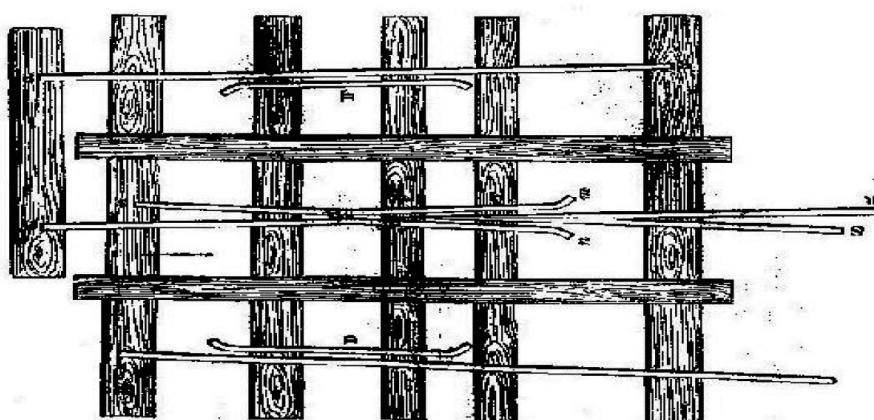




Controrotaia degli scambi ferroviari

Check rail of turnouts

Francesco NATONI (*)



Sommario - Le controrotaie degli scambi ferroviari sono preposte a tutelare l'integrità della punta del cuore. La relativa azione sugli assi in transito – di cui viene analizzata la frequenza di accadimento – implica sforzi mutui tra sala e controrotaia medesima. Mediante l'impiego dei criteri di calcolo di base della meccanica delle vibrazioni, si esplorano i livelli di sforzo dinamico cui esse sono soggette in rapporto ad assegnati parametri delle grandezze in gioco.

1. Premessa

La presenza sui binari di corsa degli scambi (detti anche deviatoi) è necessaria per garantire incroci, precedenze e diramazioni: in rapporto alla numerosità di tali apparecchi si avrà maggior o minore elasticità di esercizio.

La peculiarità dello scambio, nei confronti del binario corrente, è insita nelle sue funzioni: spostare gli assi da un binario ad un altro e permettere ai bordini di attraversare le rotaie interferenti.

La prima funzione, esplicata dal telaio degli aghi, com-

Summary - The check rails of rail turnouts are responsible for protecting the integrity of the crossing nose. The relative action on the axes in transit – whose frequency of occurrence is analysed – implies mutual efforts between the wheel set and the check rail itself. By using the basic calculation criteria of vibration mechanics, the dynamic stress levels to which they are subject in relation to assigned parameters of the quantities at stake are explored.

1. Overview

The presence of the switches on the track lines (also called turnouts) is necessary to ensure intersections, right of ways and branch lines: in relation to the number of such devices there will be greater or lesser operating elasticity.

The peculiarity of the turnout, compared to the current track, is inherent in its functions: to move the axes from one track to another and allow the flanges to cross the interfering rails.

The first function, performed by the switch panel, involves the adoption of movable parts that can assume the positions consistent with the intended routing. Over time,

(*) Dirigente FS a.r.

(*) FSI Group retired executive.

porta l'adozione di organi spostabili che possano assumere le posizioni coerenti con l'istradamento previsto. La concezione originaria non ha subito, nel tempo, modifiche di principio significative, mentre sono stati implementati successivi miglioramenti sotto molteplici aspetti: di geometria del tracciato, di qualità dei materiali costituenti, della loro lavorazione, ecc.

Pertanto, i telai degli aghi degli scambi attuali consentono velocità di transito sul corretto tracciato anche superiori ai 350 km/h senza particolari soggezioni se non quelle – ovvie – di accurati controlli ed adeguata manutenzione.

La seconda funzione, che avviene nel cuore, implica l'interruzione delle rotaie, con la conseguente realizzazione di una soluzione di continuità del piano di rotolamento della ruota e della linea direttrice del bordino.

L'intervallo del piano di rotolamento – almeno per angoli di deviazione tipici degli scambi – non comporta che la ruota sia priva di appoggio verticale (per la maggiore larghezza della tavola di rotolamento rispetto all'ampiezza della lacuna prodotta dall'interruzione delle rotaie): quindi, gli effetti perturbatori generati dal transito sul cuore sono di natura dinamica dovuti sia alla brusca variazione trasversale del circolo di appoggio della ruota sia alla maggiore rigidezza verticale della cassa del cuore.

Alquanto più complessi, e delicati, sono gli effetti dell'interruzione delle linee direttive.

Infatti, mentre la lacuna del piano di rotolamento cresce con l'angolo di deviazione dello scambio (con il seno di tale angolo), la lunghezza dell'interruzione delle direttive di guida (c.d. spazio nocivo) è inversamente proporzionale alla tangente dell'angolo medesimo: non appena lo spazio nocivo è maggiore della corda sottesa, sul bordino alla quota della linea direttrice, si ha assenza della funzione di guida.

Ciò può comportare che il bordino stesso vada ad interferire con la punta del cuore provocandone deformazioni e rotture.

Allo scopo di evitare tale accadimento – insieme alla particolare lavorazione sia della punta (rastremazione ed abbassamento della sua estremità), sia della cassa del cuore (sopraelevazione della fila di rotolamento) – si impiega la controrotaia (Fig. 1).

