



## Un modello di programmazione lineare mista a numeri interi per la riprogrammazione dei treni merci in caso di chiusura inaspettata dello scalo di smistamento

### *A Mixed-Integer-Linear-Programming Model for Rescheduling Freight Trains under an Unexpected Marshalling-Yard Closure*

Carl Henrik HALL  
Anders PETERSON  
Christiane SCHMIDT  
Liyun YU <sup>(\*)</sup>

(<https://www.medra.org/servlet/view?lang=it&doi=10.57597/IF.06.2024.ART.1>)

**Sommario** - In questo studio, consideriamo la riprogrammazione dei treni merci per ridurre gli effetti delle interruzioni importanti. Partiamo dal presupposto che l'interruzione sia una chiusura inaspettata dello scalo di smistamento e sviluppiamo un modello macroscopico di Programmazione lineare mista a numeri interi per riprogrammare l'orario. Inoltre, progettiamo una strategia di riprogrammazione per lasciare che i treni attendano lungo la strada quando lo scalo di destinazione ha una chiusura. Consideriamo le restrizioni di arresto e la capacità di ciascun segmento e stazione nel modello. L'ordine dei treni interessati dall'interruzione non è fisso. Presentiamo i risultati sperimentali per tre diversi casi di varie dimensioni.

#### 1. Introduzione

Nel corso dei decenni, è cresciuta la domanda di trasporto ferroviario. Tuttavia, non tutti i sistemi ferroviari hanno ampliato la loro capacità di conseguenza. Ciò ha portato a situazioni in cui la rete ferroviaria è congestionata e i disturbi si diffondono facilmente da treno a treno attraverso la rete. Pertanto, diventa sempre più importante avere un orario ferroviario stabile. Ciò può essere ottenuto migliorando la robustezza degli orari e la capacità di recuperare la condizione normale dopo un'interruzione. Se i disturbi sono gravi, è consigliabile creare un nuovo orario. Questo documento si concentra sulla formulazione di un modello di ottimizzazione per quel tipo di scenario e sulla valutazione del potenziale del modello. Consideriamo un caso in cui si verifica un disturbo in uno scalo di smistamento e, quindi, colpisce principalmente un sottoinsieme dei treni. Il modello può essere esteso e applicato per altri casi simili.

**Summary** - In this study, we consider rescheduling freight trains to reduce the effects of major interruptions. We assume that the interruption is an unexpected marshalling-yard closure, and we develop a macroscopic Mixed-Integer-Linear-Programming (MILP) model to reschedule the timetable. Furthermore, we design a rescheduling strategy of letting trains wait on the way when the destination yard has a closure. We consider stopping restrictions and the capacity of each segment and station in the model. The order of the trains affected by the interruption is not fixed. We present experimental results for three different cases of various sizes.

#### 1. Introduction

Over decades, the demand for railway transportation has grown. However, not all railway systems have expanded their capacity accordingly. This has led to situations where the railway network is congested, and disturbances easily spread from train to train through the network. Thus, it becomes more and more important to have a stable railway schedule. This can be achieved by improving the robustness of timetables and the ability to recover to normal state after an interruption. If the disturbances are severe, it is advisable to create a new timetable. This paper focuses on formulating an optimization model for that type of scenario and evaluating the model's potential. We consider a case, where a disturbance occurs at a marshalling yard and, hence, it primarily affects a subset of the trains. The model may be extended and applied for other similar cases.

A marshalling yard is also called a shunting yard. Marshalling yards consist of tracks and switches where different wagons are sorted and combined with new trains heading to different destinations. During a closure of the marshalling yard, the majority of the trains are not able to be driven in or

<sup>(\*)</sup> Dipartimento di Scienze e Tecnologie, Università di Linköping  
- E-mail: liyun.yu@liu.se - SE-601 74 Norrköping, Svezia.

<sup>(\*)</sup> Department of Science and Technology, Linköping University  
- E-mail: liyun.yu@liu.se - SE-601 74 Norrköping, Sweden.

Uno scalo di smistamento è anche chiamato fascio di smistamento. Gli scali di smistamento sono costituiti da binari e deviatori in cui diversi carri vengono smistati e combinati con nuovi treni diretti a destinazioni diverse. Durante una chiusura dello scalo di smistamento, la maggior parte dei treni non può essere condotta dentro o fuori. Tale chiusura porterebbe a una grave interruzione che a sua volta potrebbe portare alla cancellazione dei treni, alla congestione delle linee ferroviarie circostanti e a un impatto indiretto su altri treni. Il processo di riprogrammazione dei treni può essere simile per altre interruzioni impreviste, che sono spesso imprevedibili e di ampio respiro, come disastri naturali e altri incidenti.

Le interruzioni negli scali di smistamento sono state studiate in precedenza. LOUWERSE e HUISMAN [1] hanno affermato che le interruzioni che durano più di un'ora si verificano in media tre volte al giorno nei Paesi Bassi. NELLDAL [2] indica che le interruzioni importanti che durano fino a diversi giorni si sono verificate in media una volta all'anno in Svezia dal 2000 al 2013 e alcune di esse si sono verificate all'interno degli scali di smistamento.

In questo documento, un'interruzione importante è una serie di gravi ritardi e un gran numero di cancellazioni causate da incidenti esterni. Il nostro scenario è che si verifichi una grave interruzione in uno scalo di smistamento in modo che debba essere chiuso e che molti treni merci lungo la linea ferroviaria debbano essere riprogrammati. Riteniamo che ci siano pochi scali di smistamento alternativi disponibili nell'area circostante e che quello più vicino sia a diverse ore di distanza. A causa dell'interruzione, la capacità dei treni in arrivo nello scalo interrotto è limitata. Sono interessati solo alcuni dei treni sulla linea (ad esempio, il traffico merci che si dirige allo scalo di smistamento). Poiché solo una parte del traffico è interessata, è importante che tutti gli altri treni funzionino come previsto. Pertanto, non possiamo bloccare le stazioni di attraversamento vicino lo scalo.

L'obiettivo è quello di riprogrammare il traffico interessato su una linea ferroviaria collegata allo scalo interrotto, disturbando il meno possibile gli altri treni. La strategia di riprogrammazione include l'estensione del tempo di sosta nelle stazioni lungo il corridoio per la sosta temporanea e il ritardo dell'orario di partenza presso lo scalo di partenza. Se non ripianifichiamo bene il traffico, potremmo finire in una situazione in cui i treni merci in attesa della riapertura dello scalo di smistamento bloccheranno diverse stazioni vicine allo scalo, il che significa che il traffico, principalmente non interessato dalla chiusura, non può passare e sarà ritardato.

Questo lavoro propone un modello matematico per la riprogrammazione di un orario ferroviario quando un gruppo di treni merci deve essere posticipato a causa di una chiusura imprevista dello scalo di smistamento. Il modello non riprogramma altri treni, ad esempio treni passeggeri, che si presume non siano interessati dall'interruzione. Le restrizioni di capacità sui binari e nelle stazioni sono rispettate, così come le limitazioni tecniche, ad

out. Such a closure would lead to a major interruption that in turn could lead to cancellation of trains, congestion in the surrounding railway lines, and an indirect impact on other trains. The process of rescheduling trains may be similar for other unexpected interruptions, which are often unpredictable and wide-ranging, such as natural disasters and other incidents.

*Interruptions at marshalling yards have been studied before. LOUWERSE and HUISMAN [1] mentioned that interruptions lasting longer than one hour happen three times a day on average in the Netherlands. NELLDAL [2] indicates that major interruptions lasting up to several days occurred once a year on average in Sweden from 2000 to 2013, and some of them happened within marshalling yards.*

*In this paper, a major interruption is a series of severe delays and a large number of cancellations caused by external incidents. Our scenario is that a severe interruption occurs in a marshalling yard so that it has to be closed and many freight trains along the rail line need to be rescheduled. We consider that there are few alternative marshalling yards available in the surrounding area and that the nearest one is several hours away. Due to the interruption, the capacity for the incoming trains in the interrupted yard is limited. Only some of the trains on the line (e.g., the freight traffic aiming for the marshalling yard) are affected. Since only part of the traffic is affected, it is important that all other trains should run as planned. Therefore, we cannot block the crossing stations close the yard.*

*The goal is to reschedule the affected traffic on a railway line connected to the interrupted yard while disturbing other trains as little as possible. The rescheduling strategy includes extending the stopping time in stations along the corridor for temporary parking and delaying the departure time at the departing yard. If we do not replan the traffic in a good way, we may end up in a situation where freight trains waiting for the marshalling yard to reopen will block several stations close to the yard, meaning that traffic, primarily not affected by the closure, cannot pass and will be delayed.*

*We propose a mathematical model for rescheduling a railway timetable when a group of freight trains must be postponed due to an unexpected marshalling-yard closure. The model does not reschedule other trains, e.g., passenger trains, that are assumed to be unaffected by the interruption. Capacity restrictions on tracks and in stations are respected, and so are technical limitations in, e.g., speed and minimum headway. We focus on modelling and we use a commercial solver Gurobi 11.0 to solve the model we developed.*

*This paper is organized as follows. In Section 2, we present related research. We describe the research problem in Section 3. In Section 4, we introduce the mathematical model. We analyse computational experiments in Section 5 and present the conclusions in Section 6.*

## 2. Related work

*In this section, we discuss previous studies. They either*

esempio, in termini di velocità e cadenzamento minimo. Ci concentriamo sulla modellazione e utilizziamo un solutore commerciale Gurobi 11.0 per risolvere il modello che abbiamo sviluppato.

Il documento è organizzato come segue. Nella Sezione 2, è descritta la ricerca correlata, nella Sezione 3 è proposto il problema della ricerca. Nella sezione 4, è introdotto il modello matematico, mentre gli esperimenti computazionali e le conclusioni sono esposti rispettivamente nella Sezione 5 e nella sezione 6.

## 2. Lavoro correlato

In questa sezione, discutiamo gli studi precedenti che sono concentrati sulla riprogrammazione dei treni in caso di interruzioni importanti o presentano modelli che possono essere applicati per la riprogrammazione dei treni.

CACCHIANI *et al.* [3] hanno discusso le diverse definizioni di disturbi minori e interruzioni importanti. I disturbi minori di solito si riferiscono a una serie di ritardi causati da un ritardo minore di un treno, che possono essere facilmente risolti riprogrammando l'orario. Le interruzioni importanti si riferiscono ai gravi ritardi causati da grandi incidenti esterni.

A nostra conoscenza, la ricerca sulla riprogrammazione in caso di interruzioni importanti è limitata. Gli studi attuali si basano principalmente su orari ciclici poiché il tema di ricerca è principalmente orientato al passeggero. ZHANG *et al.* [4] hanno presentato un modello ILP e un approccio euristico con vincoli equivalenti basati sul rilassamento lagrangiano. Hanno considerato il riordino, la riprogrammazione e il reindirizzamento come opzioni di riprogrammazione. LOUWERSE e HUISMAN [1] hanno affermato che l'approccio di riprogrammazione in caso di interruzione maggiore inizia normalmente con un adeguamento dell'orario, seguito dalla riprogrammazione del materiale rotabile e quindi dalla riprogrammazione dell'equipaggio. Hanno anche considerato l'orario del materiale rotabile, poiché l'attenzione si concentra sulla riprogrammazione dei treni passeggeri con un orario ciclico. Il ritardo di un treno passeggeri può influire sugli orari successivi di questo treno fisico.

Altre strategie operative per la riprogrammazione dei treni passeggeri in caso di interruzioni importanti includono il riordino dei treni, la cancellazione dei treni che non sono partiti e lo smistamento nelle stazioni (LOUWERSE e HUISMAN [1]; ZHANG *et al.* [5]; VEELENTURF *et al.* [6]; CAVONE *et al.* [7]). Inoltre, ci sono due tipi principali di blocco in questi studi: blocchi completi e blocchi parziali sulle linee ferroviarie tra due stazioni consecutive. Qui, consideriamo le linee ferroviarie tra le stazioni come segmenti e ciascuna delle due linee ferroviarie parallele come binari separati. Un blocco parziale riguarda solo alcuni binari di un segmento bloccati mentre altri binari sono ancora operativi. Un blocco completo significa che tutti i binari di un segmento sono bloccati. ZHANG *et al.* [5], VEELENTURF *et al.* [6] e CAVONE *et al.* [7] hanno considerato solo i blocchi

*focus on rescheduling trains under major interruptions or present models that can be applied for rescheduling of trains.*

CACCHIANI *et al.* [3] discussed the different definitions for minor disturbances and major interruptions. Minor disturbances usually refer to a series of delays caused by a minor delay of one train, which can easily be solved by rescheduling the timetable. Major interruptions refer to the severe delays caused by large external incidents.

To our knowledge, the research on rescheduling in case of major interruptions is limited. Current studies are mainly based on cyclic timetables since the research topic is mainly passenger-oriented. ZHANG *et al.* [4] presented an ILP model and a heuristic approach with equivalent constraints based on Lagrangian relaxation. They considered reordering, retiming, and rerouting as rescheduling options. LOUWERSE and HUISMAN [1] mentioned that the rescheduling approach under a major interruption normally starts with a timetable adjustment, which is followed by rolling stock rescheduling and then crew rescheduling. They also considered the schedule of rolling stock, since the focus is on rescheduling passenger trains with a cyclic schedule. Delaying a passenger train may affect the subsequent schedules of this physical train.

