



Analisi statica non lineare di un ponte ferroviario esistente in muratura

Advanced constitutive laws for nonlinear static analyses of a railway masonry bridge

Adalgisa ZIRPOLI ^(*)

Stefano FARINA ^(**)

(<https://www.medra.org/servlet/view?lang=it&doi=10.57597/IF.06.2023.ART.2>)

Sommario - L'analisi *pushover* ha l'obiettivo di determinare la relazione tra il taglio alla base e lo spostamento di un nodo di controllo per determinare la curva di capacità di una struttura.

Una delle caratteristiche principali di questo tipo di analisi è il legame costitutivo non lineare che descrive il comportamento degli elementi strutturali. In questo articolo viene presentata una legge costitutiva avanzata, il modello *Concrete Damage Plasticity*.

Successivamente, l'applicazione di questo modello costitutivo viene presentata su un ponte reale in calcestruzzo/muratura esistente, per mezzo del software Midas Gen [3][4].

1. Leggi costitutive non lineari adatte a rappresentare il materiale "muratura"

Nella modellazione strutturale possono essere considerate molte possibili fonti di non linearità: ad esempio, controventi reagenti a sola trazione in telai in acciaio, molle reagenti a sola compressione a rappresentare l'interazione suolo-struttura e leggi costitutive elasto-plastiche assegnate ai materiali.

Le leggi costitutive elasto-plastiche sono utilizzate per rappresentare in modo più accurato la risposta del materiale.

In generale, la definizione di parametri aggiuntivi risulta necessaria per rappresentare con precisione la relazione sforzo-deformazione.

Nel software utilizzato è possibile scegliere tra quattro diverse leggi costitutive adatte a descrivere il materiale muratura, come riportato in Tab. 1:

Summary - In recent years, the use of static non-linear analysis, the so-called *pushover analysis*, is increasingly common when dealing with seismic vulnerability assessment and mitigation of existing buildings.

The *pushover analysis* aims to determine the relationship between the base shear and the displacement of a control node to determine the capacity curve of a structure. One of the main characteristics of this type of analysis is the nonlinear constitutive law that describes the behavior of the structural elements.

This article presents an advanced constitutive law, the *Concrete Damage Plasticity* model. Subsequently, the application of this constitutive model is presented on an existing reinforced concrete/masonry bridge, using the Midas Gen Software [3][4].

1. Suitable non-linear constitutive laws for masonry material

In structural modeling, there are many possible sources of non-linearity that can be considered, for example tension-only braces in steel structures, compression-only springs used for representing soil-structure interaction and elasto-plastic constitutive laws assigned to the materials.

Non-linear constitutive laws are used to represent in a more accurate way the structural response of the material. In general, the definition of additional parameters is required to accurately represent the stress-strain relationship.

In used software it is possible to choose between four different constitutive laws when dealing with masonry structures (see Tab. 1).

^(*) Harpaceas s.r.l.; zirpoli@harpaceas.it.

^(**) Harpaceas s.r.l.; farina@harpaceas.it.

^(*) Harpaceas s.r.l.; zirpoli@harpaceas.it.

^(**) Harpaceas s.r.l.; farina@harpaceas.it.

Tabella 1 – Table 1

Alcune leggi costitutive non lineari comunemente disponibili in software commerciali
Non-Linear Constitutive Laws available in the used software

| Legge costitutiva <i>Constitutive Law</i> | Ambito ottimale di applicabilità <i>Application</i> | Parametri di input <i>Input</i> | Criterio di rottura <i>Failure criterion</i> | Incrudimento <i>Hardening</i> | Softening |
|--|--|--|---|----------------------------------|-----------|
| Strumas | Muratura con tessitura irregolare <i>Irregular weaving of masonry (Existing Structures)</i> | f_t, E_{el-pl} | σ_{max} | Sì Yes | No |
| Mohr-Coulomb | Muratura con tessitura regolare <i>Regular weaving of masonry (New Structures)</i> | c, ϕ | τ (confinamento) τ (confinement) | Sì Yes | No |
| Drucker-Prager | Muratura con tessitura regolare <i>Regular weaving of masonry (New Structures)</i> | c, ϕ | τ (confinamento) τ (confinement) | Sì Yes | No |
| Concrete Damage Plasticity | Muratura con tessitura irregolare <i>Irregular weaving of masonry (Existing Structures)</i> | $f_t, f_c, \epsilon_{in,t}, \epsilon_{in,c}$ | $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ | Sì Yes | Sì Yes |

dove:

f_t = resistenza a trazione;

E_{el-pl} = rigidezza del ramo incrudente (può al limite essere nulla);

c = coesione;

ϕ = angolo d'attrito;

f_c = resistenza a compressione;

$\epsilon_{in,t}$ = deformazioni depurate dalla componente elastica a trazione;

$\epsilon_{in,c}$ = deformazioni depurate dalla componente elastica a compressione;

σ_{max} = sforzo principale di trazione;

τ (confinamento) = resistenza al taglio dipendente dal confinamento;

σ_{min} = sforzo principale di compressione.

La scelta corretta del modello da utilizzare si basa innanzitutto sulla tipologia di muratura in esame. Infatti, la rottura può verificarsi con diversi meccanismi a seconda del processo di realizzazione della muratura stessa. Si possono distinguere due principali modalità fessurative:

- Fessurazione diagonale (governata dalla resistenza a trazione).
- Taglio-scorrimento (governato dalla resistenza al taglio).

Entrambe le modalità di rottura possono ritrovarsi nelle nuove strutture, in cui, a causa della tessitura regolare della muratura, si verificherà una fessurazione diagonale nei giunti di malta tra i mattoni.

where:

f_t = traction drag force;

E_{el-pl} = stiffness of the hardening section (it can be zero);

c = cohesion;

ϕ = friction gradient;

f_c = compression drag force;

$\epsilon_{in,t}$ = pure strain unless the traction elastic strain component;

$\epsilon_{in,c}$ = pure strain unless the compression elastic strain component;

σ_{max} = principal traction stress;

τ (confinement) = limited shear drag force;

σ_{min} = principal compression stress.

The correct choice of the model to be used is based first on the typology of masonry we are dealing with. In fact, shear failure can occur with different cracking mechanisms, depending on the realization process of the masonry itself. Two principal failure modes can be distinguished:

- Diagonal Cracking.
- Shear-Sliding.

Both failure modes affect the new structures, but, due to the regular weaving of the masonry, diagonal cracking will occur in mortar joints between bricks.

On the other hand, in existing structures only diagonal cracking can develop. In fact, the weaving of masonry for existing buildings is usually not regular and therefore the diagonal cracking involves both mortar joints and bricks. Moreover, there is not a preferential plane in which the cracks can develop.

Di contro, nelle strutture esistenti si sviluppano prevalentemente fessurazioni diagonali. Dato che la tessitura della muratura per edifici esistenti di solito non è regolare, la fessurazione diagonale coinvolge sia giunti di malta che mattoni, poiché non esiste un piano preferenziale in cui il danneggiamento possa svilupparsi.

Pertanto, quando si tratta di edifici in muratura esistenti, la rappresentazione migliore si otterrà mediante lo *Strumas* o il *Concrete Damage Plasticity*.

2. Concrete Damage Plasticity

Il *Concrete Damage Plasticity* è una legge costitutiva in grado di rappresentare il comportamento asimmetrico del calcestruzzo o della muratura, discernendo tra risposta a trazione e a compressione. Contempla la presenza di un ramo *softening* post-picco. Inoltre, con il *Concrete Damage Plasticity* è possibile considerare il progressivo danneggiamento del materiale sotto carico ciclico. È adatto per materiali quasi fragili come calcestruzzo, muratura e terreni molto addensati.

2.1. Possibili applicazioni

Questo legame costitutivo può essere utilizzato per analisi statiche non lineari e analisi dinamiche.

Infatti, può essere utilizzato per studiare il danno progressivo del materiale sotto l'applicazione ciclica del carico. Grazie all'impostazione di un legame de-formazioni plastiche e danno (espresso attraverso una funzione specifica), è possibile eseguire analisi dinamiche non lineari. In questo caso, attraverso la *Time History Analysis*, vengono considerate delle forzanti dipendenti dal tempo.

