightarrow \infty} x_2^t = x_2^*$, $\lim_{t \rightarrow \infty} T^t = T^*$, is an attractor of the system, where the latter is in stable equilibrium. The set of points origin of the trajectories that converges at a fixed point is the basin of attraction of the latter. The basins of attraction of the various attractors of the system, which together constitute the phase space, are separated by lines named basin separators. A fixed point from which the trajectories diverge is a repelling point of the system.

As $\bar{r} > 0$, we obtain from the second of Eq. (10) that $T^* = K$. Since on the other hand $\beta > 0$, we have from the first of Eq. (10) that the coordinates x_2^* of fixed points (x_2^*, K) are the solutions of the following equation:

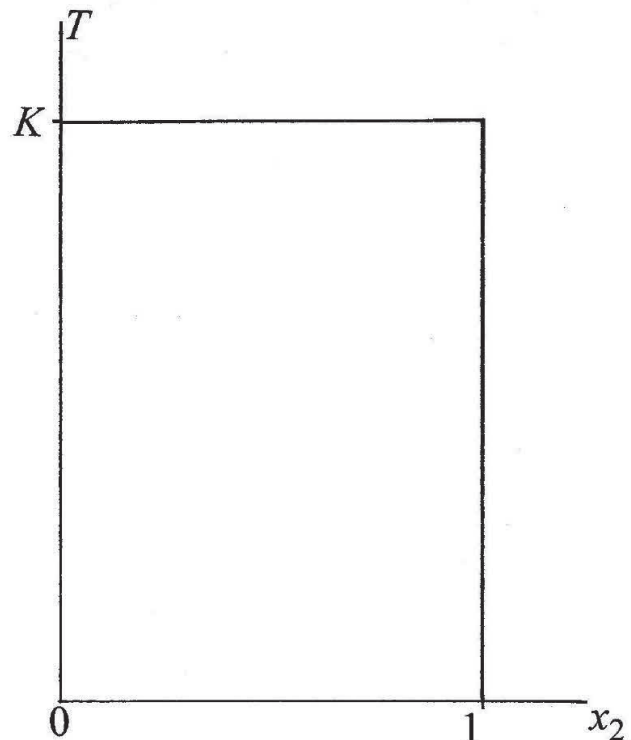


Figura 1 – Lo spazio delle fasi.
Figure 1 – The phase space.

dono dalla funzione $\varphi(x_2)$ e quindi dall'andamento delle funzioni di costo c_1 e c_2 . Essendo esse diverse nei due periodi prima e dopo il 2011, si avrà una diversa evoluzione del sistema che stiamo studiando, formato da auto Diesel e auto a benzina, in questi due periodi, come si vedrà nella prossima Sezione.

3. Una applicazione del modello allo studio della diffusione dell'auto Diesel in Europa

La Fig. 2 riporta i numeri complessivi di auto vendute annualmente in Europa fra il 1990 e il 2020, registrati da ACEA [1]. I punti rappresentativi delle vendite fino al 2007 sono interpolati da una curva che ha l'andamento definito dalla (1), con un valore iniziale $T^0 = 10^7$ nel 1990, con un tasso $\tilde{r} = 0.11$, e un valore asintotico $K = 18 \cdot 10^6$. Dopo il 2007 si è verificato il crollo nelle vendite di auto di cui si è parlato nella Sezione 1, quindi a partire dal 2012 le vendite hanno ripreso ad aumentare. I punti della figura relativi agli anni successivi al 2011 sono interpolati anch'essi da una curva definita dalla (1), con un valore iniziale $T^0 = 10.89 \cdot 10^6$, un tasso $\tilde{r} = 0.20$, ed un valore asintotico $K = 18 \cdot 10^6$.

Utilizzando i dati sulle vendite annue complessive di auto, e quelli delle auto Diesel fra il 1990 e il 2020, raccolti da ACEA [1], sono state calcolate le proporzioni x_2^t di auto Diesel vendute annualmente in Europa in questo periodo di tempo. Esse sono riportate nella Fig. 3. Si vede che nel periodo fra il 1990 e il 2011 i punti riportati in figura seguono l'andamento ad S della curva di diffusione delle innovazioni, con un primo tratto ascendente di modesta pendenza, seguito da una svolta intorno al 1993, e quindi da un tratto di notevole pendenza che va gradualmente diminuendo. Negli anni successivi al 2011 si verifica una diminuzione nella proporzione delle vendite di auto Diesel. I punti riportati in figura seguono dapprima un tratto discendente di modesta pendenza, quindi a partire dal 2016 la pendenza diminuisce nettamente e si verifica un netto crollo nella proporzione delle vendite delle auto Diesel.

Per le ragioni riportate nella Sezione 2 si è supposto che le funzioni di costo nel periodo precedente il 2011 abbiano la forma esponenziale data dalla (3). Utilizzando la sequenza relativa al periodo 1990-2011 delle proporzioni x_2^t delle vendite annue di auto Diesel, e la corrispondente sequenza dei numeri totali T^t di auto vendute annualmente in Europa, abbiamo stimato, mediante la procedura illustrata in [5], il parametro β della (7) ed i coefficienti delle funzioni di costo $c_i(x_i^t T^t)$, $i = 1, 2$.

$$x_2 = \bar{x}_2(x_2, K) \quad (11)$$

from which we see that x_2^* is independent of β . By writing Eq. (11) in an explicit form as follows:

$$c_2(x_2 K) - c_1([1 - x_2]K) = \ln \frac{1 - x_2}{x_2} \quad (12)$$

we have that the coordinates x_2^* of the fixed points, solutions of Eq. (12), are the coordinates of the intersections of the curve that represents function $\varphi(x_2) = c_2(x_2 K) - c_1([1 - x_2]K)$ with the curve that represents function $\Psi(x_2) = \ln[(1 - x_2) / x_2]$. The number and the values of the solutions of Eq. (12) depend on function $\varphi(x_2)$, and thus on the pattern of cost functions c_1 and c_2 . As they are different in the two periods before and after 2011, there will be a different evolution of the system we are studying, formed by Diesel cars and gasoline cars, in these two periods, as we will see in the next Section.

3. An application of the model to the study of diffusion of the Diesel car in Europe

Fig. 2 shows the total numbers of cars sold yearly in Europe between 1990 and 2020, registered by ACEA [1]. The points representative of the sales up to 2007 are interpolated by a curve that has the pattern defined by Eq. (1), with an initial value $T^0 = 10^7$ in 1990, with a rate $\tilde{r} = 0.11$, and an asymptotic value $K = 18 \cdot 10^6$. After 2007 the fall in sales – examined in Section 1 – occurred, then the sales started to increase again. The points of the figure relative to the years

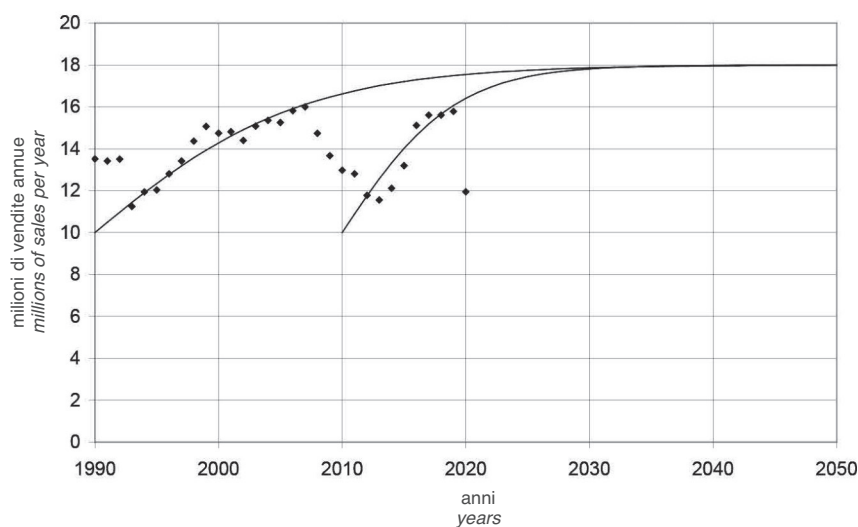


Figura 2 – Traiettorie delle vendite annue di auto in Europa fra il 1990 e il 2050 sovrapposte ai punti registrati nei periodi 1990-2007 e 2011-2019.