Other operation strategies for rescheduling passenger trains under major interruptions include reordering trains, cancelling trains that have not departed, and shunting in stations (LOUWERSE and HUISMAN [1]; ZHANG *et al.* [5]; VEELENTURF *et al.* [6]; CAVONE *et al.* [7]). Furthermore, there are two main types of blockage in these studies: full blockages and partial blockages on the rail lines between two consecutive stations. Here, we consider the railway lines between stations as segments and each two parallel rail lines as separate tracks. A partial blockage concerns only some tracks of one segment being blocked while other tracks are still functional. A full blockage means that all tracks of a segment are blocked. Zhan *et al.* [5], VEELENTURF *et al.* [6] and CAVONE *et al.* [7] only considered full blockages on the railway lines, while LOUWERSE and HUISMAN [1] studied both partial and full blockage scenarios.

There are three phases in the interruption management process. Phase one is transiting from the original timetable to the rescheduled one. Phase two is running the rescheduled timetable on the rail lines, and phase three is transiting from the rescheduled timetable back to the original one. LOUWERSE and HUISMAN [1] only consider phase two, which is applying the rescheduled timetable on the rail lines, while ZHANG *et al.* [5], VEELENTURF *et al.* [6], and CAVONE *et al.* [7] involved all three phases of the interruption management process.

LOUWERSE and HUISMAN [1] developed an Integer Programming (IP) model to maximize the service level for passengers by minimizing the number of cancelled trains and the delay of uncanceled trains. They include rolling stock constraints in the model to make the result easier to modify into a feasible rolling stock schedule. The model was tested on real-world data from Netherlands Railways. VEELENTURF *et al.* [6] extended LOUWERSE and HUISMAN's model to an In-



completi sulle linee ferroviarie, mentre LOUWERSE e HUISMAN [1] hanno studiato sia gli scenari di blocco parziale che completo.

Il processo di gestione delle interruzioni prevede tre fasi. La prima fase è il passaggio dall'orario originale a quello riprogrammato. La seconda fase è l'esecuzione dell'orario riprogrammato sulle linee ferroviarie e la terza fase è il passaggio dall'orario riprogrammato a quello originale. LOUWERSE e HUISMAN [1] considerano solo la fase due, che applica l'orario riprogrammato sulle linee ferroviarie, mentre ZHANG *et al.* [5], VEELENTURF *et al.* [6] e CAVONE *et al.* [7] hanno coinvolto tutte e tre le fasi del processo di gestione delle interruzioni.

LOUWERSE e HUISMAN [1] hanno sviluppato un modello di programmazione a numero intero (IP) per massimizzare il livello di servizio per i passeggeri riducendo al minimo il numero di treni cancellati e il ritardo dei treni non cancellati. Nel modello includono i vincoli del materiale rotabile per rendere il risultato più facile da modificare in un programma di materiale rotabile fattibile. Il modello è stato testato su dati reali delle Ferrovie Olandesi. VEELENTURF *et al.* [6] hanno esteso il modello di LOUWERSE e HUISMAN a un modello di programmazione lineare a numero intero (ILP) in diversi scenari di blocchi parziali o completi in luoghi diversi allo stesso tempo e l'opzione per reindirizzare i treni e bilanciare l'orario. Nel modello si considera la capacità di una stazione tracciando la disponibilità di ciascun binario.

CAVONE *et al.* [7] hanno considerato il blocco completo della linea ferroviaria tra due scali di smistamento. Hanno introdotto un modello MILP e un innovativo algoritmo di riprogrammazione a due livelli per colmare il divario tra la modellazione macroscopica e microscopica considerando il sistema ferroviario sia da un livello superiore che da alcune azioni operative dettagliate nelle stazioni o nei segmenti interrotti. Hanno anche incluso il materiale rotabile nello scalo attraverso i vincoli di manovra.

La strategia operativa adottata da ZHANG *et al.* [5] per le interruzioni importanti è leggermente diversa. Hanno riprogrammato l'orario solo riprogrammando, riordinando e cancellando i treni senza considerare le opzioni per il reindirizzamento, la deviazione ridotta o i vincoli del materiale rotabile. Hanno formulato un modello di programmazione a numero intero misto (MIP) con la funzione oggettiva di ridurre al minimo la somma ponderata del numero di treni cancellati e il ritardo per gli altri treni. Possono solo tracciare il numero di treni, invece della capacità, calcolando la differenza nel numero di treni in entrata e in uscita per verificare la disponibilità di binari ogni volta che è previsto che un nuovo treno entri in questa stazione.

Alcuni dei modelli sviluppati principalmente per i disturbi minori sono applicabili anche alle interruzioni importanti. Sono stati suggeriti diversi tipi di modelli per riprogrammare l'orario in caso di disturbi minori, inclusi sia modelli non ciclici (TÖRNQUIST e PERSSON [8]; GESTRELIUS *et al.* [9]) che ciclici (JIANG *et al.* [10]; TAN *et al.* [11]; TAN *et*

*al.* [77]) considerato full blockage of the rail line between two marshalling yards. They introduced a MILP model and an innovative bi-level rescheduling algorithm to fill the gap between macroscopic and microscopic modelling by considering the rail system both from a higher-level and also some detailed operation actions in the disrupted stations or segments. They also included the rolling stock in the yard through shunting constraints.

CAVONE *et al.* [77] considered full blockage of the rail line between two marshalling yards. They introduced a MILP model and an innovative bi-level rescheduling algorithm to fill the gap between macroscopic and microscopic modelling by considering the rail system both from a higher-level and also some detailed operation actions in the disrupted stations or segments. They also included the rolling stock in the yard through shunting constraints.

The adopted operation strategy for major interruption by ZHANG *et al.* [5] is slightly different. They rescheduled the timetable only by retiming, reordering, and cancelling trains without considering the options for rerouting, short-turning or rolling stock constraints. They formulated a Mixed Integer Programming (MIP) model with the objective function of minimizing the weighted sum of the number of cancelled trains and the delay for other trains. They can only track the number of trains, instead of capacity, by calculating the difference in the number of ingoing and outgoing trains to check the availability of tracks whenever a new train is planned to drive into this station.

Some of the models primarily developed for minor disturbances are also applicable to major interruptions. For rescheduling the timetable under small disturbances, several types of models have been suggested, including both non-cyclic (TÖRNQUIST and PERSSON [8]; GESTRELIUS *et al.* [9]) and cyclic models (JIANG *et al.* [10]; TAN *et al.* [11]; TAN *et al.* [12]). TÖRNQUIST and PERSSON [8] introduced a MILP-based model to reschedule timetables on a multiple tracked railway network during disturbances. The start time and end time of every event are included as continuous variables, and the train order is considered as a binary variable. The purpose with the model is to reduce the delay as much as possible. This model is extended by TÖRNQUIST and KRASEMANN [13] to include the options of passing through and stopping at stations.

Furthermore, there are some studies about inserting additional train service into an existing railway timetable, other than rescheduling the complete railway timetable (BURDETT and KOZAN [14]; CACCHIANI *et al.* [15]; JIANG *et al.* [16]; LJUNGGREN *et al.* [17]). However, it is very time-consuming to insert a large number of trains.

Although different authors have studied the topic of handling major interruptions in the railway system, to our knowledge, there is no model available that is applicable in our case. Most of the previously proposed models aim at optimizing the timetable from the passenger's view. Typical scenarios only consider partial or complete closures at rail lines between two stations. Furthermore, the schedule of passenger trains is different from the schedule of freight trains. Freight trains have longer travel times, are typically composed of waggons for several destinations, that need

al. [12]). TÖRNQUIST e PERSSON [8] hanno introdotto un modello basato su MILP per riprogrammare gli orari su una rete ferroviaria a binari multipli durante i disturbi. L'ora di inizio e l'ora di fine di ogni evento sono incluse come variabili continue e l'ordine del treno è considerato una variabile binaria. Lo scopo del modello è quello di ridurre il più possibile il ritardo. Questo modello è stato esteso da TÖRNQUIST KRASEMANN [13] per includere le opzioni di passaggio e sosta alle stazioni.

Inoltre, ci sono alcuni studi sull'inserimento di un servizio ferroviario aggiuntivo in un orario ferroviario esistente, oltre a riprogrammare l'orario ferroviario completo (BURDETT e KOZAN [14]; CACCHIANI *et al.* [15]; JIANG *et al.* [16]; LJUNGGREN *et al.* [17]). Tuttavia, l'inserimento di un gran numero di treni richiede molto tempo.

Sebbene diversi autori abbiano studiato il tema della gestione delle interruzioni importanti nel sistema ferroviario, a nostra conoscenza, non esiste un modello disponibile applicabile nel nostro caso. La maggior parte dei modelli proposti in precedenza mira a ottimizzare l'orario dal punto di vista del passeggero. Gli scenari tipici considerano solo chiusure parziali o complete delle linee ferroviarie tra due stazioni. Inoltre, l'orario dei treni passeggeri è diverso dall'orario dei treni merci. I treni merci hanno tempi di percorrenza più lunghi, sono in genere composti da vagoni per diverse destinazioni, che devono essere deviati o accoppiati/disaccoppiati lungo il percorso. La nostra strategia di riprogrammazione si concentra sulla riprogrammazione e sull'estensione del tempo di durata di fermata nelle stazioni invece di cancellare e modificare l'attività. Inoltre, per quanto a nostra conoscenza, le interruzioni importanti all'interno di uno scalo di smistamento non sono state ancora prese in considerazione.

Per riassumere, ci troviamo di fronte a diversi problemi quando cerchiamo di applicare modelli precedentemente presentati al nostro problema:

- (i) Il corridoio ferroviario coinvolge sia treni merci che passeggeri, mentre solo alcuni treni merci (treni interessati) richiedono un orario completamente nuovo, mentre consentiamo adeguamenti limitati degli orari esistenti di altri treni.
- (ii) I treni interessati devono partire dallo scalo originale entro un certo intervallo di tempo e possono arrivare allo scalo di destinazione solo dopo che l'interruzione è terminata.
- (iii) I treni merci possono avere un tempo di sosta più lungo in alcune stazioni lungo il percorso per allungare il loro tempo di viaggio totale.
- (iv) Il tempo di calcolo per il modello dovrebbe rimanere in un intervallo accettabile.

### 3. Descrizione del problema

Consideriamo un corridoio ferroviario che collega lo Scalo A con lo Scalo B. C'è una grave interruzione allo

*to be shunted or coupled/decoupled along the route. Our rescheduling strategy focuses on rescheduling and extending the duration time at stations instead of cancelling and short turning. Furthermore, the major interruptions within a marshalling yard have, to the best of our knowledge, not yet been considered.*

*To summarize, we face several problems when trying to apply previously presented models to our problem:*

- (i) *The rail corridor involves both freight and passenger trains, while only some freight trains (affected trains) require a completely new timetable whereas we allow limited adjustments of the existing schedules of other trains.*
- (ii) *The affected trains need to depart from the original yard within a certain time range and are only allowed to arrive at the destination yard after the interruption is over.*
- (iii) *The freight trains can have longer stopping time at some stations along the path to extend their total travel time.*
- (iv) *The computational time for the model should remain in an acceptable range.*

### 3. Problem Description

*We consider a rail corridor connecting Yard A with Yard B. There is a major interruption at Yard B with anticipated duration and no trains can arrive Yard B during this time. We allow the freight trains to stop at some selected tracks in each station for both delaying the arrival time at yard B of affected trains and increasing the rescheduling flexibility of the non-affected freight and passenger trains, so that we can avoid cancellation of freight trains and ease the congestion in yard A.*

*In this paper, a segment refers to a set of tracks between two points, which can be either a station or a yard. A rail corridor refers to the long passage between two yards. We denote the freight trains with a destination at the interrupted yard as affected freight trains, all other trains are denoted as non-affected trains. We show an example of a rail line with four rail segments and three stations in Figure 1. All segments are double-tracked. Station 1 and 3 have two tracks and Station 2 has three tracks. The tracks in all stations are considered as available for both running and parking.*

*To simplify the problem, we consider that:*

- (i) *All tracks are bi-directional.*
- (ii) *It is possible to access all outgoing tracks from any track at the end of each segment and station.*
- (iii) *No train can be cancelled.*

*We are interested in a case, where we can focus on comparing the level of train delays. Figure 2 shows the capacity change for the incoming trains into Yard B over time. The curve represents the reality whereas the green blocks depict how it is modelled. We consider a maximum capacity for*

Scalo B con durata prevista e nessun treno può arrivare allo Scalo B durante questo lasso di tempo. Consentiamo ai treni merci di fermarsi in alcuni binari selezionati in ciascuna stazione sia per ritardare l'orario di arrivo allo scalo B dei treni interessati sia per aumentare la flessibilità di riprogrammazione dei treni merci e passeggeri non interessati, in modo da evitare la cancellazione dei treni merci e diminuire la congestione nello scalo A.

In questo documento, un segmento si riferisce ad un insieme di binari tra due punti, che possono essere una stazione o uno scalo. Un corridoio ferroviario si riferisce al lungo passaggio tra due scali. Indichiamo i treni merci con destinazione presso lo scalo interrotto come treni merci interessati, tutti gli altri treni sono indicati come treni non interessati. La Fig. 1 illustra un esempio di una linea ferroviaria con quattro segmenti di binario e tre stazioni. Tutti i segmenti sono a doppio binario. Le stazioni 1 e 3 hanno due binari e la stazione 2 ne ha tre. I binari in tutte le stazioni sono considerati disponibili sia per operare che per la sosta.