2.2. Parametri coinvolti nel Concrete Damage Plasticity

Nel seguito verranno descritti nel dettaglio i parametri in gioco nell'implementazione del legame costitutivo *Concrete Damage Plasticity*.

3. Angolo di dilatanza

Questo parametro ha un chiaro significato fisico, poiché controlla la quantità di deformazione volumetrica plastica che si sviluppa durante la deformazione plastica per taglio. I materiali discreti densi tendono ad espandersi volumetricamente quando sottoposti ad azioni taglianti. Infatti, a causa del loro stato compatto, i grani mutuamente incastrati tra loro non hanno la possibilità di scorrere gli uni rispetto agli altri (Fig. 1).

Therefore, when dealing with existing masonry building, *Strumas* or *Concrete Damage Plasticity* should be set for plastic material properties. The following hypothesis is made: failure occurs when principal macroscopic tensile stress exceed a fixed limit, assumed equal to the tensile resistance of masonry.

2. Concrete Damage Plasticity

Concrete Damage Plasticity is a constitutive law able to represent the asymmetrical behaviour of concrete or masonry, by separating its behaviour in tension and compression. Moreover, it allows softening development in post-peak behaviour. In addition, with *Concrete Damage Plasticity* it is also possible to consider the progressive damaging of material under cyclic loading. It is suitable for quasi-brittle material such as concrete, masonry and some kind of soils in very specific conditions.

2.1. Possible Applications

Concrete Damage Plasticity can be used both for non-linear static and dynamic analyses. In fact, it may be used to study the damaging of the material when cyclic loads are considered. By setting a relationship between plastic strains and damage (expressed through a specific function), it is possible to perform non-linear dynamic analysis. In this case, time forcing functions are considered by means of *Time History Analysis*.

2.2. Parameters involved in Concrete Damage Plasticity

In the following, the parameters involved in *Concrete Damage Plasticity* implementation will be described.

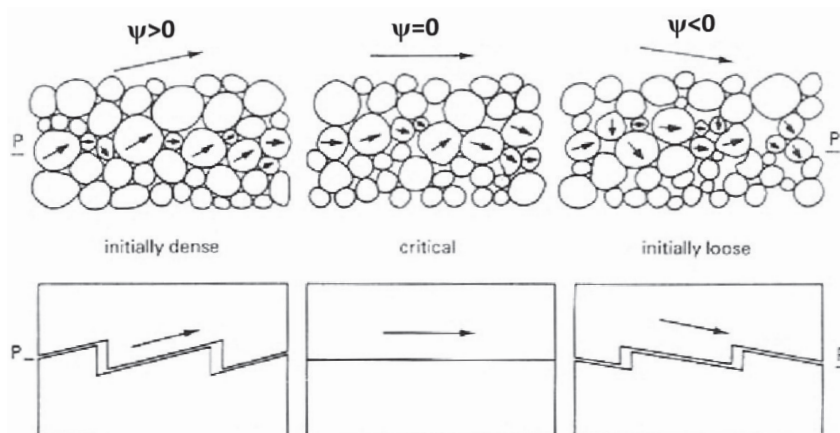


Figura 1 – Rappresentazione fisica dell'angolo di dilatanza ψ .
Figure 1 – Graphical representation of dilation angle ψ .

L'angolo di dilatanza può variare tra zero e l'angolo di attrito del materiale. Un angolo di dilatanza pari a zero ($\psi=0$) significa che il materiale conserva il suo volume quando si verifica una deformazione per taglio. Al contrario, se $\psi=\phi$ il materiale si gonfia della stessa quantità con cui scivola, aumentando non realisticamente il suo volume.

4. Eccentricità

Il parametro Eccentricità definisce quanto la funzione potenziale di flusso G si avvicina all'asintoto (Fig. 2 e Fig. 3). Infatti, il potenziale di flusso G (1) tende ad una linea retta, quando l'eccentricità tende a zero.

La funzione potenziale di flusso serve ad indicare la di-

3. Dilation Angle

The first parameter to be set is the dilation angle. This parameter has a clear physical meaning, since it controls the amount of plastic volumetric strain that develops during the plastic shearing. In fact, compacted dense granular materials tend to expand volumetrically when subjected to shear loading. Due to their compact state, the grains are interlocking and don't have the possibility to move each other relatively.

The dilation angle can vary between zero and the friction angle of the material. A dilation angle equal to zero ($\psi=0$) means that the material preserves its volume when shear deformation arises. On the contrary, if $\psi=\phi$ the material swells the same quantity as it slides, increasing non realistically its volume (see Fig. 1).

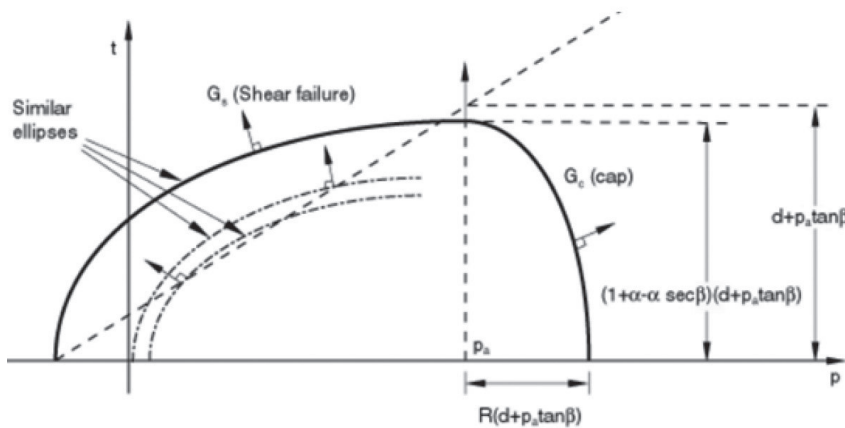


Figura 2 – Rappresentazione grafica del potenziale di flusso G .
Figure 2 – Graphical representation of the flow potential function.

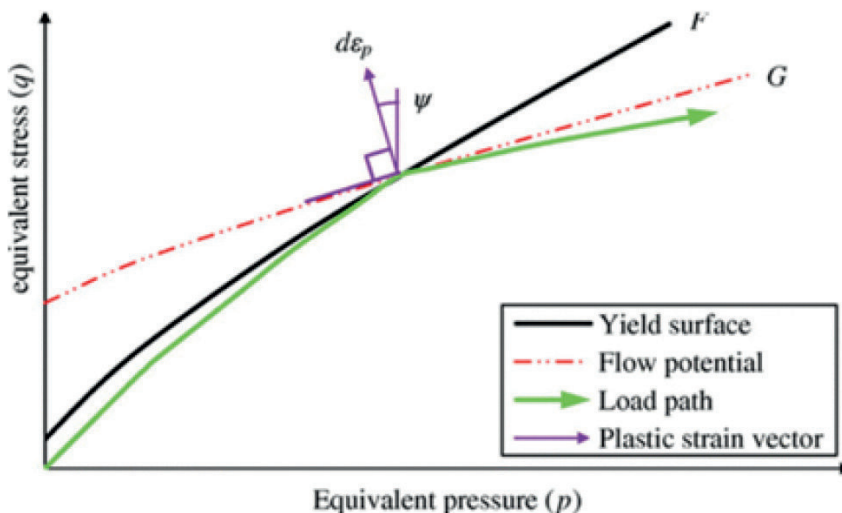


Figura 3 – Dettaglio della relazione tra Potenziale di flusso, Superficie di snervamento, Vettore delle deformazioni plastiche, Angolo di dilatanza e percorso di carico.

Figure 3 – Detail of the relationship between Flow Potential, Yield Area, Plastic Deformation Vector, Expansion Angle and Load Path.

4. Eccentricity

This parameter defines the rate at which the flow potential function approaches the asymptote (see Fig. 2 and Fig. 3). In fact, the flow potential G (1) tends to a straight line as the eccentricity tends to zero. The flow potential ensures that the flow direction is always uniquely defined.