Figure 2 – Trajectories of yearly car sales in Europe between 1990 and 2015 superimposed on the points registered in the periods 1990-2007 and 2011-2019.

Abbiamo così stimato che $\beta = 0.266$, mentre la stima dei coefficienti fornisce le seguenti espressioni per le funzioni $c_i(x_i^t T^t)$, rispettivamente per le auto a benzina, $i = 1$, e per le auto Diesel $i = 2$:

$$\begin{aligned} c_1(x_1^t T^t) &= 0.966 + 1.200 \exp(0.046 x_1^t T^t) \\ c_2(x_2^t T^t) &= 2.000 + 3.337 \exp(-0.251 x_2^t T^t) \end{aligned} \quad (13)$$

L'andamento delle funzioni $c_i(x_i^t T^t)$ dato dalle (13) è riportato in Fig. 4. Quello relativo alle auto a benzina è rappresentato dalla curva tratteggiata, mentre la curva a tratto continuo è relativa alle auto Diesel. Queste curve individuano il costo mediamente attribuito dai potenziali compratori ai due tipi di auto, nel periodo di tempo fra il 1990 e il 2011, al variare del numero di vendite annue di ciascuno di essi. Poiché in questo periodo di tempo i compratori conoscono bene le caratteristiche dell'auto a benzina, presente sul mercato da lungo tempo, essi attribuiscono ad essa, nel caso di vendite molto basse, un costo molto inferiore a quello dell'auto Diesel, che è invece un prodotto innovativo.

La figura mostra che il costo va aumentando lievemente all'aumentare delle vendite, probabilmente a causa dell'aumento della congestione dovuta all'aumento delle auto in circolazione. Invece la curva a tratto continuo, che rappresenta la funzione di costo delle auto Diesel, mostra che all'inizio del processo di diffusione, quando le vendite sono praticamente nulle, il costo attribuito alle auto Diesel è molto maggiore di quello delle auto a benzina, a causa dell'incertezza, ma diminuisce abbastanza rapidamente all'aumentare della diffusione, e ad un certo punto diventa inferiore a quello delle auto a benzina.

Le coordinate dei punti fissi del processo di evoluzione di x_2^t sono le soluzioni della (12) con $K = 18 \cdot 10^6$, $c_1(x_1^t T^t)$ e $c_2(x_2^t T^t)$ date dalle (13). Esse sono state calcolate considerando una lunga sequenza di valori di x_2 da 0 a 1, poco distanti fra loro, e le sequenze dei corrispondenti valori di $c_2(x_2 K) - c_1([1 - x_2] K)$ e di $\ln[(1 - x_2)/x_2]$. I valori di x_2 nella prima sequenza, per i quali i corrispondenti valori di $c_2 - c_1$ e di $\ln[(1 - x_2)/x_2]$ sono uguali fra loro, sono le coordinate dei punti fissi del processo in esame. Si è così individuato che il processo ha un unico punto fisso, di coordinata $x_2^* = 0.600$, il quale è l'unico attrattore del sistema. La iterata applicazione delle (8), dove \hat{x}_2^t è fornito dalla (6), con c_1 e c_2 date dalle (13), e T^t fornito dalla

after 2011 are also interpolated by a curve defined by Eq. (1), with an initial value $T^0 = 10.89 \cdot 10^6$, a rate $\bar{r} = 0.20$, and an asymptotic value $K = 18 \cdot 10^6$.

By using the data of the total yearly sales of cars, and those of the sales of Diesel cars between 1990 and 2020, collected by ACEA [1], we have computed the proportions x_2^t of Diesel cars sold yearly in Europe in this time period. They are shown in Fig. 3. We see that in the period between 1990 and 2011 the points follow the shaped S curve of diffusion of innovations, with a first ascending stretch of slight slope, followed by a turning point around 1993, and then by a stretch of high slope that is gradually decreasing. In the years after 2011 we see a decrease in the proportion of sales of Diesel cars. The points shown in the figure follow at first a decreasing stretch of slight slope, then starting from 2016 the slope decreases markedly and a sharp fall in the proportion of sales of Diesel cars occurs.

For the reasons explained in Section 2 we have supposed that the cost functions in the period before 2011 have the exponential form given by Eq. (3). By using the sequence relative to the period 1990-2011 of the proportions x_2^t of yearly sales of Diesel cars, and the corresponding sequence of the total number T^t of cars sold yearly in Europe, we have estimated, through the procedure presented in [5], parameter β of Eq. (7) and the coefficients of cost functions $c_i(x_i^t T^t)$, $i = 1, 2$.

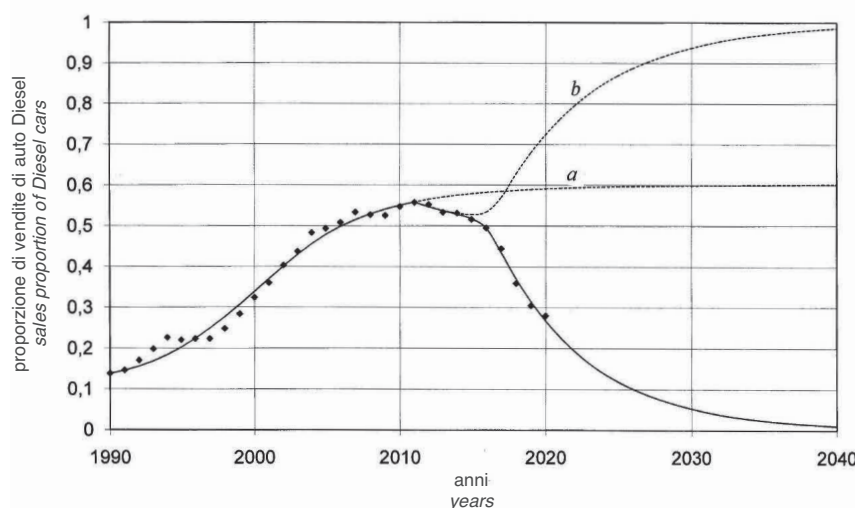


Figura 3 – La curva continua è la traiettoria delle proporzioni di vendite di auto Diesel in Europa fra il 1990 e il 2040 sovrapposta ai punti registrati fra il 1990 e il 2020. Le curve tratteggiate sono le prosecuzioni del tratto di traiettoria precedente il 2011 che si sarebbero verificate se, a: i parametri del sistema fossero rimasti fino alla fine quelli del periodo precedente il 2011, e b: i parametri fossero quelli dopo il 2011, ma con un valore di β inferiore al valore critico.

Figure 3 – The continuous curve is the trajectory of the proportions of sales of Diesel cars in Europe between 1990 and 2040, superimposed on the points registered between 1990 and 2020. The broken lines are the continuations of the trajectory section before 2011 if: a) the system parameters remained those of the period before 2001, and b) the values of the parameters had remained those occurred after 2011, but with a β value less than the critical value.