Per semplificare il problema si ritiene che:

- (i) Tutti i binari sono bidirezionali.
- (ii) È possibile accedere a tutti i binari in uscita da qualsiasi binario alla fine di ogni segmento e stazione.
- (iii) Nessun treno può essere cancellato.

Siamo interessati a un caso in cui possiamo concentrarci sul confronto del livello di ritardi dei treni. La Fig. 2 mostra la variazione di capacità per i treni in arrivo nello Scalo B nel tempo. La curva rappresenta la realtà mentre i blocchi verdi rappresentano come viene modellata. Consideriamo una capacità massima per i treni in arrivo nello Scalo B. Prima dell'interruzione, supponiamo che la capacità per i treni in arrivo nello Scalo B, che è impostata a zero durante l'interruzione, sia al livello ordinario. Dopo l'interruzione, la capacità scende immediatamente a 0. Per semplificare il problema si ritiene che la capacità torni immediatamente alla normalità subito dopo la fine dell'interruzione.

La Fig. 3 e la Fig. 4 illustrano un esempio di riprogrammazione di un orario in caso di interruzione grave nello Scalo B. La Fig. 3 mostra l'orario originale sulla linea tra lo Scalo A e lo Scalo B. La Fig. 4 mostra l'orario riprogrammato. Questi orari includono l'intera linea e non abbiamo un orario per l'occupazione dei binari nello scalo. I treni non interessati sono in verde e giallo, i treni interessati in blu. Il giallo si riferisce ai treni non interessati che vengono riprogrammati e il verde si riferisce ai treni non interessati che non vengono riprogrammati. C'è una grave interruzione nello Scalo B e i treni merci interessati sono

incoming trains into Yard B. Before the interruption, we assume the capacity for incoming trains into Yard B, which is set to zero during the interruption, is at the ordinary level. After the interruption, the capacity immediately drops down to 0. To simplify the problem, we consider that the capacity immediately recovers back to normal level right after the interruption ends.

Fig. 3 and Fig. 4 give an example of rescheduling a timetable under a major interruption in Yard B. In Fig. 3, we show the original timetable on the line between Yard A and Yard B. In Fig. 4, we show the rescheduled timetable. These timetables include the whole line, and we do not have a timetable for the track occupation in the yard. Non-affected trains are shown in green and yellow, and the affected trains are shown in blue. Yellow refers to the non-affected trains that are rescheduled, and green refers to the non-affected trains that are not rescheduled. There is a major interruption in Yard B and the affected freight trains are either already on the way towards Yard B or remain in Yard A when this interruption occurs. Thus, these affected trains need to be rescheduled such that they arrive at Yard B after the interruption ends.

#### 4. Mathematical Model

There are many optimization models for rescheduling railway timetables and the most common modelling approach is to build a MILP model, where the train order is discrete, and time is continuous. TÖRNQUIST and PERSSON [8] presented a MILP model that creates timetables on a multiple-tracked railway network. TÖRNQUIST and Persson's model has constraints on basic train restrictions, technical restrictions at each track, and operator preferences. The model has been further developed by TÖRNQUIST and KRAEMANN [13] by including options for passing through and stopping at stations. We propose a mathematical model for rescheduling the railway timetable based on TÖRNQUIST and Persson's model. Their rescheduling model is a MILP model for a network with multiple tracks. Our proposed model is an event-based model, in contrast to time-based models. In our model, we make two main modifications:

- (i) *Capacity for stations and segments:* We track the occupation on each track in all segments and stations by introducing a new binary variable  $\gamma_{i,j,k}$  which indicates whether train  $i$  travels through track  $k$  on segment  $j$  or not. The conflict constraints in the model ensure that each track can only be occupied by one train at a time. These conflict constraints are only activated when two trains are assigned to the same track. By solving the conflicts on each track in each segment and station separately, we can avoid the situation that either a segment or a station contains more trains than possible



Figura 1 - Un esempio di una linea ferroviaria con due segmenti e tre stazioni.

Figure 1 - A rail-line example with two segments and three stations.

già in viaggio verso lo Scalo B o rimangono nello Scalo A quando si verifica questa interruzione. Pertanto, tali treni interessati devono essere riprogrammati in modo tale che arrivino allo scalo B al termine dell'interruzione.

#### 4. Modello matematico

Esistono molti modelli di ottimizzazione per la riprogrammazione degli orari ferroviari e l'approccio di modellazione più comune è quello di costruire un modello MILP, in cui l'ordine del treno è discreto e il tempo è continuo. TÖRNQUIST e PERSSON [8] hanno presentato un modello MILP che

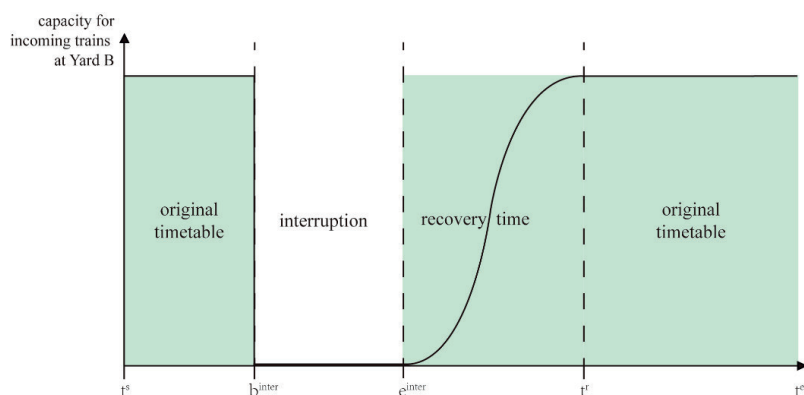


Figura 2 - Variazione di capacità nel tempo.  
Figure 2 - The capacity change over time.

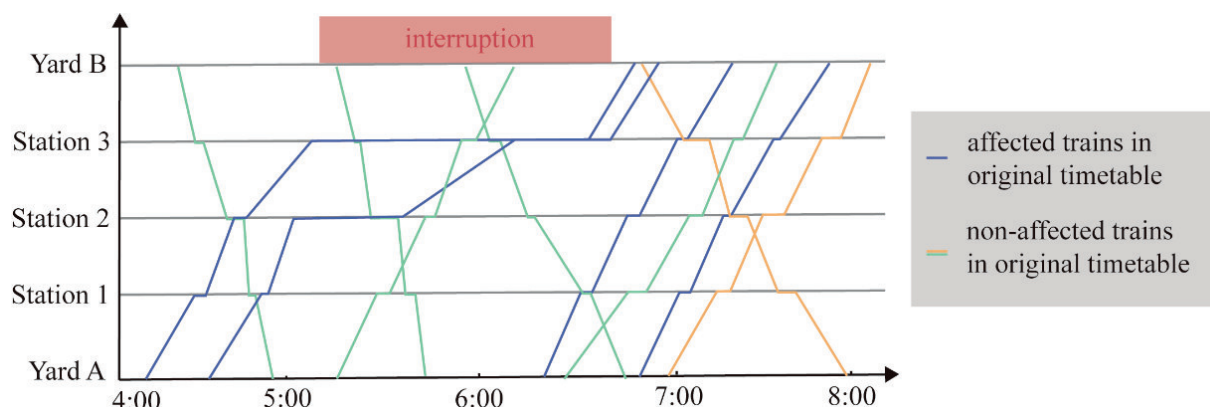


Figura 3 - Orario originale<sup>1</sup>.  
Figure 3 - Original timetable<sup>1</sup>.

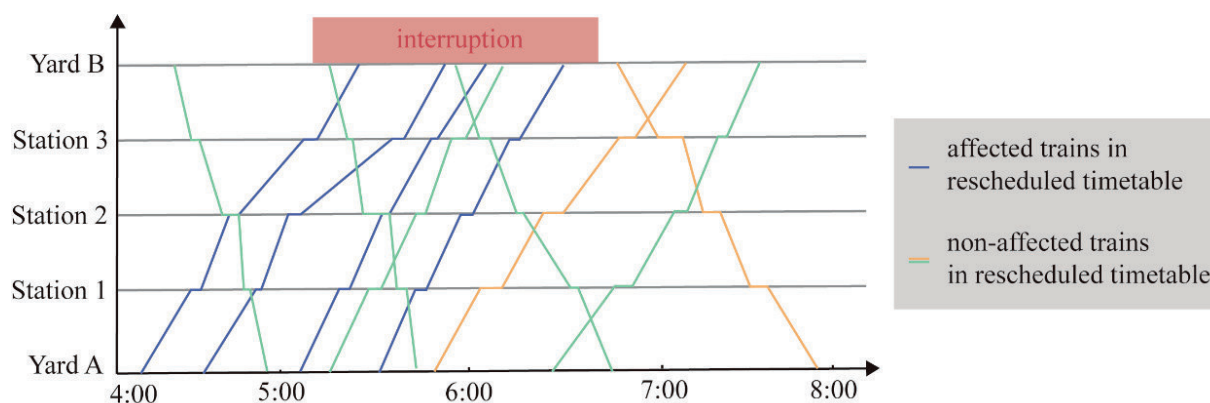


Figura 4 - Orario riprogrammato<sup>1</sup>.  
Figure 4 - Rescheduled timetable<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Linee blu: treni merce interessati; linee gialle: treni merce non interessati; linee verdi: treni passeggeri.

<sup>1</sup> Blue lines: affected freight trains; yellow lines: non-affected freight trains; green lines: passenger trains.



crea orari su una rete ferroviaria a binari multipli. Il modello di TÖRNQUIST e PERSSON ha vincoli sulle restrizioni di base del treno, restrizioni tecniche su ciascun binario e preferenze dell'operatore. Il modello è stato ulteriormente sviluppato da TÖRNQUIST KRASEMANN [13] includendo opzioni per il passaggio e la sosta alle stazioni. Proponiamo un modello matematico per la riprogrammazione dell'orario ferroviario basato sul modello di TÖRNQUIST e PERSSON. Il loro modello di riprogrammazione è un modello MILP per una rete con più binari. Il nostro modello proposto è un modello basato sugli eventi, in contrasto con i modelli basati sul tempo. Nel nostro modello, apportiamo due modifiche principali (Tab. 1, Tab. 2, Tab. 3):

- (i) Capacità per stazioni e segmenti: tracciamo l'occupazione su ciascun binario in tutti i segmenti e le stazioni introducendo una nuova variabile binaria  $\gamma_{i,j,k}$ , che indica se il treno  $i$  viaggia o meno attraverso il binario  $k$  sul segmento  $j$ . I vincoli di conflitto nel modello assicurano che ogni binario possa essere occupato solo da un treno alla volta. Questi vincoli di conflitto si attivano solo quando due treni sono assegnati allo stesso binario. Risolvendo i conflitti su ciascun binario in ciascun segmento e stazione separatamente, possiamo evitare la situazione in cui un segmento o una stazione contiene più treni del possibile a causa del suo limite di capacità. Per lo scalo di origine, supponiamo che la capacità sia illimitata.
- (ii) Permesso di fermata: i treni merci potrebbero dover fermarsi ai binari lungo il percorso durante l'interruzione, posticipare l'orario di arrivo allo scalo di destinazione fino al termine dell'interruzione. Tuttavia, ci sono alcune restrizioni tecniche per fermare i treni in alcuni binari laterali, ad esempio la direzione di marcia, la lunghezza del treno, ecc. Nel nostro modello, controlliamo se un treno merci può fermarsi su un binario in una stazione introducendo un nuovo parametro di incidente  $\mu_{i,j,k}$ . Questo parametro può influire sulla durata della fermata di ciascun treno in ciascuna stazione.  $\mu_{i,j,k}$  è impostato su 1 se il treno  $i$  può fermarsi sul binario  $k$  del segmento  $j$ . Se un treno deve passare una stazione,  $\mu_{i,j,k}$  determina se questo treno deve

Indici e Set  
Indices and Sets

Indici e Set Indices and Sets	Descrizione Description
$i$	Treno $i$ Train $j$
$j$	Segmento $j$ Segment $j$
$k$	Binario $k$ Track $k$
$l_{i,j}$	Il numero dell'evento per il treno al segmento $j$ The event number for train at segment $j$
$T^{fre}$	Insieme di tutti i treni merci Set of all freight trains
$T^{pas}$	Insieme di tutti i treni passeggeri e i treni merci che sono partiti Set of all passenger trains and the freight trains that have departed
$T$	Insieme di tutti i treni $i$ , dove $T = T^{fre} \cup T^{pas}$ Set of all trains $i$ , where $T = T^{fre} \cup T^{pas}$
$J^r$	Insieme di segmenti ferroviari Set of railway segments
$J^s$	Insieme di stazioni ferroviarie Set of railway stations
$J$	Insieme ordinato di segmenti e stazioni ferroviarie, dove Ordered set of railway segments and stations, where $j = J^r \cup J^s$ $j = J^r \cup J^s$
$K_j$	Insieme di binari sul segmento $j$ Set of tracks on segment $j$
$K^{pas}$	Insieme di segmenti di binario che i treni passeggeri possono attraversare in tutte le stazioni Set of track segments that passenger trains are allowed to pass at all stations
$K^{fre}$	Insieme di segmenti di binario che i treni merci non interessati possono attraversare in tutte le stazioni $j$ Set of track segments that non-affected freight trains are allowed to pass at all $j$ stations
$L$	Insieme di eventi $l_{i,j}$ per tutti i treni Set of events $l_{i,j}$ for all trains

because of its capacity limit. For the origin yard, we assume the capacity to be unlimited.