Default flow potential value is 0.1 and implies that the material has almost the same dilation angle over a wide range of confinement pressure stress values. Increasing the value of the eccentricity provides more curvature to the flow potential, implying also that the dilation angle increases more rapidly as the confining pressure decreases. Values of eccentricity that are significantly less than the default value may lead to convergence problem if the material is subjected to low confining pressure [1].

$$G = \sqrt{(\epsilon \sigma_{t0} \tan \psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \tan \psi, \quad (1)$$

5. Ratio f_{b0}/f_{c0}

The third parameter to be set is the ratio between two values f_{b0} and f_{c0} for the material. They are defined as follows:

- f_{b0} : elastic limit in a compressive bi-axial test;
- f_{c0} : elastic limit in a compressive uniaxial test.

Typical values of this ratio for concrete are in the range 1.10 and 1.16 [1].

rezione del vettore delle deformazioni. Essa è costruita nel piano che riporta in ascissa la pressione isotropa e in ordinata lo sforzo deviatorico (p, t), a cui va sovrapposto il piano che vede in ascissa la deformazione volumetrica e in ordinata quella a taglio (ϵ, γ). Il potenziale di flusso assicura che il rapporto tra le deformazioni per taglio e quelle volumetriche sia definito in modo univoco, poiché il vettore delle deformazioni si deve mantenere sempre normale alla funzione.

Nel software utilizzato, il valore del potenziale di flusso predefinito è 0.1, il che implica che il rapporto tra le deformazioni per taglio e quelle volumetriche si mantiene quasi costante su un ampio intervallo di valori di pressione di confinamento.

L'aumento del valore dell'eccentricità fornisce una maggiore curvatura al potenziale di flusso, implicando che il rapporto tra le deformazioni per taglio e quelle volumetriche diminuisce più rapidamente man mano che la pressione di confinamento diminuisce. Per valori di confinamento negativi (trazione) le deformazioni per taglio sono quasi completamente assenti e l'intera deformazione plastica si manifesta in modo volumetrico [1].

$$G = \sqrt{(\epsilon \sigma_{t0} \tan \psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \tan \psi, \quad (1)$$

5. Rapporto f_{b0}/f_{c0}

Il terzo parametro da impostare è il rapporto tra i valori f_{b0} e f_{c0} , definiti rispettivamente:

- f_{b0} : limite elastico in una prova biassiale compressiva;
- f_{c0} : limite elastico in una prova uniassiale compressiva.

Valori tipici di questo rapporto per il calcestruzzo sono compresi tra 1.10 e 1.16 [1].

6. K

Il parametro K influisce sulla forma del limite elastico nel piano deviatorico (Fig. 4).

Questo parametro deve soddisfare la condizione $0.5 < K < 1.0$, con valore predefinito pari a 0.667.

7. Parametro di viscosità

Materiali che presentano un *softening* post-picco spesso portano a problemi di convergenza. Una tecnica comune per superare queste difficoltà è l'utilizzo di una regolarizzazione delle equazioni costitutive, che fa sì che la rigidità tangente del materiale in fase di *softening* diventi positiva per incrementi di tempo sufficientemente piccoli.

Fondamentalmente stiamo ammettendo che i punti, che rappresentano lo stato di sollecitazione del materiale, possono andare oltre il limite elastico, fuori dalla superficie di plastificazione (Fig. 5).

Questo parametro migliora la convergenza in fase di *softening* senza compromettere i risultati, purché l'Utente

6. K

This parameter is the ratio of the second stress invariant on the tensile meridian to that on compressive meridian at initial yield for any given value of the pressure invariant, such that the maximum principal stress is negative.

It must satisfy the condition $0.5 < K < 1.0$ and the default value is 0.666.

Therefore, K affects the shape of the yield surface in the deviatoric plane (see Fig. 4).

7. Viscosity Parameter

Dealing with materials that exhibit softening behaviour and stiffness degradation often lead to convergence problems. A common technique to overcome these problems is using a regularization of the constitutive equations, which causes the consistent tangent stiffness of the softening material to become positive for sufficiently small-time increments.

We are basically admitting that points, which represent the stress state of the material, can go beyond the elastic limit, outside of the plasticization surface (see Fig. 5).

This parameter improves the rate of convergence of the model in the softening regime, without compromising results.

8. Inelastic Strain – Yield Stress

The last parameters to be set regard the stress-strain relations, in tension and in compression, to be assigned to the material.

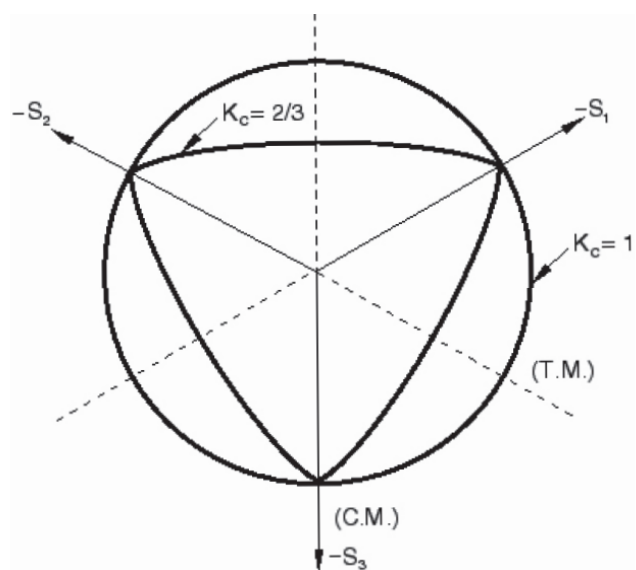


Figura 4 – Superficie di snervamento nel piano deviatorico, corrispondente a diversi valori di K.

Figure 4 – Yield surface in the deviatoric plane, corresponding to different values of K_c .

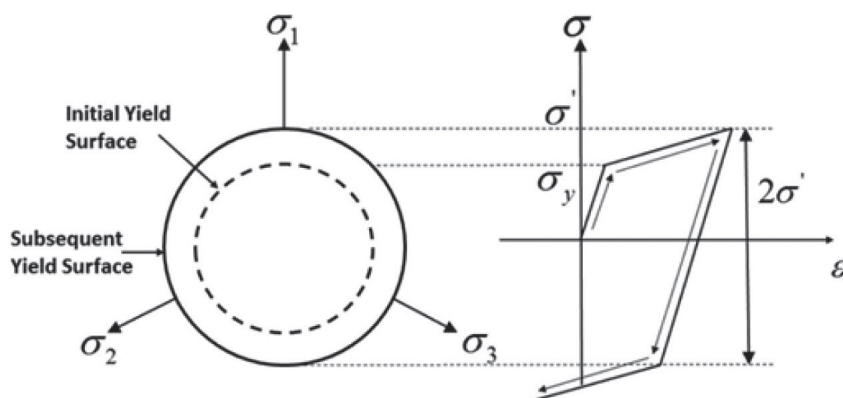


Figura 5 – Rappresentazione grafica dell'evoluzione della superficie di snervamento a causa del parametro di viscosità.

Figure 5 – Graphical representation of the yield surface evolution because of viscosity parameter.

In particular, the constitutive law must be input in terms of inelastic strain and yield stress. Therefore, the elastic branch of the constitutive law is not present, the plastic strains start from zero, but the yield stress will start from a value different from zero.

In this way, it is possible to assign different constitutive laws in tension or in compression, setting an unsymmetrical plastic behaviour (see Fig. 6 and Fig. 7).

Moreover, it can be noted that these constitutive laws exhibit a softening branch that would also lead to possible softening structural behaviour.

9. Damage

It is possible to define the damage function for the material to study the behaviour of structures under cyclic loadings (see Fig. 8).