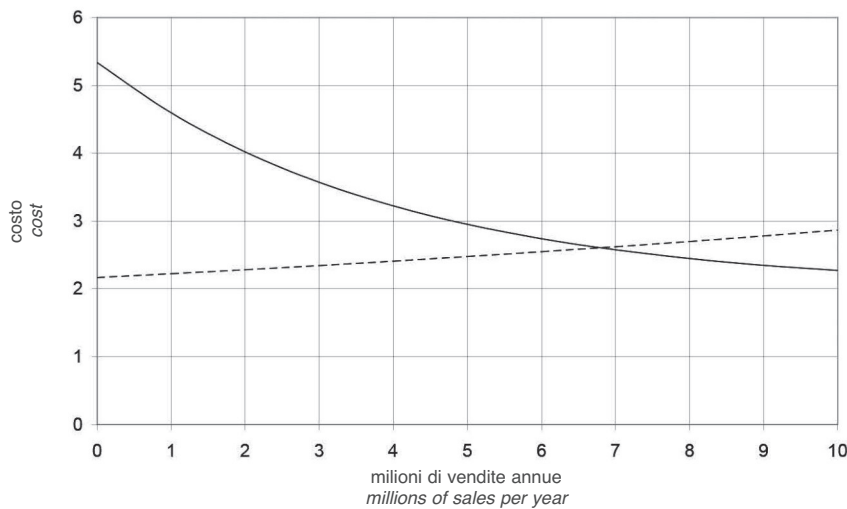


Figura 4 – Traiettorie delle funzioni di costo $c_i(x_i^t T^t)$ per le auto Diesel (curva continua) e per le auto a benzina (curva tratteggiata) nel periodo 1990-2011.
Figure 4 – Trajectories of cost functions $c_i(x_i^t T^t)$ for Diesel cars (continuous curve) and for gasoline cars (broken curve) in the period 1990-2011.

(1) con $T^0 = 10^7$, $\bar{r} = 0.11$ e $K = 18 \cdot 10^6$, partendo dal valore iniziale $x_2^0 = 0.138$ registrato nel 1990, fornisce la sequenza temporale della proporzioni di vendite annue di auto Diesel. La traiettoria di questa sequenza prima del 2011 è riportata nella Fig. 3, rappresentata con tratto continuo fino al 2011. Si vede che la curva si adatta bene ai punti sperimentali. La prosecuzione a tratteggio di questa curva rappresenta la sequenza che si sarebbe verificata nell'ipotesi che i parametri del sistema stimati prima del 2011 fossero rimasti gli stessi anche dopo quella data. Si vede che la curva continua a crescere oltre il 2011, tendendo al valore asintotico $x_2^* = 0.600$, seguendo la caratteristica forma ad S della diffusione delle innovazioni. Il processo evolutivo individuato da questa curva si interrompe però nel 2011, a causa della brusca variazione delle sue caratteristiche, a seguito del crollo delle vendite della auto in Europa verificatosi dopo il 2007.

Per le ragioni illustrate nella Sezione 2 abbiamo supposto che le funzioni di costo nel periodo successivo al 2011 abbiano la forma polinomiale del secondo ordine data dalla (4). Utilizzando la sequenza relativa al periodo 2011-2020 delle proporzioni delle vendite annue di auto Diesel, e la corrispondente sequenza dei numeri totali T^t di auto vendute annualmente in Europa, abbiamo stimato, come nel caso precedente mediante la procedura illustrata in [5], il parametro β della (7) ed i coefficienti delle funzioni di costo $c_i(x_i^t T^t)$, $i = 1, 2$. Abbiamo così stimato che $\beta = 0.149$, mentre la stima dei coefficienti fornisce le seguenti espressioni per le funzioni $c_i(x_i^t T^t)$, rispettivamente per le auto a benzina, $i = 1$, e per le auto Diesel $i = 2$:

$$\begin{aligned} c_1(x_1^t T^t) &= 1.907 - 0.44x_1^t T^t - 0.15(x_1^t T^t)^2 \\ c_2(x_2^t T^t) &= 20.00 + 1.03x_2^t T^t - 0.316(x_2^t T^t)^2 \end{aligned} \quad (14)$$

It resulted that $\beta = 0.266$, while the estimate of the coefficients gives the following expressions of $c_i(x_i^t T^t)$, for the gasoline cars, $i = 1$, and for Diesel cars, $i = 2$, respectively:

$$\begin{aligned} c_1(x_1^t T^t) &= 0.966 + 1.200 \exp(0.046x_1^t T^t) \\ c_2(x_2^t T^t) &= 2.000 + 3.337 \exp(-0.251x_2^t T^t) \end{aligned} \quad (13)$$

The pattern of functions $c_1(x_1^t T^t)$ given by Eq. (13) is shown in Fig. 4. That relative to gasoline cars is represented by the broken line, while the continuous curve is relative to Diesel cars. These curves identify the cost attributed on the average by potential buyers to the two types of cars, in the time period between 1990 and 2011, as the number of yearly sales of each of them varies. As in this time period buyers know well the characteristics of the gasoline car, which is on the market for a long time, they attribute to it, were

the sales very low, a cost much less than that of the Diesel car, which is instead an innovative product.

The figure shows that the cost is slightly increasing as sales rise, probably due to the increase in congestion caused by the increase in circulating cars. Instead the continuous curve, which represents the cost function of the Diesel cars, shows that at the beginning of the diffusion process, when sales are practically zero, the cost attributed to Diesel cars is much greater than that of gasoline cars, due to uncertainty, but it decreases quite quickly as diffusion increases, and at a certain point it becomes less than that of gasoline cars.

The coordinates of the fixed points of the evolution process of x_2^t before 2011 are the solutions of Eq. (12) with $K = 18 \cdot 10^6$, $c_1(x_1^t T^t)$ and $c_2(x_2^t T^t)$ given by Eq. (13). They have been computed by considering a long sequence of x_2 values from 0 to 1, very close each other, and the sequences of the corresponding values of $c_2(x_2 K) - c_1([1 - x_2]K)$ and of $\ln[(1 - x_2)/x_2]$. The values of x_2 in the first sequence, for which the corresponding values of $c_2 - c_1$ and of $\ln[(1 - x_2)/x_2]$ are equal to each other, are the coordinates of the fixed points of the process under examination. In this way we have found that the process has a single fixed point, of coordinate $x_2^* = 0.600$, which is the unique attractor of the system. The iterate application of Eqs. (8), where \bar{x}_2^t is given by Eq. (6), with c_1 and c_2 given by Eq. (13), and T^t furnished by Eq. (1) with $T^0 = 10^7$, $\bar{r} = 0.11$ and $K = 18 \cdot 10^6$, starting from the initial value $x_2^0 = 0.138$ registered in 1990, furnishes the sequence over time of the proportion of yearly sales of Diesel cars. The trajectory of this sequence before 2011 is shown in Fig. 3, represented as a continuous line up to 2011. We see that the curve fits well the experimental points. The continuation of this curve as broken line represents the sequence that would have occurred in the event that the characteristics of the sys-

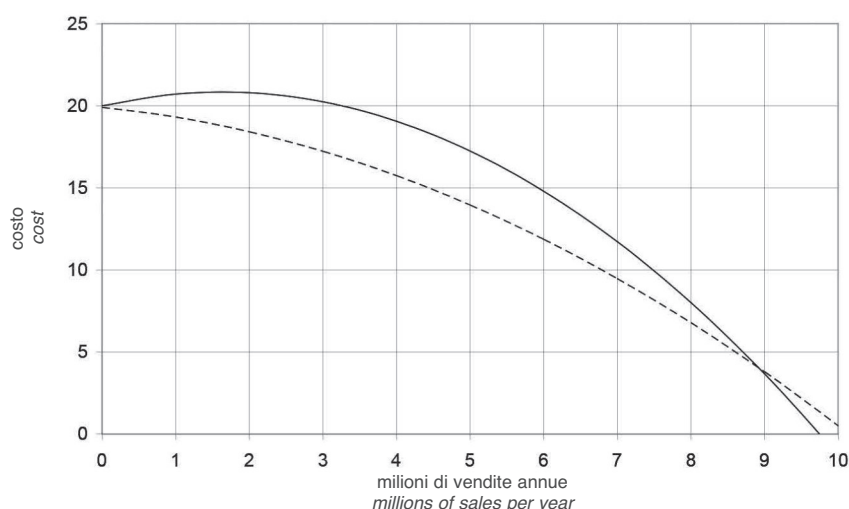


Figura 5 – Traiettorie delle funzioni di costo $c_i(x_i^t T^t)$ per le auto Diesel (curva continua) e per le auto a benzina (curva tratteggiata) nel periodo successivo al 2011.