- (ii) Stopping permission: Freight trains may need to stop at tracks along the path during the interruption postpone the arrival time at the destination yard till the interruption ends. However, there are some technical restrictions on stopping freight trains at some sidetracks, for example, the travelling direction, the train length etc. In our model, we check whether a freight train is allowed to stop at a track in a station by introducing a new incident parameter  $\mu_{i,j,k}$ . This parameter can affect the stopping duration of each train at each station.  $\mu_{i,j,k}$  is set to 1 if train  $i$  may stop at track  $k$  of segment  $j$ . If a train needs to pass a station, determines whether this train has to pass without stopping or can stop at this station.



passare senza fermarsi o può fermarsi in questa stazione.

Supponiamo che l'orario originale sia privo di conflitti. Supponiamo anche che il nostro modello venga applicato dopo l'inizio dell'interruzione. Pertanto, il nostro modello di riprogrammazione si occupa solo della seconda e della terza fase del processo di gestione delle interruzioni con percorsi fissi per tutti i treni. Nella Fig. 2, la seconda fase si riferisce alla durata del tempo tra  $b^{\text{inter}}$  e  $e^{\text{inter}}$ , che è il tempo di interruzione. La terza fase si riferisce alla durata del tempo tra  $e^{\text{inter}}$  e  $t^r$ , chiamata tempo di recupero stimato.

#### 4.1. Vincoli

Il vincolo (1) garantisce che gli eventi di ciascun treno siano strettamente collegati, il che significa che l'ora di fine per ciascun evento di ciascun treno è uguale all'ora di inizio per l'evento successivo di questo treno.

$$x_{i,l_{i,j}+1}^{\text{start}} = x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} \quad \forall i \in T; j \in J; l_{i,j} \in L \quad (1)$$

Il vincolo (2) e (3) fissa l'orario per tutti i treni passeggeri. Il segno  $\vee$  è una disgiunzione logica, che può anche essere interpretata come "o". I vincoli (4) e (5) stabiliscono il programma prima che si verifichi l'interruzione e dopo il tempo di recupero stimato. Nel nostro modello, consideriamo quel tempo di recupero stimato come parametro di input, in modo da poter confrontare gli effetti in base alla diversa durata del tempo di recupero.

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} = b_{i,l_{i,j}} \quad \forall i \in T^{\text{pas}}; j \in J; l_{i,j} \in L \quad (2)$$

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} = e_{i,l_{i,j}} \quad \forall i \in T^{\text{pas}}; j \in J; l_{i,j} \in L \quad (3)$$

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} = b_{i,l_{i,j}}$$

$$\forall i \in T^{\text{fre}}; j \in J; l_{i,j} \in L: b_{i,l_{i,j}} \geq t^r \vee b_{i,l_{i,j}} \leq b^{\text{inter}} \quad (4)$$

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} = e_{i,l_{i,j}}$$

$$\forall i \in T^{\text{fre}}; j \in J; l_{i,j} \in L: b_{i,l_{i,j}} \geq t^r \vee b_{i,l_{i,j}} \leq b^{\text{inter}} \quad (5)$$

##### 4.1.1. Vincoli di durata

Il parametro  $d_{i,j}$  si riferisce alla durata minima per un treno  $i$  per binario  $j$  in un segmento o in una stazione. I vincoli (7) - (8) sono vincoli facoltativi. Il vincolo (6) fa in modo che se il treno supera un binario di un segmento ferroviario, allora il suo tempo di durata dovrebbe essere almeno lungo quanto la durata minima su quel segmento. Abbiamo  $x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} - x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} \geq d_{i,j}$  quando  $\gamma_{i,j,k} = 1$ . Se  $\gamma_{i,j,k} = 0$ , allora abbiamo  $x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} - x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} \geq 0$ . I vincoli (7) e (8) assicurano che se il treno è autorizzato

Tabella 2 – Table 2

Parametri  
Parameters

Parametri Parameters	Descrizione Description
$n_i$	Numero evento per ogni treno Event number for each train
$\Delta_j$	Cadenzamento minimo sul segmento $j$ , ovvero un treno non può entrare nel segmento $j$ prima che il treno precedente sia partito e siano trascorse almeno unità di $\Delta_j$ tempo Smallest headway on segment $j$ , i.e., a train cannot enter segment before the previous train has left and at least $\Delta_j$ time units have passed
$d_{i,j}$	Durata minima per il treno $i$ sul segmento o sulla stazione $j$ Minimum duration for train $i$ on segment or station $j$
$b_{i,l_{i,j}}$	Orario di inizio pianificato per il treno $i$ sul segmento o sulla stazione $j$ Planned start time for train $i$ on segment or station
$e_{i,l_{i,j}}$	Orario di fine pianificato per il treno $i$ sul segmento o sulla stazione $j$ Planned end time for train $i$ on segment or station $j$
$b_i^{\text{win}}$	Scostamento massimo consentito dall'orario di partenza desiderato per il treno $i$ dalla stazione di partenza Maximum allowed deviation from the desired departure time for train $i$ from the departure station
$\mu_{i,j,k}$	È uguale a 1, se il treno $i$ può fermarsi al binario $k$ sul segmento $j$ , e 0 altrimenti Equals 1, if train $i$ is allowed to stop at the track $k$ on segment $j$ , and 0 otherwise
$t^s$	L'ora di inizio complessiva dell'orario originale senza alcun programma per l'equipaggio e il materiale rotabile The overall start time of the original timetable without any crew and rolling stock schedule
$t^e$	L'ora di fine complessiva dell'orario originale senza alcun programma per l'equipaggio e il materiale rotabile The overall end time of the original timetable without any crew and rolling stock schedule
$b^{\text{inter}}$	Il punto temporale in cui inizia l'interruzione importante The time point when the major interruption starts
$e^{\text{inter}}$	Il punto temporale in cui termina l'interruzione importante The time point when the major interruption ends
$t^r$	Il punto temporale in cui dovrebbe terminare il processo di recupero stimato The time point when the estimated recovery process should end
$M^{\text{dur}}$	Big M. $M^{\text{dur}}$ è una grande costante per i vincoli di durata e dovrebbe essere maggiore della lunghezza massima del tempo di arresto consentita in una stazione Big M. $M^{\text{dur}}$ is a large constant for the duration constraints and it should be larger than the maximum allowed stopping time length at one station
$M^{\text{con}}$	Big M. $M^{\text{con}}$ è una grande costante per i vincoli di conflitto e dovrebbe essere maggiore del tempo di esercizio totale per due treni su un segmento Big M. $M^{\text{con}}$ is a large constant for the conflict constraints and it should be larger than the total running time for two trains on one segment

Tabella 3 – Table 3

Variabili  
Variables

Variabili Variables	Descrizione Description
$x_{i,l_{ij}}^{\text{start}}$	Orario di inizio per l'evento $l_{ij}$ del treno $i$ Start time for event $l_{ij}$ of train $i$
$x_{i,l_{ij}}^{\text{end}}$	Orario di fine per l'evento $l_{ij}$ del treno $i$ End time for event $l_{ij}$ of train $i$
$\lambda_{i,v,j}$	Binario, ordine degli eventi sul segmento $j$ : è uguale a 1 se l'evento del treno $i$ si verifica prima dell'evento del treno $v$ , altrimenti è uguale a 0 Binary, event order on segment $j$ : equals 1 if the event of train $i$ occurs before the event of train $v$ , equals 0 otherwise
$\gamma_{i,j,k}$	Binario, uguale a 1 se il treno $i$ supera il binario $k$ sul segmento $j$ Binary, equals 1 if train $i$ passes the track $k$ on segment $j$

a fermarsi su un binario in una stazione, allora può attraversare o fermarsi su questo binario. Il parametro  $M^{\text{dur}}$  è una grande costante, il cui valore dovrebbe essere sempre maggiore della lunghezza massima consentita del tempo di arresto in una stazione. Abbiamo  $x_{i,l_{ij}}^{\text{end}} - x_{i,l_{ij}}^{\text{start}} \geq d_{i,j}$  quando  $\gamma_{i,j,k} = 1$  e  $\mu_{i,j,k} = 1$ . Se il treno non è autorizzato a fermarsi su un binario della stazione, allora può viaggiare solo su questo binario. Quindi, abbiamo  $x_{i,l_{ij}}^{\text{end}} - x_{i,l_{ij}}^{\text{start}} = d_{i,j}$  quando  $x_{i,l_{ij}}^{\text{end}} - x_{i,l_{ij}}^{\text{start}} = d_{i,j}$ .

$$x_{i,l_{ij}}^{\text{end}} \geq x_{i,l_{ij}}^{\text{start}} + \gamma_{i,j,k} d_{i,j} \quad \forall i \in T; j \in J^t; k \in K_j; l_{i,j} \in L \quad (6)$$

$$x_{i,l_{ij}}^{\text{end}} \geq x_{i,l_{ij}}^{\text{start}} + \gamma_{i,j,k} d_{i,j} + M^{\text{dur}}(\gamma_{i,j,k} - 1) \quad \forall i \in T; j \in J^s; k \in K_j; l_{i,j} \in L \quad (7)$$

$$-x_{i,l_{ij}}^{\text{end}} \geq -x_{i,l_{ij}}^{\text{start}} - \gamma_{i,j,k} d_{i,j} - M^{\text{dur}}(1 - \gamma_{i,j,k} + \mu_{i,j,k}) \quad \forall i \in T; j \in J^s; k \in K_j; l_{i,j} \in L \quad (8)$$

#### 4.1.2. Conflitti e limiti di cadenzamento

I vincoli (9) e (10) assicurano che ogni binario possa essere occupato da un solo treno alla volta. I vincoli (11) e (12) limitano la selezione del valore della variabile  $\lambda_{i,v,j}$ . Se l'ora di inizio di un treno  $i$  è precedente a quella di un altro treno  $v$  in un segmento o in una stazione  $j$  allora  $\lambda_{i,v,j} = 1$ , e  $\lambda_{i,v,j} = 0$  se l'ora di inizio di un treno  $i$  è successiva all'ora di inizio del treno  $v$ . Il parametro  $M^{\text{con}}$  è una grande costante, il cui valore dovrebbe essere sempre maggiore del tempo di esercizio totale per due treni su un segmento. Il vincolo (13) impone che solo un binario possa essere assegnato a un treno in un segmento o in una stazione quando questo treno supera questo segmento o questa stazione. I vincoli (14) e (15) limitano il numero di binario che i treni passeggeri e merci possono scegliere in ciascuna stazione. I treni passeggeri e merci possono scegliere solo i binari che sono inclusi nel set  $K^{\text{pas}}$  e  $K^{\text{fre}}$  rispettivamente.

$$x_{v,l_{v,j}}^{\text{start}} - x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} \geq \Delta_j + M^{\text{con}}(\lambda_{i,v,j} + \gamma_{i,j,k} + \gamma_{v,j,k} - 3) \quad \forall i \in T; v \in T; j \in J; k \in K_j; l_{i,j} \in L \quad (9)$$

We assume the original timetable is conflict-free. We also suppose that our model is applied after the interruption has started. Thus, our rescheduling model only takes care of the second and third phases of the interruption management process with fixed paths for all trains. In Figure 2, the second phase refers to the time duration between  $b^{\text{inter}}$  and  $e^{\text{inter}}$ , which is the interruption time. The third phase refers to the time duration between  $e^{\text{inter}}$  and  $t^r$ , which is called estimated recovery time.

#### 4.1. Constraints

Constraint (1) ensures that the events of each train are tightly connected, which means that the end time for each event of each train equals the start time for this train's next event.

$$x_{i,l_{i,j}+1}^{\text{start}} = x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} \quad \forall i \in T; j \in J; l_{i,j} \in L \quad (1)$$

Constraint (2) and (3) fix the timetable for all passenger trains. The sign is a logical disjunction, which can also be interpreted as 'or'. Constraints (4) and (5) fix the schedule before the interruption happens and after the estimated recovery time. In our model, we consider that estimated recovery time as an input parameter, so that we can compare the effects under different length of recovery time.