The damage is assumed to be isotropic and therefore it can be described by means of just one scalar parameter. Two damage variables are defined for the material, one in tension and one in compression. These variables can vary from zero to one (see Fig. 9 and (2)). It is recommended to avoid using values of the damage variables above 0.99, because it corresponds to a 99% reduction of the stiffness.

$$\bar{\sigma}_t = \frac{\sigma_t}{(1-d_t)} = E_0 (\epsilon_t - \bar{\epsilon}_t^{pl})$$

$$\bar{\sigma}_c = \frac{\sigma_c}{(1-d_c)} = E_0 (\epsilon_c - \bar{\epsilon}_c^{pl})$$
(2)

8. Relazione sforzo-deformazione plastica

Gli ultimi parametri da impostare riguardano le relazioni sforzo-deformazione plastica, in tensione (Fig. 6) e in compressione (Fig. 7).

9. Danno

È possibile definire la funzione di danneggiamento del materiale per studiare il comportamento delle strutture sotto carichi ciclici (Fig. 8).

Si presume che il danno sia isotropo e quindi può essere descritto per mezzo di un solo parametro scalare. Per il materiale sono definite due variabili di danno, una in trazione e una in compressione. Queste variabili possono variare da zero a uno. Le variabili di danno abbassano la rigidità del materiale in fase di scarico e ricarico (Fig. 9); inoltre, gli sforzi vengono ricalcolati su un'area ridotta (2).

$$\bar{\sigma}_t = \frac{\sigma_t}{(1-d_t)} = E_0 (\epsilon_t - \bar{\epsilon}_t^{pl})$$
(2)

$$\bar{\sigma}_c = \frac{\sigma_c}{(1-d_c)} = E_0 (\epsilon_c - \bar{\epsilon}_c^{pl})$$

10. Caso di studio

In questa sezione viene riportata la descrizione dell'analisi di un ponte ferroviario esistente. Il lavoro è stato svolto da ITEC Engineering s.r.l..

10. Case Study: Masonry Rail Bridge

In this section the description of the analysis of an exist-

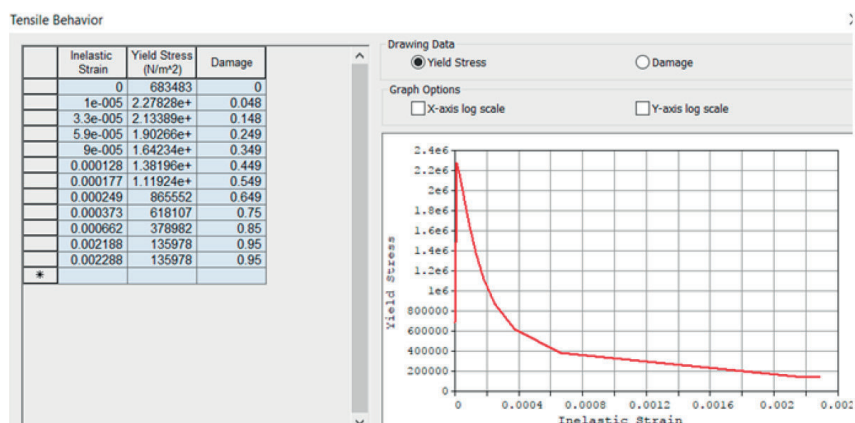


Figura 6 – Esempio di relazione sforzo-def. pl. a trazione.

Figure 6 – Example of a constitutive law in tension.

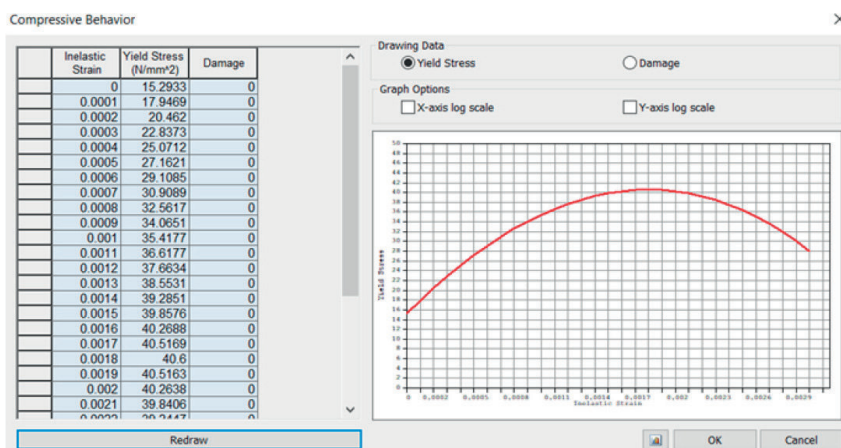


Figura 7 – Esempio di relazione sforzo-def. pl. a compressione.
Figure 7 – Example of a constitutive law in compression.

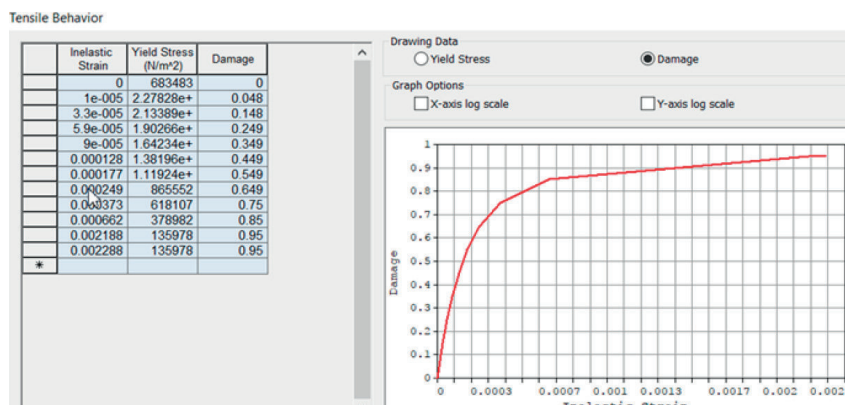


Figura 8 – Esempio di funzione di danno a trazione.
Figure 8 – Example of damage function in tension.

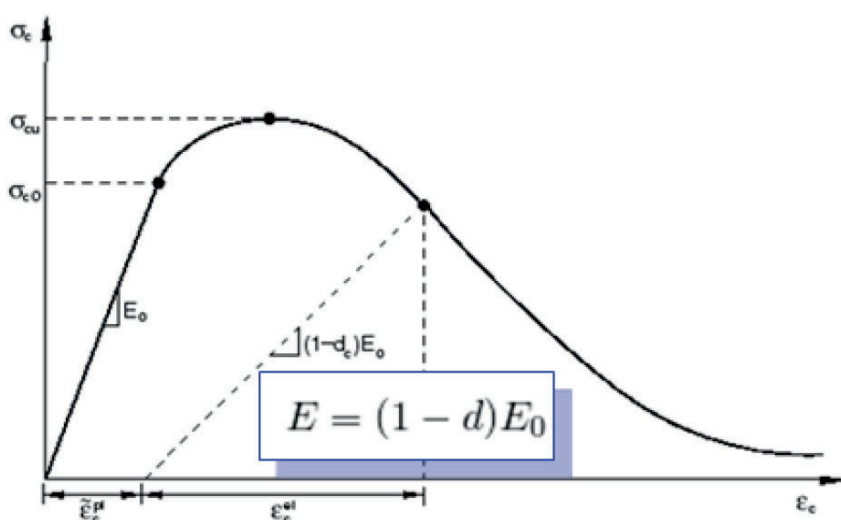


Figura 9 – Rappresentazione grafica del danno in termini decadimento della rigidità.
Figure 9 – Graphical representation of the damage in terms of constitutive law.

ing rail bridge is reported. The work has been taken by ITEC Engineering s.r.l.

10.1. Description of the Bridge

The structural work is composed of a concrete arch bridge positioned in the railway section between Florence and Bologna, in Cantagallo (PO).

The bridge is 105 m long and consists of three oblique segmental concrete arches spans, together with masonry abutments and piers (see Fig. 10).

This structural work allows the two-way railway line Florence-Bologna to cross Bisenzio river.

The structure has been analysed to evaluate the seismic vulnerability in relation to the improvement project that has been requested, due to the high importance of the structure itself.