Figure 5 – Trajectories of cost functions $c_i(x_i^t T^t)$ for Diesel cars (continuous curve) and for the gasoline cars (broken curve) in the period after 2011.

L'andamento delle funzioni, $c_i(x_i^t T^t)$, $i = 1, 2$, dato dalle (14) è riportato in Fig. 5. Quello relativo alle auto a benzina è rappresentato dalla curva tratteggiata, mentre la curva a tratto continuo è relativa alle auto Diesel.

Queste curve individuano il costo mediamente attribuito dai potenziali compratori ai due tipi di auto nel periodo fra il 2011 e il 2020 al variare del numero di vendite annue di ciascuno di essi. Si osserva che il costo che sarebbe attribuito se in questo periodo di tempo le vendite fossero molto basse è lo stesso per i due tipi di auto, le cui caratteristiche sono egualmente note ai compratori, dato che entrambi sono presenti sul mercato da molto tempo.

Aumentando le vendite delle auto a benzina il costo ad esse attribuito diminuisce a causa della aumentata fiducia nelle sue potenzialità dovuta a questo aumento delle vendite. Invece per le auto Diesel il costo si mantiene praticamente costante per un certo intervallo delle vendite annue a partire da zero, con un lievissimo aumento iniziale ed una altrettanto lieve diminuzione all'aumentare delle vendite, a causa delle preoccupazioni dovute alle emissioni inquinanti di questo tipo di veicolo e del timore dei provvedimenti che potrebbero essere presi dalle Pubbliche Amministrazioni per contrastarle. Tuttavia, quando le vendite annue hanno superato un certo valore il costo inizia a diminuire più rapidamente di quello delle auto a benzina, a causa della rinnovata fiducia nelle potenzialità di questo tipo di auto prodotta dall'aumento delle vendite, probabilmente rafforzata dalle notizie diffuse dai mass media circa tecnologie innovative capaci di ridurre a valori prossimi allo zero le emissioni inquinanti [3]. Però, per un ampio spettro di vendite annue il costo attribuito alle auto Diesel è maggiore di quello delle auto a benzina. Il ri-

tem, stimato prima del 2011, ha remained the same also after this date. We see that the curve continues to grow after 2011, tending to the asymptotic value $x_2^* = 0.600$, following the characteristic S shape of the diffusion of innovations. However the process identified by this curve stops in 2011, due to the sharp change of its characteristics, following the fall in car sales in Europe occurred after 2007.

As explained in Section 2 we have supposed that the cost functions in the period after 2011 have the second order polynomial form of Eq. (4). Using the sequence of the proportions of yearly sales of Diesel cars relative to the period 2011-2020, and the corresponding sequence of the total numbers T^t sold yearly in Europe, we have estimated using, as in the previous case, the procedure presented in [5], parameter β of Eq. (7) and the coefficients of cost functions $c_i(x_i^t T^t)$, $i = 1, 2$. So we have estimated that $\beta = 0.149$, while the estimate of the coefficients furnishes the following expressions $c_i(x_i^t T^t)$, for gasoline cars, $i = 1$, and for Diesel cars, $i = 2$:

$$\begin{aligned} c_1(x_1^t T^t) &= 1.907 - 0.44x_1^t T^t - 0.15(x_1^t T^t)^2 \\ c_2(x_2^t T^t) &= 20.00 + 1.03x_2^t T^t - 0.316(x_2^t T^t)^2 \end{aligned} \quad (14)$$

The pattern of cost functions $c_i(x_i^t T^t)$, $i = 1, 2$, given by Eq. (14) is shown in Fig. 5. That relative to gasoline cars is represented by the broken curve, while the continuous curve is relative to Diesel cars.

These curves identify the cost attributed on the average by potential buyers to the two type of cars in the period between 2011 and 2020, as the number of sales of each of them varies. We see that the cost that would be attributed if the sales in this time period were very low is the same for the two types of cars, whose characteristics are equally known to buyers, since both are on the market for a long time.

As sales of gasoline cars increase, the cost attributed to them would decrease due to the confidence on their potential caused by this increase in sales. Instead the cost for Diesel cars is kept practically constant for a certain interval of yearly sales starting from zero, with a very slight initial increase and an equally slight decrease as sales increase, because of concerns about pollution due to this type of vehicle and the fear of measures that could be taken by Public Administrations to fight it. However, when sales have exceeded a certain value, cost begins to decrease faster than that of gasoline cars, due to renewed confidence on this type of cars caused by the sales increase, enhanced by the news reported by mass media about innovative technologies able to reduce

sultato è che nel 2012 la proporzione \bar{x}_2^t dei potenziali compratori che ritengono l'auto Diesel preferibile a quella a benzina è inferiore a quella x_2^t di coloro che l'anno precedente, cioè all'inizio del periodo che stiamo considerando, l'anno acquistata. Si ricava quindi dalla (7) che, a partire dal 2011 la proporzione di vendite di auto Diesel inizia a diminuire.

Le coordinate dei punti fissi del processo di evoluzione di x_2^t dopo il 2011 sono le soluzioni della (12), con $K = 18 \cdot 10^6$, $c_1(x_1^t T')$ e $c_2(x_2^t T')$ date dalle (14). Procedendo come nel caso precedente, si è calcolato che la (12) ha tre soluzioni: $x_2^* = 0.0$, $x_2^{**} = 0.497$, $x_2^{***} = 1.0$, per cui il processo ha tre punti fissi: P^* , P^{**} , P^{***} di coordinate (0.0, 18), (0.497, 18), (1.0, 18) rispettivamente. Seguendo la procedura indicata in [6], si ricava che i punti P^* e P^{***} sono stabili, e quindi attrattori, mentre P^{**} è instabile e quindi repulsivo. Esso è il punto in cui il separatore dei bacini di attrazione di P^* e P^{***} interseca il lato superiore del rettangolo rappresentato in Fig. 1, che rappresenta lo spazio delle fasi. Ciò è conseguenza di una ben nota proprietà dei sistemi dinamici, i cui punti fissi instabili sono ubicati sui separatori dei bacini di attrazione (cfr. per esempio [12], pp. 79-80).

È dimostrato in Appendice che la traiettoria che individua l'evoluzione del sistema nello spazio delle fasi è attratta da P^* o P^{***} dipendendo dal valore di β della (7). Esiste un valore $\hat{\beta}$ di β tale che per $\beta > \hat{\beta}$ la traiettoria nello spazio delle fasi del processo generato dalle (8), con $c_1(x_1^t T')$ e $c_2(x_2^t T')$ date dalle (14), mentre T' è dato dalla (1) con $T^0 = 10^7$, $\bar{r} = 0.2$, $K = 18 \cdot 10^6$, avente inizio nel punto P^0 di coordinate (0.558, 10.89) registrate nel 2011 si dirige verso P^* , mentre per $\beta < \hat{\beta}$ è attratta da P^{***} . Attraverso la iterata applicazione delle (8) si sono calcolati i valori asintotici di x_2^t per diversi valori di β : si è così calcolato che $\hat{\beta} = 0.139$.