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} = b_{i,l_{i,j}} \quad \forall i \in T^{\text{pas}}; j \in J; l_{i,j} \in L \quad (2)$$

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} = e_{i,l_{i,j}} \quad \forall i \in T^{\text{pas}}; j \in J; l_{i,j} \in L \quad (3)$$

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} = b_{i,l_{i,j}}$$

$$\forall i \in T^{\text{fre}}; j \in J; l_{i,j} \in L: b_{i,l_{i,j}} \geq t^r \vee b_{i,l_{i,j}} \leq b^{\text{inter}} \quad (4)$$

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} = e_{i,l_{i,j}}$$

$$\forall i \in T^{\text{fre}}; j \in J; l_{i,j} \in L: b_{i,l_{i,j}} \geq t^r \vee b_{i,l_{i,j}} \leq b^{\text{inter}} \quad (5)$$

##### 4.1.1. Duration Constraints

The parameter  $d_{i,j}$  refers to the minimum duration for a train  $i$  per track  $j$  at a segment or station. Constraint (7) - (8) are optional constraints. Constraint (6) makes sure that if the train passes one track of a rail segment, then its duration time should be at least as long as the minimum duration on that segment. We have  $x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} - x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} \geq d_{i,j}$  when  $\gamma_{i,j,k} = 1$  and  $\mu_{i,j,k} = 0$ , then we have  $x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} - x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} \geq 0$ . Constraints (7) and (8) ensure that if the train is allowed to stop on a track at a station, then it can either run through or stop at this track. The parameter  $M^{\text{dur}}$  is a large constant, whose value should always be larger than the maximum allowed stopping time length at one station. We have  $x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} - x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} \geq d_{i,j}$  when  $\gamma_{i,j,k} = 1$  and  $\mu_{i,j,k} = 1$ . If the train is

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} - x_{v,l_{v,j}}^{\text{end}} \geq \Delta_j + M^{\text{con}}(\gamma_{i,j,k} + \gamma_{v,j,k} - \lambda_{i,v,j} - 2) \quad \forall i \in T; v \in T; j \in J; k \in K_j; l_{i,j} \in L \quad (10)$$

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} - x_{v,l_{v,j}}^{\text{start}} \geq -M^{\text{con}}\lambda_{i,v,j} \quad \forall i \in T; v \in T; j \in J; l_{i,j} \in L \quad (11)$$

$$-x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} + x_{v,l_{v,j}}^{\text{start}} \geq M^{\text{con}}(1 - \lambda_{i,v,j}) \quad \forall i \in T; v \in T; j \in J; l_{i,j} \in L \quad (12)$$

$$\sum_{k \in K_j} \gamma_{i,j,k} = 1 \quad \forall i \in T; j \in J; l_{i,j} \in L \quad (13)$$

$$\gamma_{i,j,k} = 0 \quad \forall i \in T^{\text{pas}}; j \in J^s; k \in K \setminus K^{\text{pas}}; l_{i,j} \in L \quad (14)$$

$$\gamma_{v,j,k} = 0 \quad \forall i \in T^{\text{fre}}; j \in J^s; k \in K \setminus K^{\text{fre}}; l_{i,j} \in L \quad (15)$$

Il vincolo (16) fornisce l'intervallo per le variabili  $x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}}$  e  $x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}}$ . Queste due variabili sono variabili continue, che sono più grandi o uguali a  $t^s$ . I vincoli (17) e (18) indicano  $\lambda_{i,v,j}$  e  $\gamma_{i,j,k}$  sono variabili binarie.

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}}, x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} \geq t^s \quad \forall i \in T; j \in J; l_{i,j} \in L \quad (16)$$

$$\lambda_{i,v,j} \in \{0,1\} \quad \forall i \in 1, \dots, |T| - 1; v \in T; j \in J \quad (17)$$

$$\gamma_{i,j,k} \in \{0,1\} \quad \forall i \in 1, \dots, |T| - 1; j \in J; k \in K_j \quad (18)$$

#### 4.1.3. Vincoli di deviazione

I vincoli (19) e (20) limitano l'ora di fine per tutti i treni interessati allo scalo di destinazione entro un certo intervallo: entro l'intervallo  $[e^{\text{inter}}, e^{\text{inter}} + b^{\text{win}}]$ . Il vincolo (21) limita l'ora di inizio allo scalo di origine per i treni interessati. I treni interessati possono essere ritardati solo allo scalo di origine. I treni non interessati possono partire solo più tardi dell'orario originariamente previsto, che è applicato nel Vincolo (22). Il segno  $\wedge$  è una congiunzione logica, che può anche essere interpretata come "e".

$$x_{i,n_i}^{\text{end}} \geq e^{\text{inter}} \quad \forall i \in T^{\text{fre}}; j \in J; l_{i,j} \in L; b^{\text{inter}} \leq e_{i,l_{i,n_i}}^{\text{inter}} \leq e^{\text{inter}} \wedge l_{i,n_i} = n_i \quad (19)$$

$$-x_{i,n_i}^{\text{end}} \geq -e^{\text{inter}} - b^{\text{win}} \quad \forall i \in T^{\text{fre}}; j \in J; l_{i,j} \in L; b^{\text{inter}} \leq e_{i,l_{i,n_i}}^{\text{inter}} \leq e^{\text{inter}} \wedge l_{i,n_i} = n_i \quad (20)$$

$$x_{i,1}^{\text{start}} \geq b_{i,1} \quad \forall i \in T^{\text{fre}}; j \in J; l_{i,j} \in L; b^{\text{inter}} \leq e_{i,l_{i,n_i}}^{\text{inter}} \leq e^{\text{inter}} \wedge l_{i,n_i} = n_i \quad (21)$$

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} \geq b_{i,l_{i,j}} \quad \forall i \in T^{\text{fre}}; j \in J; l_{i,j} \in L; b^{\text{inter}} \leq b_{i,l_{i,n_i}} \vee b_{i,l_{i,n_i}} \leq b^{\text{inter}} \vee l_{i,n_i} \neq n_i \quad (22)$$

## 4.2. Obiettivi

In questo modello consideriamo tre funzioni oggettive. Il primo è quello di ridurre al minimo lo scostamento dall'orario originale per tutti i treni merci non interessati. Useremo il termine "Deviazione" per rappresentare questo obiettivo nel resto di questo documento. La variabile

not allowed to stop on a track of the station, then it can only run on this track. Thus, we have  $x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} - x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} = d_{i,j}$  when  $x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} - x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} = d_{i,j}$ .

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} \geq x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} + \gamma_{i,j,k} d_{i,j} \quad \forall i \in T; j \in J^s; k \in K_j; l_{i,j} \in L \quad (6)$$

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} \geq x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} + \gamma_{i,j,k} d_{i,j} + M^{\text{dur}}(\gamma_{i,j,k} - 1) \quad \forall i \in T; j \in J^s; k \in K_j; l_{i,j} \in L \quad (7)$$

$$-x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} \geq -x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} - \gamma_{i,j,k} d_{i,j} - M^{\text{dur}}(1 - \gamma_{i,j,k} + \mu_{i,j,k}) \quad \forall i \in T; j \in J^s; k \in K_j; l_{i,j} \in L \quad (8)$$

#### 4.1.2. Conflicts and Headway Constraints

Constraints (9) and (10) ensure that each track can only be occupied by one train at a time. Constraint (11) and (12) limit the value selection of variable  $\lambda_{i,v,j}$ . If the start time of a train  $i$  is earlier than another train  $v$  at a segment or station  $j$ , then  $\lambda_{i,v,j} = 1$ , and  $\lambda_{i,v,j} = 0$  if the start time of a train  $i$  is later than the start time of train  $v$ . The parameter  $M^{\text{con}}$  is a large constant, whose value should always be larger than the total running time for two trains on one segment. Constraint (13) enforces that only one track can be assigned to a train in a segment or station when this train passes this segment or station. Constraint (14) and (15) limit the track number that passenger and freight trains can choose at each station. The passenger and freight trains can only choose the tracks that are included in the set  $K^{\text{pas}}$  and  $K^{\text{fre}}$  respectively.

$$x_{v,l_{v,j}}^{\text{start}} - x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} \geq \Delta_j + M^{\text{con}}(\lambda_{i,v,j} + \gamma_{i,j,k} + \gamma_{v,j,k} - 3) \quad \forall i \in T; v \in T; j \in J; k \in K_j; l_{i,j} \in L \quad (9)$$

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} - x_{v,l_{v,j}}^{\text{end}} \geq \Delta_j + M^{\text{con}}(\gamma_{i,j,k} + \gamma_{v,j,k} - \lambda_{i,v,j} - 2) \quad \forall i \in T; v \in T; j \in J; k \in K_j; l_{i,j} \in L \quad (10)$$

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} - x_{v,l_{v,j}}^{\text{start}} \geq -M^{\text{con}}\lambda_{i,v,j} \quad \forall i \in T; v \in T; j \in J; l_{i,j} \in L \quad (11)$$

$$-x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} + x_{v,l_{v,j}}^{\text{start}} \geq M^{\text{con}}(1 - \lambda_{i,v,j}) \quad \forall i \in T; v \in T; j \in J; l_{i,j} \in L \quad (12)$$

$$\sum_{k \in K_j} \gamma_{i,j,k} = 1 \quad \forall i \in T; j \in J; l_{i,j} \in L \quad (13)$$

$$\gamma_{i,j,k} = 0 \quad \forall i \in T^{\text{pas}}; j \in J^s; k \in K \setminus K^{\text{pas}}; l_{i,j} \in L \quad (14)$$

$$\gamma_{v,j,k} = 0 \quad \forall i \in T^{\text{fre}}; j \in J^s; k \in K \setminus K^{\text{fre}}; l_{i,j} \in L \quad (15)$$

Constraint (16) gives the range for variables  $x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}}$  and  $x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}}$ . These two variables are continuous variables, which are larger or equal to  $t^s$ . Constraints (17) and (18) indicate  $\lambda_{i,v,j}$  and  $\gamma_{i,j,k}$  are binary parameters.

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}}, x_{i,l_{i,j}}^{\text{end}} \geq t^s \quad \forall i \in T; j \in J; l_{i,j} \in L \quad (16)$$

$$\lambda_{i,v,j} \in \{0,1\} \quad \forall i \in 1, \dots, |T| - 1; v \in T; j \in J \quad (17)$$

$$\gamma_{i,j,k} \in \{0,1\} \quad \forall i \in 1, \dots, |T| - 1; j \in J; k \in K_j \quad (18)$$

$z_i$  è una variabile continua, che equivale al valore assoluto della differenza tra  $x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}}$  e  $b_{i,l_{i,j}}$  per tutti i treni non interessati ad ogni evento nel Vincolo 23 e 24. Riassumiamo per tutti i treni merci che sono originariamente programmati per arrivare allo scalo interrotto dopo l'interruzione ( $e^{\text{inter}} \leq b_{i,l_{i,n_i}}$ ) o prima dell'interruzione ( $b_{i,l_{i,n_i}} \leq b^{\text{inter}}$ ) o viaggiano nella direzione opposta ( $l_{i,n_i} \neq n_i$ ).

$$f_1 = \sum_{i \in T^{\text{fre}}: e^{\text{inter}} \leq b_{i,l_{i,n_i}} \vee b_{i,l_{i,n_i}} \leq b^{\text{inter}} \vee l_{i,n_i} \neq n_i} z_i$$

$$-x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} + b_{i,l_{i,j}} \geq -z_i \quad \forall i \in T^{\text{fre}}; j \in J; l_{i,j} \in L: e^{\text{inter}} \leq b_{i,l_{i,n_i}} \vee b_{i,l_{i,n_i}} \leq b^{\text{inter}} \vee l_{i,n_i} \neq n_i \quad (23)$$

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} - b_{i,l_{i,j}} \geq -z_i \quad \forall i \in T^{\text{fre}}; j \in J; l_{i,j} \in L: e^{\text{inter}} \leq b_{i,l_{i,n_i}} \vee b_{i,l_{i,n_i}} \leq b^{\text{inter}} \vee l_{i,n_i} \neq n_i \quad (24)$$

$$z_i \geq 0 \quad \forall i \in T^{\text{fre}}: e^{\text{inter}} \leq b_{i,l_{i,n_i}} \vee b_{i,l_{i,n_i}} \leq b^{\text{inter}} \vee l_{i,n_i} \neq n_i \quad (25)$$

Nella seconda funzione oggettiva, l'obiettivo è ridurre al minimo la somma del tempo di esercizio totale per tutti i treni interessati, che chiamiamo "Durata del trasporto". Riassumiamo per tutti i treni merci che sono entrambi originariamente programmati per arrivare allo scalo interrotto durante l'interruzione ( $b^{\text{inter}} \leq e_{i,l_{i,n_i}} \leq e^{\text{inter}}$ ) e viaggiano nella direzione dello scalo interrotto ( $l_{i,n_i} = n_i$ ).

$$f_2 = \sum_{i \in T^{\text{fre}}: b^{\text{inter}} \leq e_{i,l_{i,n_i}} \leq e^{\text{inter}} \wedge l_{i,n_i} = n_i} (x_{i,n_i}^{\text{end}} - x_{i,1}^{\text{start}})$$

Per la terza funzione oggettiva, non miriamo a massimizzare o ridurre al minimo nulla, ma siamo interessati esclusivamente a trovare una soluzione fattibile nel caso in cui ne esista una. Una soluzione fattibile è qualsiasi assegnazione di valori variabili che soddisfi tutti i vincoli del nostro MILP. Tutte le soluzioni che soddisfano tutti i vincoli sono ugualmente valide per questa verifica di fattibilità. Quindi, impostiamo la funzione obiettivo come una costante ( $f_3 = 1$ ). Il valore di questa funzione oggettiva non dipende dai valori di nessuna delle nostre variabili; quindi, tutte le soluzioni che soddisfano tutti i vincoli sono ugualmente valide e qualsiasi soluzione di questo tipo può essere l'output. Pertanto, con la funzione oggettiva costante, possiamo identificare se esiste una soluzione fattibile.