10.2. Description of the numerical Model

The numerical model of the bridge is composed of thirty thousand solid tridimensional elements created by extrusion of the section of the bridge. As it can be seen in Fig. 11 each colour corresponds to a different material.

Plastic properties have been assigned to just some materials: arches; abutments; piers. The other materials remained elastic during the analysis: Lateral sides; Upper side; Reinforced concrete coat of the piers; Soil filling.

10.3. Eigenvalue Analysis

The first analysis that has been carried out is eigenvalue analysis. In fact, eigenvalue analysis is essential to perform diagnostics of the model. The results of this type of analysis are useful to verify the possible presence of errors and to check the correctness of elastic moduli, boundary conditions and so forth.

The principal mode shapes in longitudinal and transversal direction were inspected. The vibration frequencies, modal participation masses and mode representation are reported in the following.

10.1. Descrizione della struttura

L'opera è costituita da un ponte ad arco in calcestruzzo collocato nella tratta ferroviaria Firenze-Bologna, nel comune di Cantagallo (PO) (Fig. 10).

Il ponte è lungo circa 105 m ed è costituito da tre campate ad arco obliquo a sesto ribassato in calcestruzzo, mentre le pile e le spalle sono ambedue in muratura. Il manufatto consente l'attraversamento della linea ferroviaria Firenze-Bologna a doppio binario, del fiume Bisenzio.

L'analisi dell'opera è stata fatta per valutare la vulnerabilità sismica in relazione al progetto di miglioramento richiesto data l'importanza strategica dell'opera.

10.2. Descrizione del modello numerico

Il modello numerico del ponte è composto da trentamila elementi tridimensionali solidi creati dall'estrusione di una sezione longitudinale. In Fig. 11 è riportata un'immagine del modello con colorazione per materiale.

Le proprietà plastiche sono state assegnate solo alle seguenti parti: archi, spalle, pile (Fig. 12). Le altre parti sono rimaste elastiche (Fig. 13).

10.3. Analisi modale

Un'analisi critica degli autovalori e delle forme modali è essenziale per eseguire un esame diagnostico della bontà del modello. I risultati di questo tipo di analisi sono utili per verificare l'eventuale presenza di errori e per verificare la correttezza delle rigidità utilizzate, delle condizioni al contorno, ecc....

Sono state studiati i modi principali in direzione longitudinale e trasversale. Le frequenze di vibrazione, le masse di partecipazione modale e la rappresentazione modale sono riportate in Tab. 2 e in Fig. 14 e Fig. 15.

10.4. Impostazione del Concrete Damage Plasticity

Dopo la completa accettazione dei risultati dell'analisi modale, sono stati



Figura 10 – Foto della struttura in esame.
Figure 10 – Picture of the existing bridge.

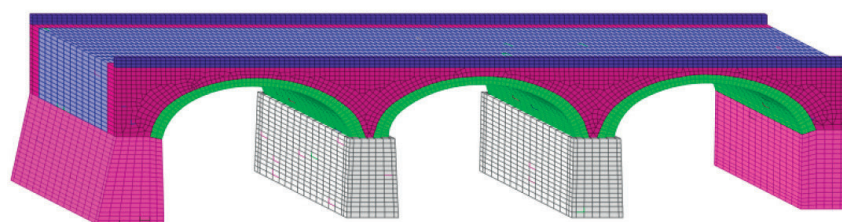


Figura 11 – Colorazione per tipologia di materiale del modello numerico.
Figure 11 – Numerical model.

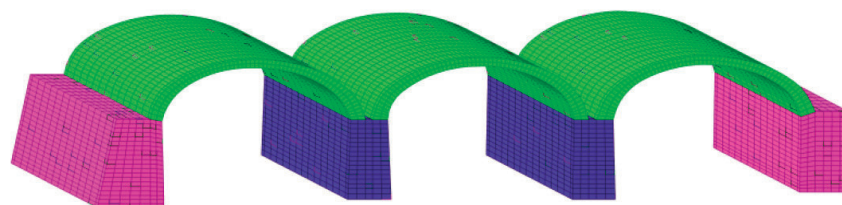


Figura 12 – Parti con legge costitutiva elasto-plastica.
Figure 12 – Plastic materials.

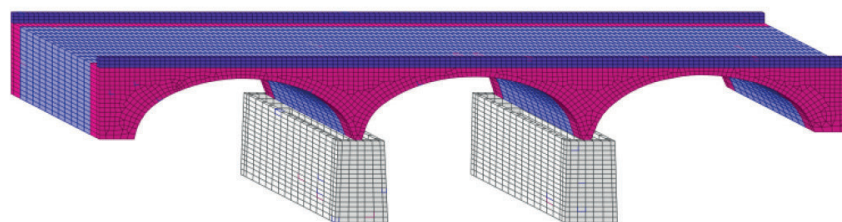


Figura 13 – Parti con legge costitutiva elastica.
Figure 13 – Elastic materials.

Tabella 2 – Table 2 **10.4. Concrete Damage Plasticity setting**

Risultati dell'analisi modale
Results of Eigenvalue Analysis

| Direzione <i>Direction</i> | Periodo T <i>Period T</i> | Massa partecipante <i>Participant mass</i> |
|--------------------------------------|------------------------------|---|
| Longitudinale <i>Longitudinal</i> | 0,21 s | 53.0% |
| Trasversale <i>Transversal</i> | 0.24 s | 41.6% |

impostati i parametri della legge costitutiva elasto-plastica utilizzata (Fig. 16, Fig. 17 e Fig. 18).

Per evitare problemi di convergenza, le suddette relazioni non simulano un esaurimento totale di resistenza, bensì, mantengono una resistenza residua fino ad altissime deformazioni.

A causa della presenza del *softening*, è stato utilizzato l'algoritmo dell'*Arc Length* [2], per ottenere la convergenza del solutore. Fig. 19 mostra le impostazioni utilizzate per queste analisi.

10.5. Caricamento verticale

Il caricamento verticale Quasi Permanente che accompagna le analisi di *pushover* è una combinazione dei seguenti casi di carico: peso proprio, ballast, pressione delle terre sulle spalle, carico simmetrico da treno (Fig. 20).

10.6. Pushover proporzionale alle forme modali

Questa distribuzione è stata ottenuta da un'analisi sismica dinamica in spettro di risposta, considerando tutti quei modi che movimentassero complessivamente l'85% della massa totale. I modi sono stati combinati mediante la forma quadratica CQC.

In Fig. 21 è riportato lo spettro di risposta SLV per la località di Cantagallo.

Infine, le forze inerziali risultanti da un'analisi dinamica lineare sono state convertite in forze nodali esterne applicate alla struttura. Pertanto, in questo modo, l'output è diventato un input e l'analisi dinamica originale è stata trasformata in un'analisi statica equivalente.

Naturalmente, oltre a questa distribuzione, è stata applicata anche la

After the preliminary analysis, plastic material's parameters to be assigned to each material have been set (see for example for the arches Fig. 16, Fig. 17, Fig. 18).

Complete constitutive laws for the material were initially obtained. Then, the elastic branch of the relation was identified and the deformation corresponding to the elastic limit observed. Finally, the complete constitutive law was translated towards the origin of the axes so to represent just the stress-plastic strain relationship.

In the final part of the stress-plastic strain relationship, a residual stress has been assigned for convergence reasons.

Due to the presence of the post-peak softening, the Arc Length algorithm [2] has been used, in order to get the convergence of the solver. Fig. 19 shows the settings of the method used for these analyses.

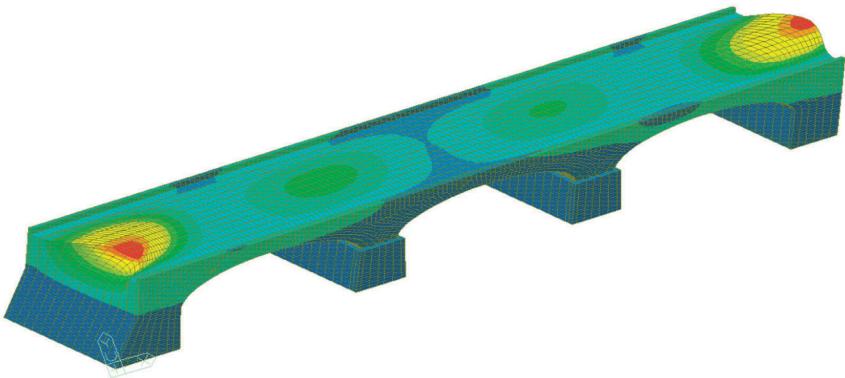


Figura 14 – Modo principale in direzione longitudinale.
Figure 14 – Principal mode shape in longitudinal direction.