La iterata applicazione delle (8), dove \bar{x}_2^t è fornito dalla (6), con c_1 e c_2 date dalle (14), e T' fornito dalla (1) con $T^0 = 10.89 \cdot 10^6$, $\bar{r} = 0.2$ e $K = 18 \cdot 10^6$, partendo dal valore iniziale $x_2^0 = 0.558$ registrato nel 2011, fornisce la sequenza temporale della proporzioni di vendite annue di auto Diesel dopo quella data. La traiettoria di questa sequenza è riportata nella Fig. 3, rappresentata con tratto continuo e sovrapposta fino al 2020 ai punti sperimentali, ai quali essa si adatta molto bene. Essa presenta un primo tratto discendente di pendenza abbastanza modesta, quindi, come conseguenza del fatto che $\beta = 0.149 > \hat{\beta}$, nel 2016 si verifica una svolta, la pendenza aumenta nettamente, la proporzione di vendite di auto Diesel va progressivamente annullandosi. Nella stessa figura è rappresentata con curva tratteggiata la sequenza di x_2^t che si sarebbe realizzata se il valore di β fosse stato leggermente inferiore a $\hat{\beta}$, $\beta = 0.138$. Si vede che dopo un primo tratto di pendenza discendente si verifica una svolta, la curva si dirige verso l'alto con forte pendenza ed i valori di x_2^t vanno progressivamente aumentando.

La Fig. 6 mostra la rappresentazione di questa parte del processo nello spazio delle fasi. La curva a tratto grosso rappresenta il separatore fra i bacini di attrazione dei punti fissi P^* e P^{***} . Essa è stata ottenuta calcolando per ciascun x_2 il massimo valore di T per il quale la sequenza

the polluting emissions to values near zero [3]. However for a wide range of sales the cost attributed to Diesel cars is greater than that of gasoline cars. It results from this that in 2012 the proportion \bar{x}_2^t of the potential buyers, who consider the Diesel car preferable to the gasoline one, is less than the proportion x_2^t of those who the previous year, i.e. at the beginning of the period we are considering, bought it. Thus we have from Eq. (7) that, starting from 2011, the proportion of sales of Diesel cars begins to decrease.

The coordinates of the fixed points of the evolution process of x_2^t after 2011 are the solutions of Eq. (12), with $K = 18 \cdot 10^6$, $c_1(x_1^t T')$ and $c_2(x_2^t T')$ given by Eq. (14). Proceeding as in the previous case we have computed that Eq. (12) has three solutions: $x_2^* = 0.0$, $x_2^{**} = 0.497$, $x_2^{***} = 1.0$, so that the process has three fixed points: P^* , P^{**} , P^{***} of coordinates (0.0, 18), (0.497, 18), (1.0, 18), respectively. Following the procedure presented in [6], we have that points P^* and P^{***} are stable, and thus they are attractors, while P^{**} is unstable, and thus it is repulsive. It is the point in which the separator between the basins of attraction of P^* and P^{***} intersects the upper side of the rectangle shown in Fig. 1, which represents the phase space. This is a consequence of a well known property on the dynamic systems, whose unstable fixed points are located on the separators of the basins of attraction (see e.g. [12], pp. 79-80).

It is proved in the Appendix that the trajectory that represents the evolution of the system in the phase space, is attracted by P^* or P^{***} depending on the value of β of Eq. (7). There is a value $\hat{\beta}$ of β such that for $\beta > \hat{\beta}$ the trajectory in the phase space of the process generated by Eqs. (8), with $c_1(x_1^t T')$ and $c_2(x_2^t T')$ given by Eq. (14), while T' is given by Eq. (1) with $T^0 = 10^7$, $\bar{r} = 0.2$, $K = 18 \cdot 10^6$, starting at point P^0 of coordinates (0.558, 10.89) registered in 2011, goes towards P^* , while for $\beta < \hat{\beta}$ is attracted by P^{***} . Through the iterate application of Eq. (8) we have computed the asymptotic values of x_2^t for many values of β : so we have found that $\hat{\beta} = 0.139$.

The iterate application of Eqs. (8), where \bar{x}_2^t is furnished by Eq. (6), with c_1 and c_2 given by Eq. (14) and T' furnished by Eq. (1) with $T^0 = 10.89 \cdot 10^6$, $\bar{r} = 0.2$ and $K = 18 \cdot 10^6$, beginning from the initial value $x_2^0 = 0.558$ registered in 2011, gives the time sequence of the proportions of Diesel cars sold after that date. The trajectory of this sequence is shown in Fig. 3, represented as continuous curve up to 2020, superimposed on the experimental point, which it fits very well. It has a first stretch descending with slight slope, then, as a consequence of the fact that $\beta = 0.149 > \hat{\beta}$, a turning point takes place, the descending slope increases markedly, and the proportion of sales of Diesel car is progressively vanishing. The same figure shows as a broken line the sequence of x_2^t that would have occurred if the value of β had been slightly less than $\hat{\beta}$, $\beta = 0.138$. We see that, after a first slightly descending stretch a turning point takes place, the curve heads upwards, and the x_2^t values are increasing progressively.

dei punti generata dalle (8), dove \bar{x}_2^i è fornito dalla (6), con c_1 e c_2 date dalle (14), e T^i fornito dalla (1) con $T^0 = 10.89 \cdot 10^6$, $\bar{r} = 0.2$ e $K = 18 \cdot 10^6$, converge verso P^* .

La curva interseca, per le ragioni illustrate in precedenza, il lato superiore del rettangolo che costituisce lo spazio delle fasi nel punto fisso instabile P^* . Il punto P^0 di origine della traiettoria del processo cade nel bacino di attrazione di P^* , verso il quale essa si dirige. Una modesta rotazione verso sinistra del separatore dei due bacini di attrazione intorno a P^* , conseguente alla diminuzione di β da 0.149 a $0.138 < \hat{\beta}$, avrebbe portato il punto P^0 all'interno del bacino di attrazione di P^{***} , modificando radicalmente l'evoluzione del processo.

La Fig. 7 riporta l'andamento nel tempo delle vendite $x_1^i T^i$ e $x_2^i T^i$ delle auto a benzina e Diesel rispettivamente, calcolate attraverso la ripetuta applicazione delle (8), nelle due fasi del processo. Si osserva una brusca caduta nelle vendite nell'anno 2011, e l'andamento ascendente di $x_2^i T^i$ per alcuni anni dopo il 2011, come era stato previsto precedentemente.

Questa analisi del processo di diffusione dell'auto Diesel in Europa dopo il 2011 ha posto in evidenza che, nonostante il favorevole giudizio dei potenziali compratori circa le potenzialità di questo tipo di auto, documentato dall'andamento discendente della funzione di costo in Fig. 5, è stata la scarsa fiducia nel suo futuro, evidenziata dal valore di β superiore al valore critico, dovuta al timore di provvedimenti restrittivi da parte delle Pubbliche Amministrazioni, e ulteriormente alimentata dalle notizie circa lo scandalo Dieseldgate, "il più grosso scandalo nella storia dell'industria automobilistica" [9], a determinare il drammatico crollo delle vendite.