La formulazione del problema può essere riassunta come:

min  $f$

soggetta a:

vincolo (1) - (22)

vincolo (23) - (25), se  $f = f_1$

dove:  $f \in \{f_1, f_2, f_3\}$

## 5. Esperimenti computazionali

Abbiamo implementato il nostro modello e lo abbiamo testato su alcuni piccoli esempi fittizi per convalidarlo e illu-

### 4.1.3. Deviation Constraints

Constraint (19) and (20) limit the end time for all affected trains at the destination yard within a certain range: to within the interval  $[e^{\text{inter}}, e^{\text{inter}} + b^{\text{win}}]$ . Constraint (21) limits the start time at the origin yard for the affected trains. The affected trains can only be delayed at the origin yard. The non-affected trains are only allowed to depart later than the originally scheduled time, which is enforced in Constraint (22). The sign  $\wedge$  is a logical conjunction, which can also be interpreted as 'and'.

$$x_{i,n_i}^{\text{end}} \geq e^{\text{inter}} \quad \forall i \in T^{\text{fre}}; j \in J; l_{i,j} \in L: b^{\text{inter}} \leq e_{i,l_{i,n_i}} \leq e^{\text{inter}} \wedge l_{i,n_i} = n_i \quad (19)$$

$$-x_{i,n_i}^{\text{end}} \geq -e^{\text{inter}} - b^{\text{win}} \quad \forall i \in T^{\text{fre}}; j \in J; l_{i,j} \in L: b^{\text{inter}} \leq e_{i,l_{i,n_i}} \leq e^{\text{inter}} \wedge l_{i,n_i} = n_i \quad (20)$$

$$x_{i,1}^{\text{start}} \geq b_{i,1} \quad \forall i \in T^{\text{fre}}; j \in J; l_{i,j} \in L: b^{\text{inter}} \leq e_{i,l_{i,n_i}} \leq e^{\text{inter}} \wedge l_{i,n_i} = n_i \quad (21)$$

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} \geq b_{i,l_{i,j}} \quad \forall i \in T^{\text{fre}}; j \in J; l_{i,j} \in L: e^{\text{inter}} \leq b_{i,l_{i,n_i}} \vee b_{i,l_{i,n_i}} \leq b^{\text{inter}} \vee l_{i,n_i} \neq n_i \quad (22)$$

### 4.2. Objectives

We consider three objective functions in this model. The first one is to minimize the deviation from the original schedule for all non-affected freight trains. We will use 'Deviation' to represent this objective in the remainder of this paper. The variable  $z_i$  is a continuous variable, which equals the absolute value of the difference between  $x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}}$  and  $b_{i,l_{i,j}}$  for all non-affected trains at each event in Constraint 23 and 24. We sum up for all the freight trains that are either originally scheduled to arrive the interrupted yard after interruption ( $e^{\text{inter}} \leq b_{i,l_{i,n_i}}$ ) or before interruption ( $b_{i,l_{i,n_i}} \leq b^{\text{inter}}$ ) or run towards the opposite direction ( $l_{i,n_i} \neq n_i$ ).

$$f_1 = \sum_{i \in T^{\text{fre}}: e^{\text{inter}} \leq b_{i,l_{i,n_i}} \vee b_{i,l_{i,n_i}} \leq b^{\text{inter}} \vee l_{i,n_i} \neq n_i} z_i$$

$$-x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} + b_{i,l_{i,j}} \geq -z_i \quad \forall i \in T^{\text{fre}}; j \in J; l_{i,j} \in L: e^{\text{inter}} \leq b_{i,l_{i,n_i}} \vee b_{i,l_{i,n_i}} \leq b^{\text{inter}} \vee l_{i,n_i} \neq n_i \quad (23)$$

$$x_{i,l_{i,j}}^{\text{start}} - b_{i,l_{i,j}} \geq -z_i \quad \forall i \in T^{\text{fre}}; j \in J; l_{i,j} \in L: e^{\text{inter}} \leq b_{i,l_{i,n_i}} \vee b_{i,l_{i,n_i}} \leq b^{\text{inter}} \vee l_{i,n_i} \neq n_i \quad (24)$$

$$z_i \geq 0 \quad \forall i \in T^{\text{fre}}: e^{\text{inter}} \leq b_{i,l_{i,n_i}} \vee b_{i,l_{i,n_i}} \leq b^{\text{inter}} \vee l_{i,n_i} \neq n_i \quad (25)$$

In the second objective function, the goal is to minimize the sum of the total running time for all affected trains, which we call 'Transport Time'. We sum up for all the freight trains that are both originally scheduled to arrive the interrupted yard during interruption ( $b^{\text{inter}} \leq e_{i,l_{i,n_i}} \leq e^{\text{inter}}$ ) and run in the direction towards the interrupted yard ( $l_{i,n_i} = n_i$ ).

$$f_2 = \sum_{i \in T^{\text{fre}}: b^{\text{inter}} \leq e_{i,l_{i,n_i}} \leq e^{\text{inter}} \wedge l_{i,n_i} = n_i} (x_{i,n_i}^{\text{end}} - x_{i,1}^{\text{start}})$$

For the third objective function, we do not aim to max-



strare i risultati nel caso di studio I e II. Il set di dati per il Caso di studio III è di dimensioni ragionevoli per un'applicazione reale. Il modello è stato risolto utilizzando AMPL e il server Gurobi 7.5.2 su un server computazionale. Nei casi di studio, supponiamo che lo "scalo B" sia lo scalo di smistamento interrotto.

### 5.1. Caso di studio I

In questo caso, l'istanza è un orario che include 20 treni passeggeri e 5 treni merci (Fig. 5). L'orario dei treni passeggeri è omogeneo e simmetrico. Quattro dei treni merci viaggiano verso lo scalo B e un treno merci viaggia verso lo scalo A. Supponiamo che tutti i treni merci possano fermarsi in due binari laterali qualsiasi in ciascuna stazione. Inoltre, l'orario di arrivo si discosta entro un determinato intervallo per tutti i treni interessati nello scalo B.

Tutte le stazioni hanno 4 binari e i segmenti ne hanno due. La durata dell'interruzione è impostata su 30 minuti e il tempo di recupero stimato è impostato su 1 ora. Il parametro  $b^{\text{win}}$  è di 50 minuti e supponiamo che i treni merci possano prendere solo la metà dei binari in tutte le stazioni. La Fig. 5 mostra l'orario artificiale come input del modello, dove le linee blu sono treni merci e le linee verdi sono i treni passeggeri.

La Tab. 4 mostra il tempo computazionale medio e massimo con diverse funzioni obiettivo. Per ogni funzione obiettivo, eseguiamo il modello 5 volte. Come possiamo vedere dalla Tab. 4, il tempo computazionale con la funzione obiettivo "Fattibile" ( $f_3$ ) è il più breve con in media 0,33 secondi. Il tempo di calcolo per "Deviazione" è leggermente superiore a quello per "Fattibile"; per la "Durata del trasporto" è di circa 200 secondi.

Sia la Tab. 5 che la Tab. 6 mostrano i risultati per la funzione obiettivo di "Durata del trasporto". La Tab. 5 include la deviazione media e massima dell'ora di inizio allo scalo di origine per tutti i treni interessati e il ritardo medio e massimo allo scalo di destinazione per tutti i treni non interessati. Il parametro  $b^{\text{win}}$  è lo scostamento massimo consentito dall'orario di partenza desiderato per il treno  $i$  dalla stazione di partenza. Quando il valore di  $b^{\text{win}}$  aumenta, aumentano anche la deviazione dell'ora di inizio dei treni interessati e il ritardo per i treni non interessati. Pertanto, regolando il valore del parametro  $b^{\text{win}}$ , possiamo spostare il problema della capacità dagli scali interrotti alle linee ferroviarie e allo scalo di partenza.

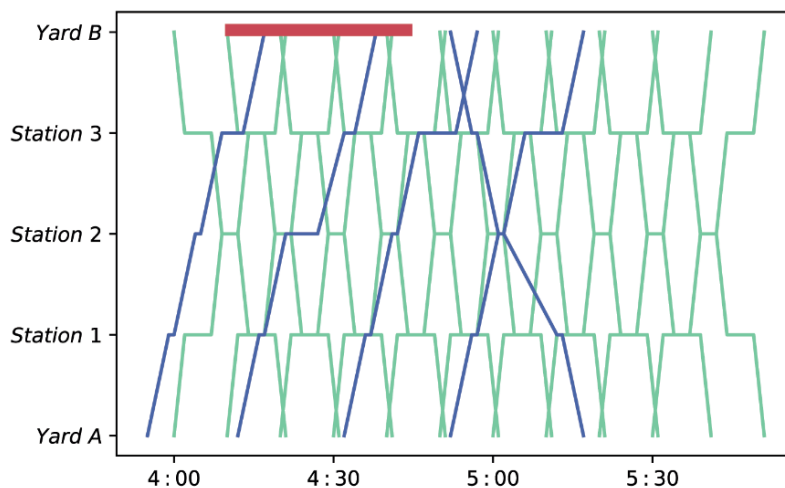


Figura 5 - L'orario originale (caso di studio I).<sup>2</sup>  
Figure 5 - The original timetable (Case Study I).<sup>2</sup>

Tabella 4 – Table 4

I tempi computazionali con diverse funzioni obiettivo  
The computational times with different objective functions

Funzione oggettiva Objective Function	Tempo/i di calcolo Computation Time (s)	
	Medio Average	Max Max
'Fattibile' ( $f_3$ ) 'Feasible' ( $f_3$ )	0,33	0,34
"Deviazione" ( $f_1$ ) 'Deviation' ( $f_1$ )	2,11	2,40
'Durata del trasporto' ( $f_2$ ) 'Transport Time' ( $f_2$ )	200,13	200,21

imize or minimize anything, but we are solely interested in finding a feasible solution in case one exists. A feasible solution is any assignment of variable values that fulfills all constraints of our MILP. All solutions fulfilling all constraints are equally good for this feasibility check. Hence, we set the objective function as a constant ( $f_3 = 1$ ). The value of this objective function does not depend on the values of any of our variables, thus, all solutions that fulfill all constraints are equally good, and any such solution can be the output. Thus, with the constant objective function, we can identify whether there is any solution that is feasible.

The problem formulation can be summarized as:

$\min f$

subject to:

<sup>2</sup> Linee blu: treni merci; linee verdi: treni passeggeri.

<sup>2</sup> Blue lines: freight trains; green lines: passenger trains.

Tabella 5 – Table 5

Risultati con valore diverso di  
The computational times with different objective functions

$b^{\text{win}}$ (min) $b^{\text{win}}$ (min)	Funzione oggettiva (min) Objective function (min)	Treni interessati allo scalo A Affected trains at Yard A		Treni non interessati allo scalo B Non-affected trains at Yard B	
		Deviazione media del tempo di partenza (min) Average departure time deviation (min)	Deviazione massima del tempo di partenza (min) Maximum departure time deviation (min)	Ritardo medio (min) Average delay (min)	Ritardo massimo (min) Maximum delay (min)
10	73	6	13	1	2
20	72	11	23	3	9
30	72	11	23	3	9
40	72	11	23	4	10
50	72	11	23	4	10
60	72	21	43	4	11

Tabella 6 – Table 6

Risultati con valori diversi di  $\mu_{i,j,k}$   
Results with different values of  $\mu_{i,j,k}$

$\sum_{k \in K_j} \mu_{i,j,k}$	Treni interessati Affected trains	Treni non interessati Non-affected trains		
	Deviazione media del tempo di arrivo allo scalo B (min) Average arrival time deviation at yard B (min)	Ritardo medio dallo scalo B (min) Average delay from Yard B (min)	Aumento medio del tempo di arresto (min) Average increase of stopping time (min)	Aumento medio del tempo di esercizio (min) Average increase of the running time (min)
Pieno Full	27.5	8	6	1
Mezzo Half	23.5	4	3	0
Unico Single	22.5	4	0	0

La Tab. 6 mostra la deviazione media del tempo di arrivo allo scalo di destinazione per i treni interessati, il ritardo medio dallo scalo di destinazione, l'aumento medio del tempo di fermata e il tempo di esercizio per tutti i treni non interessati. "Completo" indica che i treni merci possono fermarsi su tutti i binari di ciascuna stazione, che possono essere rappresentati con  $|K_j|$ . "Metà" indica che i treni merci possono fermarsi a metà dei binari di tutte le stazioni, che possono essere rappresentati con  $0.5 \cdot |K_j|$ . Per quanto riguarda "Unico", indica che i treni merci possono fermarsi solo su un binario in ciascuna stazione.

Nella Tab. 6, la deviazione media del tempo di arrivo allo scalo di destinazione e il ritardo medio allo scalo di destinazione diminuiscono con una diminuzione del numero totale di binari che consentono una fermata tra tutte le stazioni, il che è un comportamento inaspettato. Una possibile spiegazione è che abbiamo programmi diversi con lo stesso valore obiettivo ottimale e non ci indirizziamo verso un valore specifico per queste metriche.

La Fig. 5 mostra l'orario originale nel Caso I. La durata dell'interruzione è contrassegnata da un blocco rosso

constrain (1) - (22)

constrain (23) - (25), se  $f = f_1$

where:  $f \in \{f_1, f_2, f_3\}$

## 5. Computational Experiments

We have implemented our model and tested it on some small, fictitious examples to validate it and illustrate the results in Case Study I and II. The data set for Case Study III is of a reasonable size for a real-world application. The model was solved using AMPL and the server Gurobi 7.5.2 on a computational server. In the case studies, we assume that 'Yard B' is the interrupted marshalling yard.

### 5.1. Case Study I

In this case, the instance is a timetable that includes 20 passenger trains and 5 freight trains (Fig. 5). The schedule of passenger trains is homogeneous and symmetrical. Four of the freight trains run towards Yard B and one freight train runs to Yard A.

so. La Fig. 6 e la Fig. 7 illustrano l'orario riprogrammato con la funzione oggettiva di "Deviazione"  $f_1$  e "Durata del trasporto"  $f_2$ , rispettivamente. I treni merci sono in blu, i treni passeggeri in verde. Nella Fig. 6, i treni interessati si fermano alla stazione 3 per un po' e poi viaggiano verso lo scalo B. Alcuni treni merci non interessati sono anche in

We assume that all freight trains are allowed to stop at any two side tracks in each station. Furthermore, the arrival time deviates within a given range for all affected trains in Yard B.