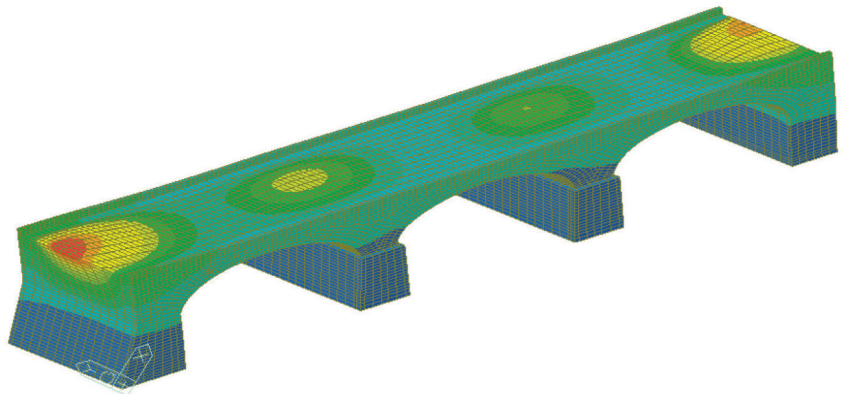


Figura 15 – Modo principale in direzione trasversale.
Figure 15 – Principal mode shape in transversal direction.

Add/Modify Plastic Material

Name

Model
Concrete-Damage

Plasticity Data

Dilation Angle
 [deg]

Eccentricity

f_{bo}/f_{co}

K

Viscosity Parameter

Compressive Behavior
Strain-Yield Stress...

Tensile Behavior
Strain-Yield Stress...

OK Cancel Apply

Figura 16 – Parametri per il Concrete Damage Plasticity.
Figure 16 – Plastic material parameters for the arches.

10.5. ULS Loading

After the setting of plastic materials, vertical loading analysis has been performed.

An Ultimate Limit State combination has been used to study the behaviour of the structure under vertical loading (see Fig. 20). The following load cases were considered: Self-Weight. Ballast. Static earth pressure. Symmetrical train loading.

The combination coefficients were 1.35 for permanent loads (self-weight, static earth pressure and ballast), 1.45 for variable traffic loads.

10.6. Pushover load case proportional to mode shape

This is the first pushover load case that has been performed. It is proportional to mode shapes analyzed with the eigenvalue analysis, as specified in the Italian Building Code. This loading distribution can be derived from an eigenvalue analysis with response spectrum function (see Fig. 21). All the

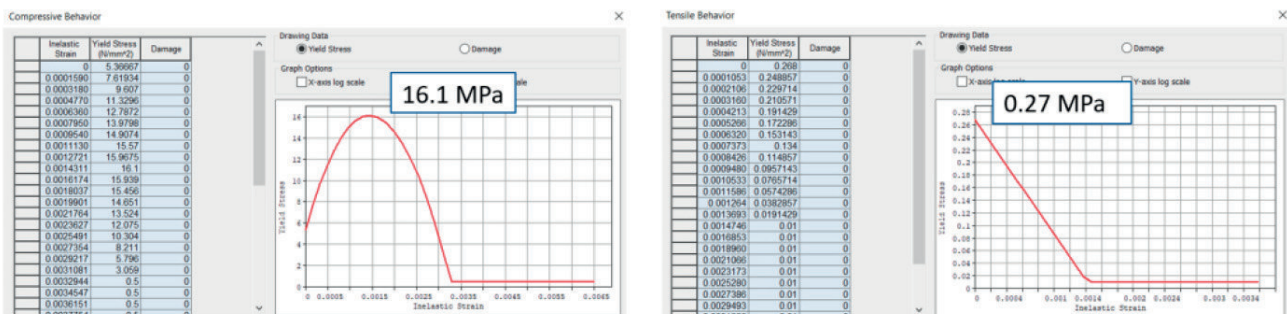


Figura 17 – Relazione sforzo-deformazione plastica rispettivamente a compressione e a trazione per gli archi.
Figure 17 – Compressive plastic constitutive law for the arches.

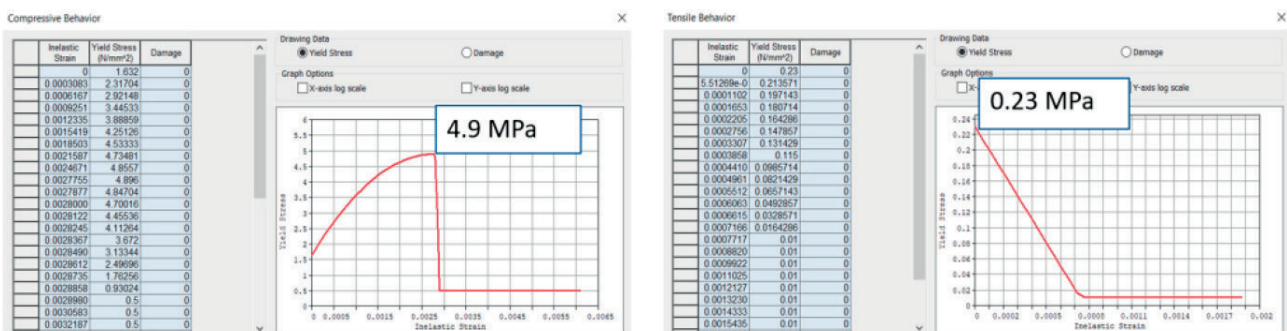


Figura 18 – Relazione sforzo-deformazione plastica rispettivamente a compressione e a trazione per pile e spalle.
Figure 18 – Tensile constitutive law of the arches.

Nonlinear Analysis Control

Nonlinear Type

☐ Geometry Nonlinear ☒ Material Nonlinear

Iteration Method

☐ Newton-Raphson ☒ Arc-Length ☐ Displacement-Control

Number of Increment Steps : 500

Maximum Number of Iterations/Increment Step : 30

Initial Force Ratio for Unit Arc-Length (%) : 1

Maximum Displacement Boundary : 100 mm

Convergence Criteria

☐ Energy Norm : 0.001

☒ Displacement Norm : 0.001

☒ Force Norm : 0.001

Figura 19 – Parametri per l’Arc Length.
Figure 19 – Arc Length settings.

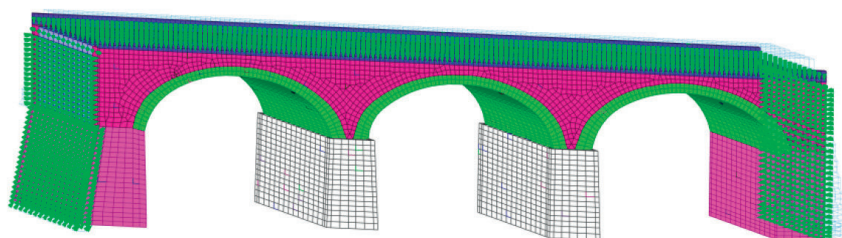


Figura 20 – Rappresentazione del caricamento Quasi Permanente.
Figure 20 – Representation of the Ultimate Limit State combination.