Una forma di instabilità in un processo evolutivo, come quello delle vendite annue di auto Diesel dopo il 2011, non è inusuale nei sistemi in cui due tipologie di trasporto – per esempio due tipi di veicolo, due modi di trasporto, ecc. – sono in competizione fra loro, ed una di esse è in fase di declino, ma la sua funzione di costo diminuisce più rapidamente di quella dell'altra come conseguenza di innovazioni tecnologiche. Esiste un valore critico del parametro che misura la fedeltà degli utenti alla tipologia di trasporto in fase di declino, in corrispondenza del quale si verifica una biforcazione nella evoluzione del sistema, con la tipologia declinante che ad un certo punto subisce una svolta iniziando a crescere nel tempo, ovvero subisce un drastico incremento del declino, secondo che il parametro sia minore o maggiore del valore critico. Un altro esempio, studiato in [6], è quello delle ferrovie svizzere, in competizio-

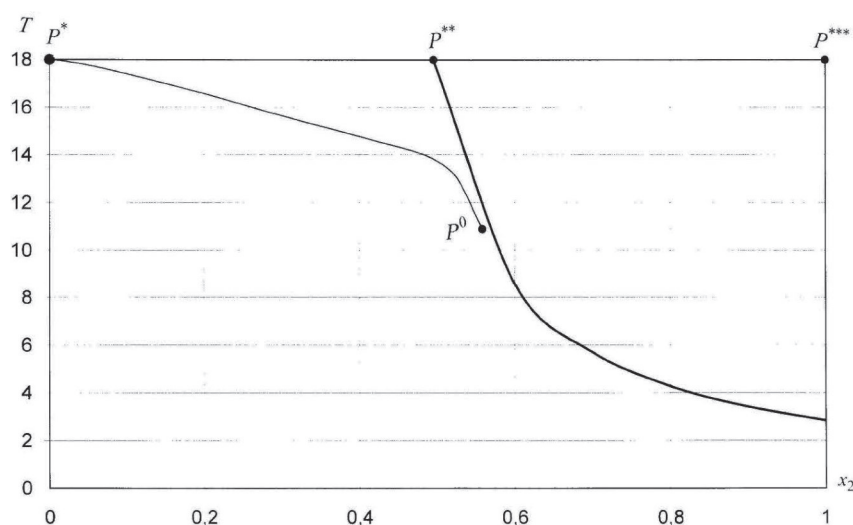


Figura 6 – Rappresentazione nello spazio delle fasi dei punti fissi del sistema dinamico nel periodo successivo al 2011, del separatore (linea spessa) fra i bacini di attrazione di P^* e di P^{***} , e della traiettoria dei punti di coordinate x_2^i, T^i con origine nel punto P^0 .

Figure 6 – Representation in the phase space of the fixed points of the dynamic system in the period after 2011, of the separator (thick line) between the basins of attraction of P^* and of P^{***} , and of the trajectory of points of coordinates x_2^i, T^i originating in point P^0 .

Fig. 6 shows the representation of this part of the process in the phase space. The thick line represents the separator between the basins of attraction of P^* and P^{***} . It has been obtained by computing, for each x_2 , the maximum value of T for which the sequence of the points generated by Eq. (8), where \bar{x}_2^i is furnished by Eq. (6), with c_1 and c_2 given by Eq. (14) and T^i furnished by Eq. (1) with $T^0 = 10.89 \cdot 10^6$, $\bar{r} = 0.2$ and $K = 18 \cdot 10^6$, converges to P^* .

The curve intersects, for the reasons explained above, the upper side of the rectangle that constitutes the phase space in the unstable fixed point P^* . Point P^0 of origin of the trajectory of the process falls in the basin of attraction of P^* , towards which it heads. A slight left rotation of the separator around P^* , as a consequence of the decrease in β from 0.149 to $0.138 < \hat{\beta}$, would have moved point P^0 inside the basin of attraction of P^{***} , modifying substantially the evolution of the process.

Fig. 7 shows the pattern over time of sales $x_1^i T^i$ and $x_2^i T^i$ of gasoline and Diesel cars, respectively, computed through the iterated application of Eq. (8), in the two phases of the process. We see a sudden fall in sales in 2011, and the ascending pattern of $x_2^i T^i$ for some years after 2011, as predicted above.

This analysis of the diffusion process of the Diesel car after 2011 has highlighted that, despite the favourable judgment of potential buyers about the potential of this type of car, documented by the descending pattern of cost function

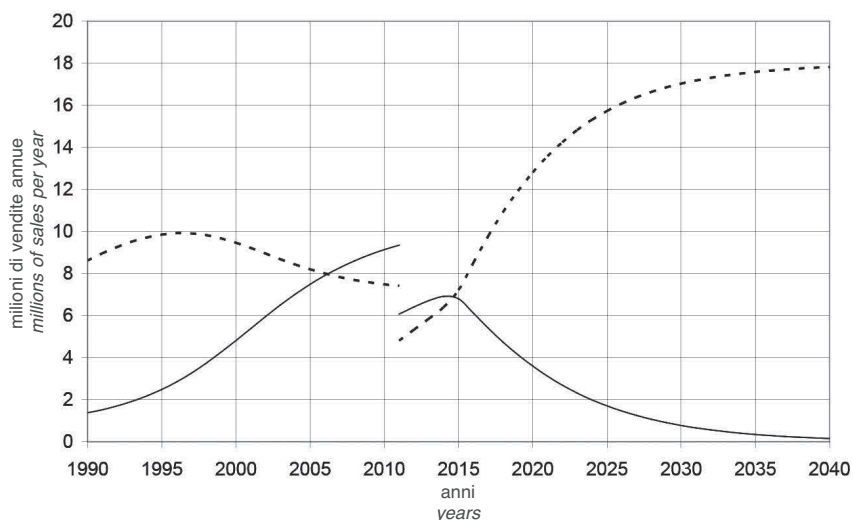


Figura 7 – Traiettorie delle vendite annue di auto Diesel (linee continue) e di auto a benzina (linee tratteggiate) nei periodi 1990-2011 e 2011-2040.
Figure 7 – Trajectories of yearly sales of Diesel cars (continuous lines) and of gasoline cars (broken lines) in the periods 1990-2011 and 2011-2040.

ne col trasporto stradale per il trasporto delle merci, in fase di declino per diversi decenni, ma con un costo attribuito dagli utenti decrescente molto più rapidamente che quello del trasporto stradale al crescere del numero annuo di tonnellate di merci trasportate, a causa delle innovazioni tecnologiche introdotte nel trasporto ferroviario. La proporzione di tonnellate di merci trasportate dalla ferrovia ha avuto una svolta netta nel 2007, aumentando progressivamente dopo quell'anno, come conseguenza della elevata fedeltà degli utenti alla ferrovia, misurata da un valore del relativo parametro molto più basso del valore critico.

4. Conclusioni

Lo studio del processo di diffusione dell'auto Diesel in Europa effettuato in questo articolo ha posto in luce una forma di instabilità tipica in alcuni dei processi di innovazione nei sistemi in cui due tipologie di trasporto sono in competizione fra loro. Una tipologia di trasporto in fase di crescita, perché soggetta ad un processo di innovazione, può ad un certo punto, a causa di qualche evento esterno, presentare una fase di declino durante la quale però si verificano eventi, in genere innovazioni tecnologiche, per cui la sua funzione di costo decresce più rapidamente di quella dell'altra tipologia. La fase di declino termina con una svolta, che può dar luogo ad una ripresa della crescita, ovvero può dare inizio ad un improvviso drastico incremento del declino. Utilizzando un modello matematico di competizione fra due tipologie di trasporto questo articolo ha mostrato che la direzione della svolta dipende dal valore di un parametro del modello, che misura la resistenza degli utenti ad abbandonare la tipologia innovativa durante la sua fase di declino. Esiste un valore critico di tale parametro in corrispondenza del quale si ha una

in Fig. 5, it was the slight confidence in its future – highlighted by the value of β greater than the critical one – due to the fear of restrictive measures by the Public Administrations, and further fuelled by the news on the Dieseldgate, “the biggest scandal in automotive industry” [9], to cause the dramatic fall in sales.