All the stations have 4 tracks and segments have two tracks. The interruption duration is set to 30 minutes, and the estimated recovery time is set to 1 hour. The parameter  $b^{win}$  is 50 minutes, and we assume that the freight trains can only take half of the tracks in all stations. Fig. 5 shows the artificial timetable as the input of the model, where the blue lines are freight trains, and the green lines are the passenger trains.

In Tab. 4, we display the average and maximum computational time with different objective functions. For each objective function, we run the model 5 times. As we can see from Tab. 4, the computational time with the objective function 'Feasible' ( $f_3$ ) is the shortest with on average 0.33 seconds. The computational time for 'Deviation' is slightly larger than that for 'Feasible'; for 'Transport Time' it is around 200 seconds.

Both Tab. 5 and Tab. 6 show results for the objective function of 'Transport Time'. Tab. 5 includes the average and maximum deviation of start time at the origin yard for all affected trains, and the average and maximum delay at the destination yard for all non-affected trains. Parameter  $b^{win}$  is the maximum allowed deviation from the desired departure time for train  $i$  from the departure station. When the value of  $b^{win}$  increases, the start-time deviation of affected trains and the delay for non-affected trains also increase. Thus, by adjusting the value of parameter  $b^{win}$ , we can move the capacity problem from the interrupted yards to rail lines and departure yard.

Tab. 6 shows the average arrival time deviation at the destination yard for affected trains, the average delay from destination yard, average increase of stopping time and running time for all non-affected trains. 'Full' indicates that the freight trains are allowed stop at all tracks at each station, which can be represented with  $|K_i|$ . 'Half' indicates that the freight trains are allowed to stop at half of the tracks at

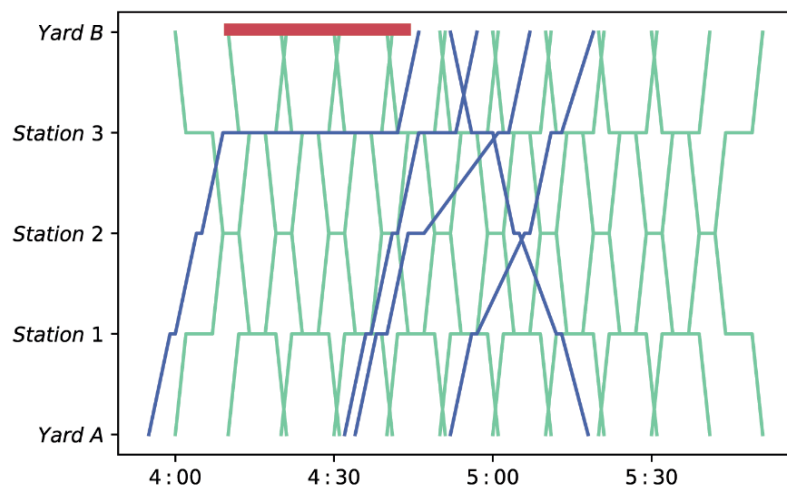


Figura 6 - L'orario riprogrammato con funzione oggettiva di  $f_1$  "Deviazione"<sup>3</sup>.  
Figure 6 - The rescheduled timetable with objective function of  $f_1$  'Deviation'<sup>3</sup>.

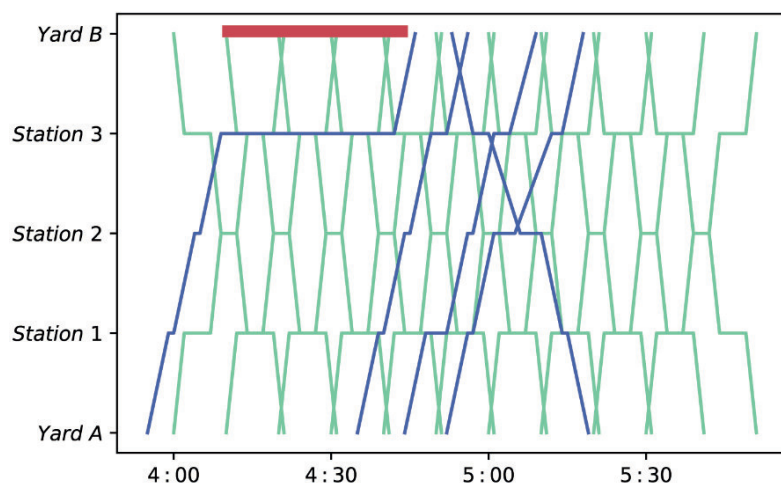


Figura 7 - L'orario riprogrammato con funzione oggettiva di  $f_2$  "Durata del trasporto"<sup>3</sup>.  
Figure 7 - The rescheduled timetable with objective function of  $f_2$  'Transport Time'<sup>3</sup>.

<sup>3</sup> Linee blu: treni merce interessati; linee gialle: treni merce non interessati; linee verdi: treni passeggeri.

<sup>3</sup> Blue lines: freight trains; yellow and green lines: passenger trains..

ritardo nella stazione 2, nella stazione 3 e nello scalo B. Nella Fig. 7, i treni non interessati hanno meno tempo di sosta in totale, ma la deviazione totale dell'orario di arrivo per tutti i treni non interessati è maggiore rispetto al risultato riprogrammato di "Deviazione".

5.2. Caso di studio II

Il caso II si basa sugli stessi segmenti e stazioni del caso I, ma ora con un orario che include tre diversi tipi di treni. Nella Fig. 8, i treni merci sono in blu, i treni passeggeri rapidi in verde e i treni passeggeri lenti in giallo.

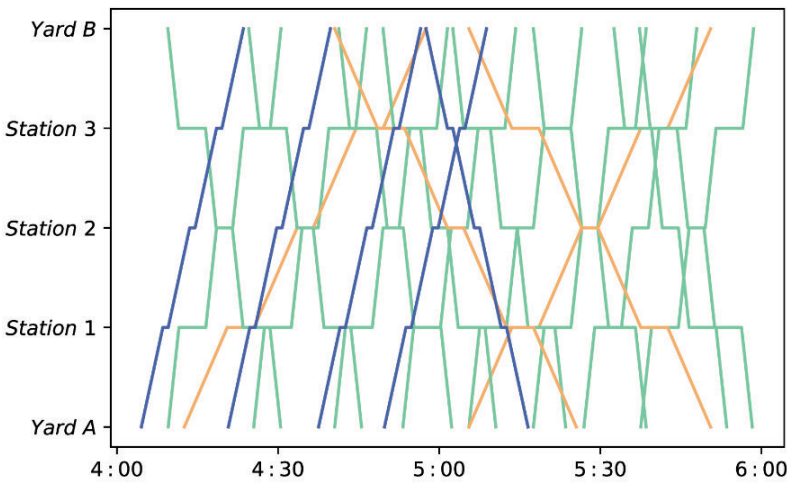


Figura 8 - Orario originale (Caso di studio II)<sup>4</sup>.  
Figure 8 - The original timetable (Case Study II)<sup>4</sup>.

all stations, which can be represented with  $0.5 \cdot |K|$ . As for 'Single', it indicates that the freight trains are only allowed to stop on one track at each station. In Table 6, the average arrival time deviation at the destination yard and the average delay to the destination yard decrease with a decrease in the total number of tracks that allow a stop among all stations, which is an unexpected behaviour. A possible explanation is that we have different schedules with the same optimal objective value, and we do not steer towards a specific value for these metrics.

Fig. 5 shows the original timetable in Case I. The interruption duration is marked as a red block. Fig. 6 and Fig. 7 depict the rescheduled timetable with the objective function of 'Deviation'  $f_1$  and 'Transport Time'  $f_2$ , respectively. Freight trains are shown in blue, passenger trains are shown in green. In Fig. 6, the affected trains stop at Station 3 for a while and then run towards Yard B. Some non-affected freight trains are also delayed in Station 2, Station 3, and Yard B. In Fig. 7, the non-affected trains have less stopping time in total, but the total deviation of the arrival time for all non-affected trains is larger than for the rescheduled result of 'Deviation'.

5.2. Case Study II

Case II is based on the same segments and stations as in Case I, but now with a timetable including three different train types. In Fig. 8, freight trains are shown in blue, fast passenger trains in green, and slow passenger trains in yellow.

Tabella 7 – Table 7

Risultati con diversi tempi di interruzione e recupero (min)  
Results with different interruption and recovery time (min)

Tempo di interruzione Interruption time	Tempo di ripristino Recovery time	Numero medio di treni interessati Average number of affected trains	'Deviazione' 'Deviation'	'Durata del trasporto' 'Transport Time'
			Ritardo medio dei treni interessati Average delay of affected trains	Ritardo medio dei treni non interessati Average delay of non-affected trains
10	20	1.0	13.0	10.7
10	30	1.0	24.7	9.3
20	20	1.3	34.7	10.7
20	40	1.3	34.0	12.7
20	60	1.0	35.7	24.3
30	30	1.7	35.0	27.0
30	60	1.7	43.7	35.7

<sup>4</sup> Linee blu: treni merce interessati; linee gialle: treni merce non interessati; linee verdi: treni passeggeri.

<sup>4</sup> Blue lines: freight trains; yellow and green lines: passenger trains.



Nella Tab. 7, mostriamo i risultati computazionali con diverse interruzioni, tempi di recupero e diverse funzioni oggettive. I risultati includono il numero di treni interessati, il ritardo medio dei treni interessati per la funzione oggettiva  $f_1$  "Deviazione" e il ritardo medio dei treni non interessati per la  $f_2$  "Durata del trasporto". Il numero medio di treni interessati è correlato all'ora di inizio e alla durata del tempo di interruzione. Eseguiamo il nostro modello tre volte con un diverso orario di inizio dell'ora di interruzione per ogni combinazione di interruzione e durata del recupero. I treni merci originariamente programmati per arrivare allo scalo interrotto durante l'orario di interruzione sono i treni interessati. Il numero di treni interessati aumenta mentre aumenta il tempo di interruzione. Anche la media dei treni interessati e il ritardo medio dei treni non interessati aumentano mentre aumenta il tempo di interruzione.

### 5.3. Caso di studio III

Il caso è un orario che include 120 treni passeggeri e 30 treni merci con 76 segmenti e 75 stazioni lungo la linea ferroviaria. Supponiamo che ogni segmento ferroviario sia a doppio binario e che ogni stazione abbia quattro binari. La Fig. 9 mostra l'orario artificiale. I treni merci sono in blu, i treni passeggeri in verde. Ci sono 60 treni passeggeri e 20 treni merci in una direzione e 60 treni passeggeri

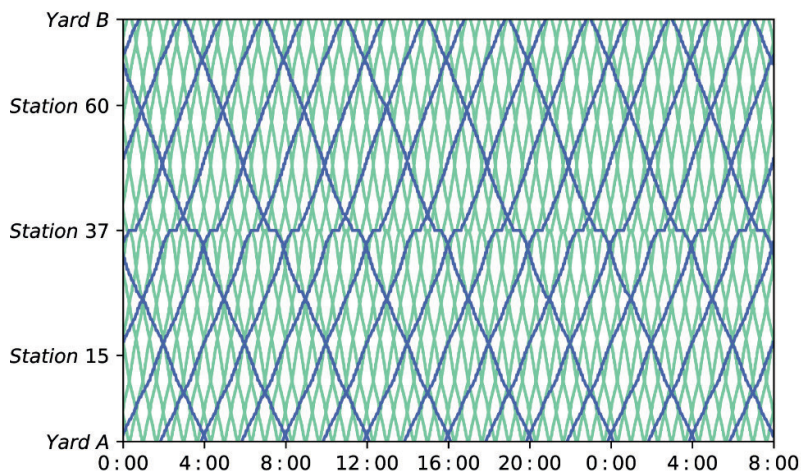


Figura 9 - Orario originale (Caso di studio III)<sup>5</sup>.

Figure 9 - The original timetable (Case Study III)<sup>5</sup>.

In Tab. 7, we show the computational results with different interruption, recovery times, and different objective functions. The results include the number of affected trains, the average delay of affected trains for the objective function  $f_1$  'Deviation', and the average delay of non-affected trains for  $f_2$  'Transport Time'. The average number of affected trains is related to the start time and the duration of the interruption time. We run our model three times with different start time of the interruption time for each combination of interruption and recovery duration. The freight trains that were originally scheduled to arrive at the interrupted yard during the interruption time are the affected trains. The number of affected trains increases while the interruption time increases. The av-

Tabella 8 – Table 8

Risultati con diversi valori di interruzione e tempo di recupero  
Results with different values of interruption and recovery time

Interruzione (h) Interruption (h)	Tempo di recupero (h) Recovery Time (h)	Tempi di calcolo Computational Time (s)			Numero variabile Variable number	Numero vincolo Constraint number	Eventi ritardati Delayed Events	Ritardo medio totale (min) Total Average Delay (min)
		Min	Medio Average	Max				
1	1	16.8	24.0	28.4	78670	5810920	15	14
1	2	46.4	47.4	49.2	94681	5872420	39	14
1	3	57.6	62.4	67.5	112870	5940510	12	14
2	2	60.6	61.7	62.3	112870	5940550	88	74
2	4	78.3	79.1	80.6	146104	6068580	12	292
3	3	107.8	112	120.1	146103	6067670	101	127.5
3	6	1679.5	1838.1	1996.7	195416	6258560	76	87.5

<sup>5</sup> Linee blu: treni merce interessati; linee gialle: treni merce non interessati; linee verdi: treni passeggeri.