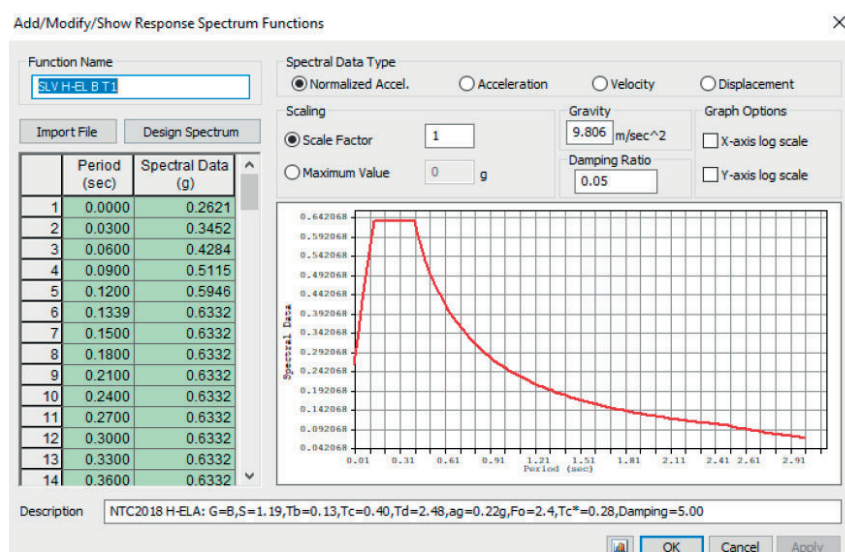


Figura 21 – Funzione spettro di risposta in località Cantagallo.
Figure 21 – Response Spectrum function.

modes, such that the total modal participation mass reach at least the 85% of the total, were considered and combined. The combination has been performed with the Complete Quadratic Combination.

Finally, thanks to the useful command “Nodal Results of RS”, it has been possible to convert inertia forces resulting from a linear dynamic analysis into external nodal forces applied to the structure. Therefore, in this way, the output has become an input and the original dynamic analysis was turned into an equivalent static analysis.

Of course, in addition to this distribution, also the vertical quasi-permanent load combination was applied.

In the following the results for the pushover load case proportional to mode shapes in transverse direction are presented. Principal tensile stresses near collapse are reported in Fig.22. The lower bound in the legend has been set equal to zero, so to visualize just the element in which tensile stresses are present.

After the analysis, the capacity curve in transverse direction of the structure has been derived. First, the control node was selected, according to the first mode shape (see Fig. 23).

Then its displacement was monitored during all the steps of the analysis. In Fig. 24 the control node displacement is plotted together with the load factor. The load factor represents the percentage of the total loading applied.

For this pushover loading it is possible to notice some local snap-through phenomena. Thanks to the possibility to represent softening branch with Concrete Damage Plasticity it was possible to capture this phenomenon, even if globally there was no softening behavior.

10.7. Pushover load case proportional to mode shape

The second pushover load case presented is proportional to masses, according to Italian Building Code.

In this case, its implementation in the software was easier. In fact, the

combinazione di carico verticale quasi permanente.

Vengono di seguito riportati (Fig. 22) gli sforzi principali di trazione. Il limite inferiore nella legenda è stato impostato uguale a zero, in modo da visualizzare solo gli elementi in cui sono effettivamente presenti sollecitazioni di trazione.

Dopo l'analisi, è stata derivata la curva di capacità in direzione trasversale della struttura. Innanzitutto, è stato selezionato il nodo di controllo, in base al primo modo (Fig. 23). In Fig. 24 lo spostamento del nodo di controllo viene tracciato insieme al fattore di carico. Il fattore di carico rappresenta la percentuale del carico totale applicato.

Per questo caricamento *pushover* è possibile notare alcuni fenomeni locali di *snap-through*. Grazie alla possibilità di rappresentare il ramo *softening* con *Concrete Damage Plasticity* è stato possibile catturare questo fenomeno, anche se globalmente non c'è stato alcun comportamento simile, grazie alla struttura molto massiva.

10.7. Pushover proporzionale alle masse

Il secondo caso di carico di *pusho-*

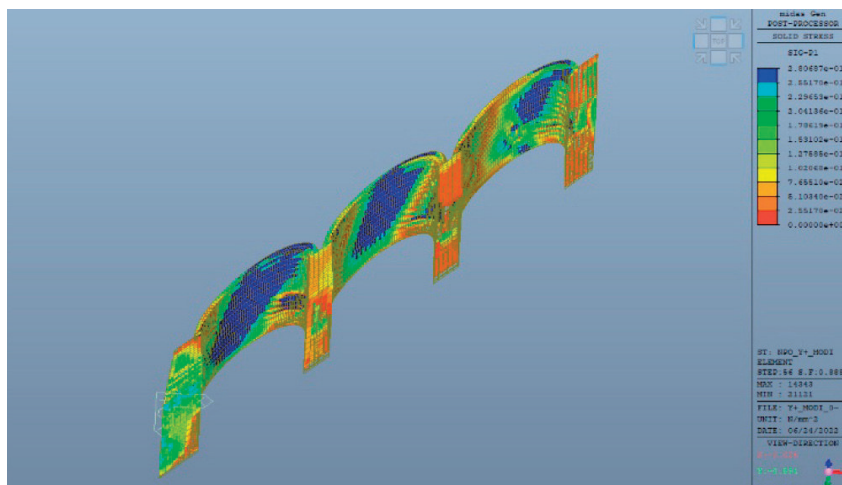


Figura 22 – Sforzi principali di trazione per il caricamento di *pushover* proporzionale ai modi in direzione trasversale.

Figure 22 – Displacement contour at collapse for the Pushover loading proportional to mode shapes in transverse direction (top view).

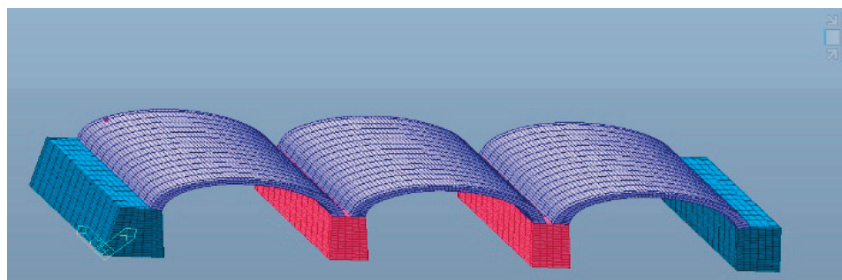


Figura 23 – Nodo di controllo scelto.

Figure 23 – Control node chosen for the bridge.

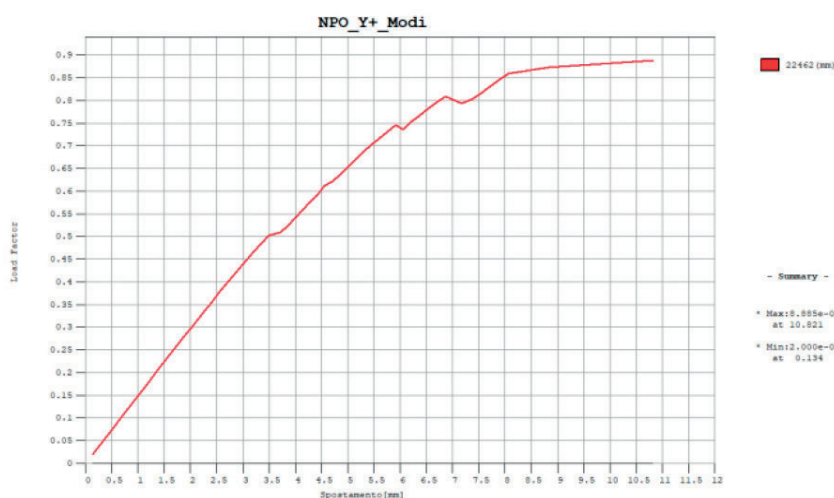


Figura 24 – Curva di capacità per il caricamento di *pushover* proporzionale ai modi in direzione trasversale.

Figure 24 – Principal tensile stress contour at collapse for the Pushover loading proportional to mode shapes in transverse direction (bottom view).

used software offers a specific command called “Nodal Body Force”, useful to apply loads according to the mass distribution in each node.

In this case, the quasi-permanent load combination was also applied.

In the following the results for the pushover load case proportional to masses in transverse direction is presented.