A type of evolution over time as that of the sales of Diesel cars after 2011 is not unusual in systems where two transport typologies – e.g. two types of vehicles, two transport modes, etc. – are in competition with each other, and one of them is in decline, but its cost function decreases faster than that of the other, as a consequence of technological innovations. There is a critical value of the parameter that measures the loyalty of users to the transport typology in decline, in correspondence of which there is a bifurcation in the evolution of the system, with the declining typology that at a certain point undergoes a turning point, beginning to grow over time, or continues the decline, depending whether the parameter is less or greater than the critical value. Another example – studied in [6] is that of Swiss railways, in competition with road transport for freight transport, in decline for many years, but with a cost attributed by users decreasing much faster than that of road transport – as the number of tons carried yearly increased over time – due to the technological innovations introduced in the rail transport. The proportion of tons of freight carried by rail had a turning point in 2007, growing progressively after that year, as a consequence of the high loyalty of users to rail, measured by a value of the relative parameter much less than the critical one.

tion in the evolution of the system, with the declining typology that at a certain point undergoes a turning point, beginning to grow over time, or continues the decline, depending whether the parameter is less or greater than the critical value. Another example – studied in [6] is that of Swiss railways, in competition with road transport for freight transport, in decline for many years, but with a cost attributed by users decreasing much faster than that of road transport – as the number of tons carried yearly increased over time – due to the technological innovations introduced in the rail transport. The proportion of tons of freight carried by rail had a turning point in 2007, growing progressively after that year, as a consequence of the high loyalty of users to rail, measured by a value of the relative parameter much less than the critical one.

4. Conclusions

The study of the diffusion process of the Diesel car in Europe presented in this paper has highlighted a form of instability typical of some innovation processes in which two transport technologies are in competition with each other. A transport typology, which is growing due to an innovation process, at a certain point can, due to some external event, have a decline phase during which, however, some events, usually technological innovations, take place, so that its cost function decreases faster than that of the other typology. The decline phase ends with a turning point, which can give rise to a recovery of the growth, or start a sudden drastic increase in the decline. By using a mathematical model of competition between two typologies of transport this paper has shown that the turning direction depends on the value of a parameter of the model, which

biforcazione del processo evolutivo, con una svolta verso una ripresa della crescita, ovvero verso una netta accentuazione del declino, secondo che il parametro del modello sia inferiore o superiore al valore critico.

L'ampia diffusione dell'auto Diesel in Europa durante il ventennio a cavallo dell'inizio del secolo è stata dovuta essenzialmente alla maggiore efficienza energetica del motore Diesel rispetto a quello a benzina. Le auto Diesel hanno assunto quindi una posizione di netto vantaggio nel rispettare i sempre più stringenti standard sulla efficienza del combustibile, e per questo hanno ricevuto incentivi da parte dello stato sotto forma di favorevole tassazione sui carburanti. La diffusione delle auto Diesel in Europa ha seguito per un ventennio la curva ad S caratteristica della diffusione delle innovazioni, fino a circa il 2011, quando la proporzione delle vendite ha iniziato a declinare, in concomitanza con la grande crisi che ha colpito il mondo dell'automobile a seguito del crollo dell'economia nel 2008-2009. Dopo il 2012 le vendite di auto in Europa hanno ripreso a crescere, ma lo shock prodotto dal crollo ha modificato profondamente l'atteggiamento dei potenziali compratori e delle Pubbliche Amministrazioni, divenute molto più sensibili ai problemi, particolarmente quelli ambientali, dovuti alla diffusione dell'automobile. Questo diverso atteggiamento ha creato problemi in particolare alle auto Diesel, la cui proporzione delle vendite è andata diminuendo progressivamente nel tempo. Tuttavia, per alcuni anni dopo il 2011 il numero di vendite annue di auto Diesel ha ripreso a crescere. Questo aumento delle vendite ha prodotto una rinnovata fiducia nelle potenzialità dell'auto Diesel, rafforzata dalle notizie circa tecnologie innovative [3], capaci di ridurre a valori prossimi a zero le emissioni inquinanti, per cui la proporzione di coloro che ritenevano l'auto Diesel preferibile è andata aumentando, pur rimanendo inferiore a quella di coloro che l'hanno acquistata l'anno precedente. A questo punto, se la resistenza dei potenziali compratori ad abbandonare l'auto Diesel durante il suo declino fosse stata elevata, la proporzione di vendite di auto Diesel avrebbe iniziato ad aumentare di nuovo. Invece la resistenza ad abbandonare l'auto Diesel è stata bassa: come conseguenza, ad un certo punto il numero di vendite annue ha cominciato a diminuire, provocando una riduzione della fiducia dei potenziali compratori nelle potenzialità dell'auto Diesel, dando luogo ad una svolta verso il basso nella evoluzione della proporzione delle vendite, che ha subito un drammatico crollo. Il risultato di questa evoluzione, a meno che le caratteristiche del processo non subiscano qualche nuova sostanziale modifica, sembra essere nel futuro un ruolo marginale dell'auto Diesel nel mercato dell'automobile. È tuttavia molto probabile che la tecnologia Diesel non scompaia, ma ritrovi un suo ruolo nelle auto ibride Diesel-elettriche [4][11], le quali presentano notevoli vantaggi rispetto alle auto elettriche plug-in. Utilizzando il motore elettrico nelle aree urbane e quello Diesel fuori città si eliminerebbe il principale inconveniente delle auto Diesel, l'inquinamento delle aree urbane. D'altra parte nei viaggi fuori città si godrebbero i vantaggi dell'efficienza energetica del motore Diesel, il quale verrebbe

measures the resistance of users to give up the innovative system during the decline. There is a critical value of this parameter in correspondence of which there is a bifurcation of the evolution process, with a turn towards a recovery of the growth, or towards a marked accentuation of the decline, depending on whether the parameter is less or greater than the critical value.

The wide diffusion of the Diesel car around the beginning of the century was due essentially to a higher energy efficiency of the Diesel engine than the gasoline one, which put it in a clear advantage position in respecting the increasingly stringent standards on the fuel efficiency, and for that Diesel cars received incentives from the State, in the form of favourable taxation on fuels. The diffusion of Diesel cars in Europe has followed for two decades the S shaped curve of the diffusion of innovations, up to about 2010, when the proportion of sales began to decline, at the same time as the great crisis that hit the automobile world following the economy fall in 2007-2008. After 2012 car sales in Europe started growing again, but the shock caused by the fall modified deeply the attitude of potential buyers and of Public Administration, which had become much more sensitive to the problems – in particular the environmental ones – due to car diffusion. This change of attitude has caused problems in particular to Diesel cars, whose proportion of sales has been decreasing progressively over time. However, for some years after 2011, the number of yearly sales of Diesel cars has started to grow again. This sales increase caused a renewed confidence on the potential of the Diesel car, reinforced by news about innovative technologies [3], able to reduce pollutant emissions to values close to zero, so that the proportion of those who found the Diesel car preferable has been increasing, while remaining less than that of those who bought it the previous year. At this point, if the resistance of potential buyers to giving up the Diesel car during its decline would had been high, the proportion of sales of Diesel cars would had started rising again. Instead the resistance to give up the Diesel car has been low: as a consequence, at a certain point the number of sales has began to decrease, causing a reduction in the confidence of potential buyer in the potential of the car Diesel, giving rise to a downward turn in the evolution of the proportion of sales, which experienced a dramatic fall. The result of this evolution, unless the process characteristics undergo some new substantial change, seems to be a marginal role of the Diesel car in the car market.