<sup>5</sup> Linee blu: treni merce interessati; linee gialle: treni merce non interessati; linee verdi: treni passeggeri.

e 10 treni merci nell'altra direzione. La differenza di orario di partenza dallo stesso scalo tra due treni passeggeri consecutivi è di 40 minuti. La differenza di orario di partenza dallo scalo B tra due treni merci consecutivi è di 4 ore e 2 ore dallo scalo A. Il tempo di sosta per i treni passeggeri alla stazione 37 è impostato su 10 minuti e i treni merci sono impostati su 20 minuti.

Nella Tab. 8, mostriamo il tempo computazionale minimo, medio e massimo e il numero di variabili e vincoli. Per ogni scenario, eseguiamo 5 volte. Gli eventi ritardati si riferiscono al numero di eventi per tutti i treni merci con orario ritardato. Il ritardo medio totale si riferisce al ritardo medio allo scalo di destinazione per tutti i treni merci. La funzione oggettiva rimane come deviazione di tutti i treni merci non interessati e il valore di  $b^{\text{win}}$  è uguale alla durata del tempo di recupero. Tutti i treni merci possono fermarsi solo su due binari laterali in ciascuna stazione. In questo caso, anche il tempo computazionale cresce con l'aumentare della durata del tempo di recupero. Oltre al numero totale di treni, segmenti, stazioni e binari, il numero di variabili e vincoli nel modello è influenzato dall'ora di inizio e fine e dalla durata sia dell'interruzione che della durata del recupero. Il numero di variabili e vincoli aumenta in modo significativo se aumentano i tempi di interruzione e recupero. Il numero di variabili è raddoppiato quando la durata totale dell'interruzione e del tempo di recupero è raddoppiata da 2 ore a 4 ore. Inoltre, quando la somma della durata totale dell'interruzione e del tempo di recupero è la stessa, anche il numero di variabili e vincoli è approssimativamente lo stesso.

## 6. Conclusioni e ricerche future

In questo documento, abbiamo introdotto un modello MILP per la riprogrammazione di un orario ferroviario durante un'interruzione importante, che posticipa un gruppo di treni (merci). Altri treni (passeggeri) non potevano essere spostati per accogliere i percorsi ferroviari riprogrammati. Nel modello MILP, consideriamo il limite di capacità per ogni segmento e stazione vietando conflitti a segmenti e stazioni. Limitiamo anche i tipi di treno che possono fermarsi su ciascun binario in ciascuna stazione. Questo modello è considerato una linea di base e può essere confrontato con altri approcci euristici in futuro. Possiamo utilizzare il nostro approccio per valutare l'impatto di un cambiamento dell'infrastruttura sul tempo di ripristino: dato, ad esempio, un binario chiuso, ma la stessa finestra di recupero, possiamo verificare se il recupero è possibile in quel lasso di tempo e, in caso affermativo, quanto è più lungo il tempo di recupero rispetto alla configurazione originale dell'infrastruttura.

Nei nostri esperimenti numerici con un caso fittizio, il tempo computazionale è fortemente influenzato dalla funzione oggettiva. Il tempo di calcolo per "Deviazione" è circa 6 volte più lungo rispetto a "Fattibile" e per "Durata del trasporto" 100 volte più lungo rispetto a "Deviazione". I test computazionali hanno anche dimostrato che il cre-

age of affected trains and the average delay of non-affected trains also increase while the interruption time increases.

### 5.3 Case Study III

The instance is a timetable that includes 120 passenger trains and 30 freight trains with 76 segments and 75 stations along the rail line. We assume that each rail segment is double-tracked, and each station has four tracks. Figure 9 shows the artificial timetable. Freight trains are shown in blue and passenger trains are shown in green. There are 60 passenger trains and 20 freight trains in one direction, and 60 passenger trains and 10 freight trains in the other direction. The departure-time difference from the same yard between two consecutive passenger trains is 40 minutes. The departure-time difference from Yard B between two consecutive freight trains is 4 hours, and 2 hours from Yard A. The stopping time for passenger trains at station 37 is set to 10 minutes, and freight trains are set to 20 minutes.

In Tab. 8, we show the minimum, average and maximum computational time and the number of variables and constraints. For each scenario, we run 5 times. Delayed events refer to the number of events for all freight trains with delayed schedule. Total average delay refers to the average delay at the destination yard for all freight trains. The objective function remains as the deviation of all non-affected freight trains, and the value of  $b^{\text{win}}$  equals to the recovery time duration. All freight trains are allowed to stop at only two side tracks at each station. In this case, the computational time also grows as the duration of recovery time grows. Apart from the total number of trains, segments, stations, and tracks, the number of variables and constraints in the model are affected by the start and end time and length of both interruption and recovery duration. The number of variables and constraints increase significantly if the interruption and recovery time lengths increase. The number of variables doubled when the total duration of interruption and recovery time doubled from 2 hours to 4 hours. Furthermore, when the sum of the total duration of interruption and recovery time is the same, the numbers of variables and constraints are also roughly the same.

## 6. Conclusion and Future Research

In this paper, we introduced a MILP model for rescheduling a railway timetable during a major interruption, which postpones a group of (freight) trains. Other (passenger) trains were not allowed to be moved to accommodate the rescheduled train paths. In the MILP model, we consider the capacity limit for each segment and station by forbidding conflicts at segments and stations. We also limit the train types that are allowed to stop on each track in each station. This model is considered a base line and can be compared with other heuristic approaches in the future. We can use our approach to gauge the impact of an infrastructure change on the recovery time: given, for example, a closed track, but the same recovery window, we can check whether recovery is at all possible in that time frame, and if yes, how much longer the recovery time is in comparison to the original infrastructure setup.

scente ritardo dei treni merci non interessati è influenzato in larga misura dall'aumento sia dell'interruzione che della durata del recupero. La funzione oggettiva "Deviazione" causa ritardi più gravi per i treni merci interessati rispetto ai treni non interessati. Inoltre, la modifica dei valori di alcuni parametri, tra cui la deviazione massima consentita dell'orario di partenza e l'autorizzazione alla fermata del treno sui binari, ha un grave impatto sul ritardo e sull'orario di fermata in tutte le stazioni nell'orario riprogrammato. Abbiamo notato che quando aumentano i tempi di interruzione e recupero, l'utilizzo dello spazio e il tempo computazionale aumentano molto di conseguenza.

Per la ricerca futura, questo modello ha ancora bisogno di ulteriori miglioramenti in termini di dimensioni del modello e tempo di calcolo, se deve essere applicato in un caso pratico. Con l'aumento del numero di stazioni, segmenti e numero di binari negli esperimenti, la complessità sia spaziale che temporale aumenta rapidamente. Inoltre, ci sono altri tre aspetti principali per miglioramenti futuri. In primo luogo, consideriamo di ridurre le dimensioni del modello, in particolare il numero di variabili binarie. In secondo luogo, consideriamo di estendere l'attuale modello mirando ad applicarlo su una rete anziché su un corridoio ferroviario e la sua possibilità di includere percorsi geografici alternativi per alcuni dei treni. Infine, dovremmo considerare la velocità di flusso dello scalo per l'accettazione dei treni.

*In our numerical experiments with a fictive case, the computational time is strongly affected by the objective function. The calculation time for 'Deviation' is approximately 6 times longer than for 'Feasible' and for 'Transport Time' 100 times longer than for 'Deviation'. The computational tests also showed that the increasing delay of the non-affected freight trains is affected to a great extent by the rise of both interruption and recovery duration. The objective function 'Deviation' causes more severe delays for the affected freight trains than non-affected trains. Furthermore, changing the values of some parameters, including the maximum allowed deviation of the departure time and the permission of train stopping on tracks, has a severe impact on the delay and the stopping time at all stations in the rescheduled timetable. We noticed that when the interruption and recovery time increase, the space usage and computational time increase a lot accordingly.*

*For future research, this model still needs further improvements in terms of model size and computation time, if it is to be applied in a practical case. As the number of stations, segments and their track numbers increase in the experiments, both space and time complexity are increasing rapidly. Furthermore, there are other three main aspects for future improvements. Firstly, we consider to reduce the size of the model, especially the number of binary variables. Secondly, we consider to extend the current model aiming to apply it on a network instead of a rail corridor and its possibility to include alternative geographical routes for some of the trains. Lastly, we should consider the yard's rate of flow for accepting trains.*

## BIBLIOGRAFIA - REFERENCES

- [1] I. LOUWERSE, D. HUISMAN (2014), "Adjusting a railway timetable in case of partial or complete blockades". *European journal of operational research*, 235(3):583–593.
- [2] B.L. Nelldal (2014), "Major traffic interruptions on sweden's railways 2000-2013 and their impact for transportation customers".
- [3] V. CACCHIANI, D. HUISMAN, M. KIDD, L. KROON, P. TOTH, L. VEELENTURF, J. WAGENAAR (2014), "An overview of recovery models and algorithms for real-time railway rescheduling". *Transportation Research Part B: Methodological*, 63:15–37.
- [4] C. ZHANG, Y. GAO, V. CACCHIANI, L. YANG, Z. GAO (2023), "Train rescheduling for large-scale disruptions in a large-scale railway network". *Transportation Research Part B: Methodological*, 174:102786.
- [5] S. ZHANG, L. G. KROON, L. P. VEELENTURF, J. C. WAGENAAR (2015), "Real-time high-speed train rescheduling in case of a complete blockage". *Transportation Research Part B: Methodological*, 78:182–201.
- [6] L.P. VEELENTURF, M. P. KIDD, V. CACCHIANI, L. G. KROON, P. TOTH. (2016), "A railway timetable rescheduling approach for handling large-scale disruptions". *Transportation Science*, 50(3):841–862.
- [7] G. CAVONE, L. Blenkers, T. Van Den Boom, M. DOTOLI, C. SEATZU, B. DE SCHUTTER (2019), "Railway disruption: a bi-level rescheduling algorithm". In 2019 6th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT), pages 54–59. IEEE.
- [8] J. TÖRNQUIST KRASEMANN, J. PERSSON (2007), "N-tracked railway traffic re-scheduling during disturbances". *Transportation Research Part B: Methodological*, 41(3):342–362.
- [9] S. GESTRELIUS, M. Bohlin, M. Aronsson (2015), "On the uniqueness of operation days and delivery commitment generation for train timetables". In 6th International Conference on Railway Operations Modelling and Analysis (Rail-Tokyo2015), March 23–26, 2015, Tokyo, Japan.
- [10] Z. JIANG, Y. TAN, Ö. YALÇINKAYA *et al.* (2014), "Scheduling additional train unit services on rail transit lines". *Mathematical Problems in Engineering*.



- [11] Y. Y. TAN, Z. B. JIANG, Y.X. LI, R. X. WANG. (2020), "Integration of train-set circulation and adding train paths problem based on an existing cyclic timetable". *IEEE Access*, 8:87142–87163.
- [12] Y. TAN, W. XU, Z. JIANG, Z. WANG, B. SUN. (2021), "Inserting extra train services on high-speed railway". *Periodica Polytechnica Transportation Engineering*, 49(1):16–24.
- [13] J. TÖRNQUIST KRASEMANN (2015), "Computational decision-support for railway traffic management and associated configuration challenges: An experimental study". *Journal of Rail Transport Planning & Management*, 5(3):95–109.
- [14] R. L. BURDETT, E. KOZAN (2009), "Techniques for inserting additional trains into existing timetables". *Transportation Research Part B: Methodological*, 43(8-9):821–836.
- [15] V. CACCHIANI, A. CAPRARA, P. TOTH. (2010), "Scheduling extra freight trains on railway networks". *Transportation Research Part B: Methodological*, 44(2):215–231.
- [16] F. JIANG, V. CACCHIANI, P. TOTH (2017), "Train timetabling by skip-stop planning in highly congested lines". *Transportation Research Part B: Methodological*, 104:149–174.
- [17] F. LJUNGGREN, K. PERSSON, A. PETERSON, C. SCHMIDT. (2021), "Railway timetabling: a maximum bottleneck path algorithm for finding an additional train path". *Public Transport*, 13:597–623.

### L'ALTA VELOCITÀ FERROVIARIA

Il CIFI ha pubblicato L'ALTA VELOCITÀ FERROVIARIA.

Il nuovo volume rappresenta un riferimento unico ed originale della storia e della evoluzione dell'Alta Velocità in Italia, dalle prime direttissime, alla Firenze-Roma, alle nuove linee AV-AC di recente entrate in servizio. Un immancabile "compagno" della *Storia e Tecnica Ferroviaria* già edita dal CIFI e un testo indispensabile per tutti i cultori, studiosi e appassionati del modo delle ferrovie. Una strenna ideale per ... se stessi, oltre che per amici personali, clienti e dipendenti delle aziende.

Volume in pregiata edizione, cartonato, formato A4, pagine 208 a colori ampiamente illustrate.

#### INDICE

- Ricerca e sviluppo della Velocità ferroviaria
- Le caratteristiche tecniche dell'AV
- Linee AV nel mondo
- Le Direttissime in Italia
- Nasce l'Alta Velocità-Alta Capacità
- Le Nuove Linee
- Milano-Bologna e Bologna-Firenze
- Nuove linee sui valichi alpini

Prezzo di copertina € 40,00. Per sconti, spese di spedizione e modalità di acquisto consultare la pagina "Elenco di tutte le pubblicazioni CIFI" sempre presente nella Rivista.