Like in the previous section, displacement contour results near collapse are first reported (see Fig. 25)

Once again, also principal tensile stresses near collapse (see Fig. 27) are reported. The lower bound in the legend has been set again equal to zero.

After the analysis, the capacity curve in transverse direction of the

ver presentato è quello proporzionale alle masse.

La sua implementazione è stata possibile trasformando in carichi nodali le masse presenti in ogni singolo nodo.

Anche in questo caso, è stata applicata la combinazione di carico quasi permanente.

Di seguito vengono presentati i risultati per il caso di carico di *pushover* proporzionale alle masse in direzione trasversale.

Ancora una volta, vengono riportati gli sforzi principali di trazione in Fig. 25. Il limite inferiore nella legenda è stato nuovamente impostato uguale a zero.

Dopo l'analisi, è stata derivata la curva di capacità in direzione trasversale della struttura. È stato ispezionato lo stesso nodo di controllo del caso di carico precedente. Il suo spostamento è stato monitorato durante tutte le fasi dell'analisi. Nella Fig. 26 lo spostamento del nodo di controllo viene tracciato insieme al fattore di carico. Lo spostamento al collasso di tale nodo è rappresentato in Fig. 27. Anche per questo caricamento di *pushover* non è stata colta alcuna risposta di tipo *softening*, ma si può osservare un flusso plastico, ad incremento nullo di sollecitazione.

11. Conclusioni

Dopo un excursus sui legami costitutivi tipicamente presenti in un software commerciale, che meglio possono rappresentare il materiale muratura, è stata approfondita la legge costitutiva *Concrete Damage Plasticity*. Nata per rappresentare la risposta di materiali lapidei, gli Autori hanno dimostrato come possa essere adeguatamente attribuita alla muratura esistente, senza perdere in accuratezza della soluzione. Il *CDP*, infatti, è in grado di cogliere molto bene le modalità di rottura di un elemento murario a tessitura disordinata, poiché in questo caso la fessurazione diagonale, regolata dalla resistenza a trazione del materiale, si configura come il meccanismo principale di danno. I criteri di rottura che accompagnano le leggi sforzo-deformazione nel *CDP* si basano proprio sulla resistenza a trazione (e a compressione) del materiale.

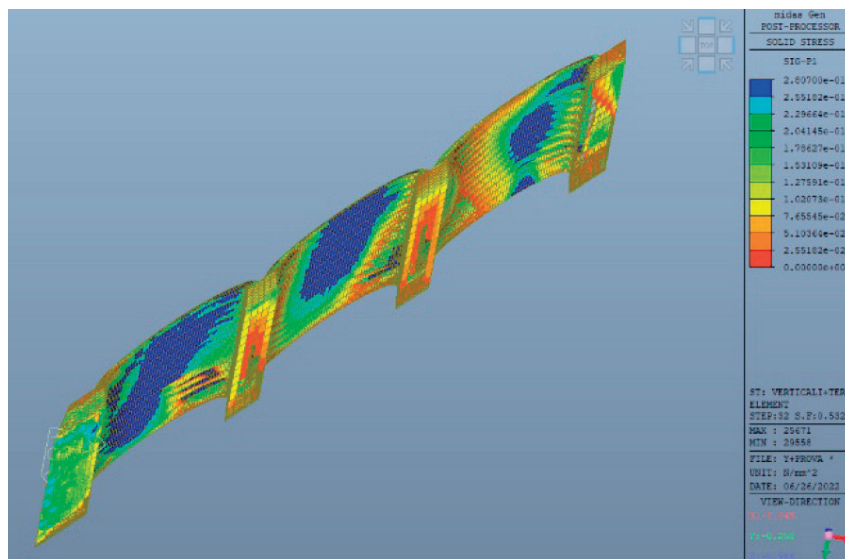


Figura 25 – Sforzi principali di trazione per il caricamento di *pushover* proporzionale alle masse in direzione trasversale.
Figure 25 – Control node chosen for the bridge.

structure has been derived. The same control node of the previous load case has been inspected (see Fig. 23). Its displacement was monitored during all the steps of the analysis. In 26 displacement of control node is plotted together with the load factor.

For this *pushover* loading no *softening* behavior has been captured.

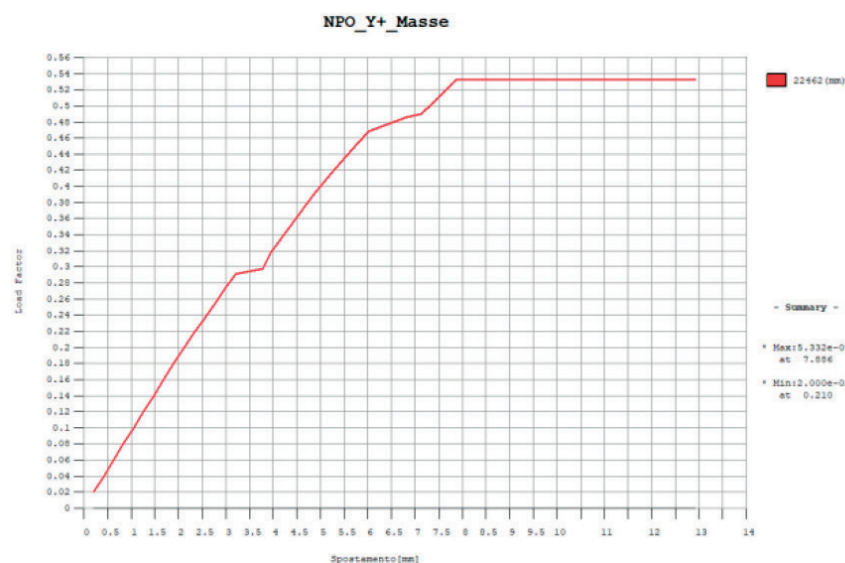


Figura 26 – Curva di capacità per il caricamento di *pushover* proporzionale alle masse in direzione trasversale.
Figure 26 – Capacity curve for loading proportional to mode shapes in transverse dir.

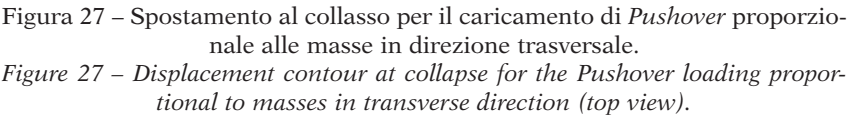


Figura 27 – Spostamento al collasso per il caricamento di *Pushover* proporzionale alle masse in direzione trasversale.
Figure 27 – Displacement contour at collapse for the Pushover loading proportional to masses in transverse direction (top view).

Un accenno è stato fatto al metodo dell’Arc Length per la risoluzione del sistema numerico fortemente non lineare, a causa della presenza di un ramo di *softening* nelle leggi sforzo-deformazione anelastica attribuite ad alcune parti del ponte.

Ringraziamo ITEC engineering S.r.l. per averci gentilmente fornito il materiale necessario per eseguire le analisi presentate in questo articolo.

After an overview of the constitutive relationships typically present in commercial software, which can better represent masonry material, the Concrete Damage Plasticity (CDP) constitutive law was explored.

Finally, a case history was presented concerning a historic bridge in northern Italy. Some results were shown, which were part of a wider analysis campaign aimed at evaluating the seismic risk index.

A reference was made to the Arc Length method for solving the highly nonlinear numerical system due to the presence of a softening branch in the anelastic stress-strain laws attributed to some parts of the bridge.

We would like to thank ITEC engineering S.r.l. for kindly providing us the material necessary to perform the analyses presented in this paper.

We want to thank Ing. VALLARINO, C.E.O. of the company, and Ing. ANTONELLI, Ing. BENEDETTI, Ing. PUCA and Ing. SGUAZZINO.

- [1] J. LUBLINER (1989), “Un modello di danno plastico per calcestruzzo”. Int. J. Solids Structures, 299-326.
- [2] A. ZIRPOLI (2021), “Il metodo dell’Arc Length per analisi FEM in presenza di non linearità di materiale”. Ingenio.
- [3] *Abaqus/CAE User’s Manual*.
- [4] *Midas Gen User’s Manual*.