However most likely the Diesel technology will not disappear, but it will found again a role in hybrid Diesel-electric cars [4][11], which have significant advantages on the plug-in electric cars. Using the electric engine in urban areas and the Diesel one out of town, the main disadvantage of Diesel cars, the pollution of urban areas, would be eliminated. On the other hand, on trips out of town one would enjoy the benefit of the energy efficiency of the Diesel engine, which would also be used to charge the batteries, eliminating the

inoltre utilizzato per ricaricare le batterie, eliminando la dipendenza dai punti di ricarica delle auto plug-in.

Appendice

Osserviamo che, anche se x_2^t diminuisce a partire dal 2011, può accadere che il numero annuo di vendite di auto Diesel $x_2^t T^t$ aumenti. Infatti, ponendo $\eta = \beta(x_2^t - \bar{x}_2^t)$ si ha dalla (7) che $x_2^{t+1} = x_2^t - \eta = x_2^t(1 - \eta/x_2^t)$, mentre si ha dalla (1) che $T^{t+1} = T^t(1 - r^t)$, dove r^t è il tasso di incremento annuo delle vendite complessive di auto al tempo t . Si ha quindi che $x_2^{t+1}T^{t+1} = x_2^t T^t(1 - \eta/x_2^t)$. Dalla Fig. 3 si vede che nei primi anni dopo il 2011 x_2^t decresce linearmente, per cui η è costante. Poiché nel 2011 entrambi x_2^t e r^t sono elevati, si ha che $(1 - \eta/x_2^t)(1 + r^t) > 1$ e quindi $x_2^t T^t$ aumenta negli anni successivi. Tenendo conto dei valori di $x_1^t T^t$ e $x_2^t T^t$ negli anni successivi al 2011, si vede nella Fig. 5 che in questi anni $c_2(x_2^t T^t)$ decresce più rapidamente di $c_1(x_1^t T^t)$, per cui risulta che $c_2(x_2^t T^t) - c_1(x_1^t T^t)$ decresce nel tempo e, come si ricava dalla (6), \bar{x}_2^t aumenta. Se β è abbastanza piccolo, si ricava dalla (7) che x_2^t diminuisce lentamente. Accade quindi che \bar{x}_2^t aumenti più rapidamente di quanto x_2^t diminuisce, per cui il valore assoluto $|\bar{x}_2^t - x_2^t|$ diminuisce finché ad un certo tempo \hat{t} si annulla e per $t > \hat{t}$ si ha $\bar{x}_2^t > x_2^t$ e quindi $x_2^{t+1} > x_2^t$. Al tempo \hat{t} si verifica una svolta nella evoluzione del processo, la traiettoria nello spazio delle fasi cambia direzione e si dirige verso P^{**} . Se invece β è elevato, x_2^t diminuisce rapidamente, e ad un certo punto si ha $(1 - \eta/x_2^t)(1 + r^t) < 1$. $x_2^t T^t$ inizia a diminuire mentre $x_1^t T^t$ continua ad aumentare, per cui, come si vede nella Fig. 5, si verifica un netto aumento di $c_2(x_2^t T^t) - c_1(x_1^t T^t)$ ed una altrettanto netta diminuzione di \bar{x}_2^t e quindi di x_2^{t+1} . La traiettoria nello spazio delle fasi subisce un brusco ripiegamento dirigendosi rapidamente verso P^* .

dependence of the plug-in electric cars on the charging points.

Appendix

We see that, even if x_2^t is decreasing beginning from 2011, it can happen that the number of sales of Diesel cars is increasing. In fact, putting $\eta = \beta(x_2^t - \bar{x}_2^t)$, we have from Eq. (7) that $x_2^{t+1} = x_2^t - \eta = x_2^t(1 - \eta/x_2^t)$, while we have from Eq. (1) that $T^{t+1} = T^t(1 - r^t)$, where r^t is the rate of the yearly increase in car sales at time t . Thus we have that $x_2^{t+1}T^{t+1} = x_2^t T^t(1 - \eta/x_2^t)$. We see from Fig. 3 that in the first years after 2011 x_2^t decreases linearly, so that η is constant. Since in 2011 both x_2^t and r^t are high, we have that $(1 - \eta/x_2^t)(1 + r^t) > 1$, and thus $x_2^t T^t$ increases in the successive years. Taking into account the values of $x_1^t T^t$ and $x_2^t T^t$ in the years after 2011, we see in Fig. 5 that in these years $c_2(x_2^t T^t)$ decreases more quickly than $c_1(x_1^t T^t)$, so that $c_2(x_2^t T^t) - c_1(x_1^t T^t)$ decreases over time and, as we see from Eq. (6), \bar{x}_2^t increases. If β is quite small, we have from Eq. (7) that x_2^t decreases slowly. Thus we have that \bar{x}_2^t increases faster than x_2^t decreases, so that the absolute value $|\bar{x}_2^t - x_2^t|$ decreases, until at a certain time \hat{t} it equals zero, and for $t > \hat{t}$ we have $\bar{x}_2^t > x_2^t$ and thus $x_2^{t+1} > x_2^t$. At time \hat{t} a shift occurs in the evolution of the process, the trajectory of x_2^t changes direction and goes towards P^{**} . Instead if β is high, x_2^t decreases quickly, and at a certain point we have $(1 - \eta/x_2^t)(1 + r^t) < 1$. $x_2^t T^t$ begins to decrease while $x_1^t T^t$ continues to increase, so that, as we see in Fig. 5, we have a marked increase in $c_2(x_2^t T^t) - c_1(x_1^t T^t)$ and an equally marked decrease in \bar{x}_2^t and thus in x_2^{t+1} . The trajectory of x_2^t has a sharp folding, going rapidly towards P^* .

BIBLIOGRAFIA - REFERENCES

- [1] ACEA (2020), "European Automobile Manufacturers' Association". New passenger car registrations by country. Historical series 1990-2020.
- [2] ATABANI A.E., BADRUDDIN I.A., MEKHILEF S., SILITONGA A.S. (2011), "A review on global fuel economy standard, labels and technologies in the transportation sector". Renewable and Sustainable Energy Reviews, 15, 4586-4610.
- [3] Bosch Press Release (2018), "Breakthrough: new Bosch diesel technology provides solution to NOx problem". April 25, 2018.
- [4] DJIK M., YARIME M. (2010), "The emergence of hybrid-electric cars: Innovation path creation through co-evolution of supply and demand". Technological Forecasting & Social Change 77, 1371-1390.
- [5] FERRARI P. (2002), "Road network toll pricing and social welfare". Transp. Res. B 36, 471-483.
- [6] FERRARI P. (2018), "Some necessary conditions for the success of innovations in rail freight transport". Transp. Res. A 118 747-758.
- [7] FERRARI P. (2021), "Il processo di diffusione dell'auto elettrica". Ingegneria Ferroviaria 6/2021, 495-508.
- [8] KURANI K.S., SPERLING D. (1988), "Rise and Fall of Diesel Cars: A Consumer Choice Analysis". Transportation Research Record 1175, 23-32.
- [9] MUJIC E., KLINGNER D. (2018), "Dieselgate: How Hubris and Bad Leadership Caused the Biggest Scandal in Automotive History". Public Integrity, 1-13.
- [10] PISCHINGER F.F. (1998), "The Diesel Engine for Cars - Is There a Future?" Journal of Engineering for Gas Turbines and Power 120, 641-647.
- [11] PRAJAPATI K.C., PATEL R., SAGAR R. (2014), "Hybrid Vehicles: A Study on Technology". International Journal of Engineering Research and Technology, Vol. 3, Issue12, 1076-1087.
- [12] THOMPSON J.M.T., STEWART, H.B. (1986), "Non linear dynamics and chaos". John Wiley & Sons, New York, N.Y.
- [13] Wikipedia. "Standard Europei sulle emissioni inquinanti".