Infatti, in corrispondenza dello spazio nocivo si colloca, in adiacenza alle rotaie opposte al cuore (c.d. unite alla controrotaia) una barra di adeguata conformazione (appunto la controrotaia) e di congrua lunghezza che, se necessario, trattenga il bordino così da impedire (essendo le due ruote perfettamente solidali sull'assile) che l'altra ruota impegni la punta (Fig. 2).

Così come per gli aghi, anche per il cuore sono intervenuti ragguardevoli miglioramenti (cuore di acciaio fuso

the original concept has not undergone significant changes in principle, while subsequent improvements have been implemented in many aspects: geometry of the layout, quality of the constituent materials, their processing, etc.

Therefore, the switch panels of the current turnouts allow transit speeds on the correct track even above 350 km/h without specific subjections if not obvious ones related to accurate checks and adequate maintenance.

The second function, which takes place in the frog, involves the interruption of the rails, with the consequent realisation of a seamless solution of the wheel running surface and the flange guideline.

The interval of the running surface – at least for deviation angles typical of the turnouts – does not mean that the wheel is without vertical support (due to the greater width of the running table compared to the width of the gap produced by the interruption of the rails): therefore, the disturbing effects generated by the transit on the frog are dynamic due both to the abrupt transverse variation of the wheel support circle and to the greater vertical rigidity of the frog body.

The effects of the interruption of the straight rails are more complex and delicate.

In fact, while the gap of the running surface increases with the angle of deviation of the switch (with the sine of this angle), the length of the interruption of the straight rails (so-called gap) is inversely proportional to the tangent of the angle itself: as soon as the gap is greater than the subtended chord, there is an absence of the guiding function on the flange at the height of the guiding line.

This can result in the flange itself interfering with the frog point causing its deformation and breakage.

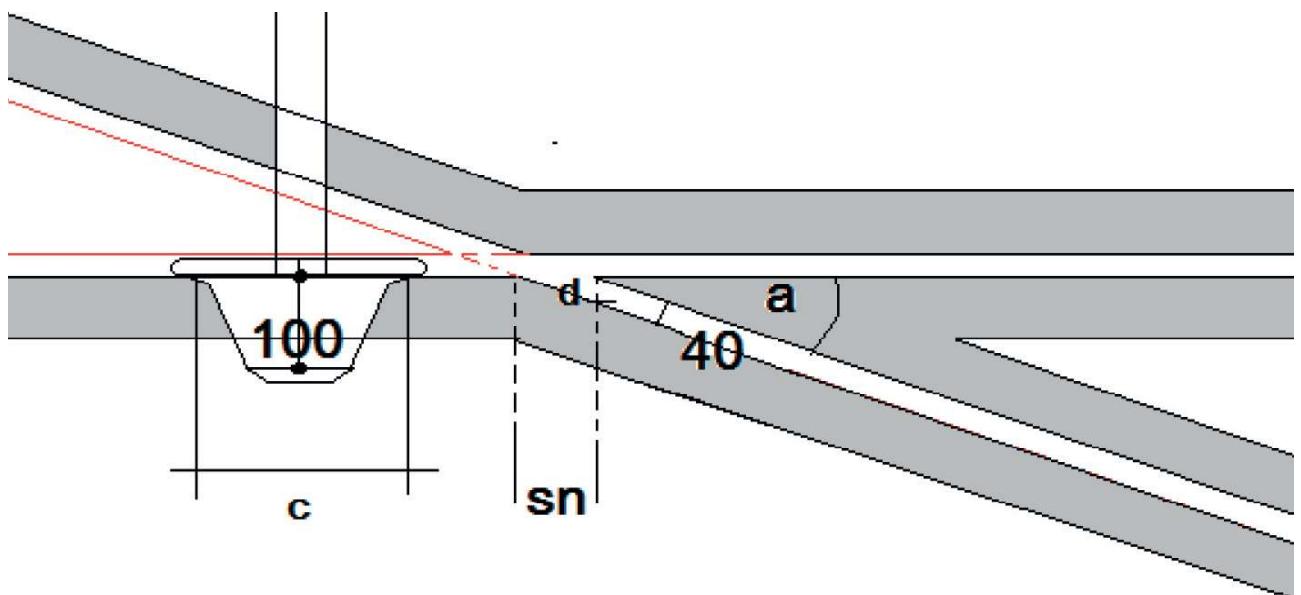
The check rail is used in order to avoid this occurrence – together with the special processing of both the point (tapering and lowering of its end) and the frog body (raising of the rolling row), see Fig. 1.

In fact, in correspondence of the gap, adjacent to the rails opposite the frog (so-called closure rails) there is an adequate conformation bar (precisely the check rail) and of adequate length that, if necessary, retains the flange so as to prevent that the other wheel engages the point (being the two wheels perfectly integral on the axle), see Fig. 2.

As for the switches, there have also been significant improvements for the frog (steel frog molten to Mn, weldable expansions, etc.) that have also affected the check rails.

From those consisting of sections of rail, connected to the straight stock rail by blocks, of the FS 46 switches (Fig. 3 and Fig. 4) to 33C1 type ones (formerly UIC 33) which consist of C bars anchored to the sleepers with shoulder brackets (Fig. 5).

As can be inferred from Fig. 6, the 33C1 check rail has the advantage of greater maintainability (by shimming the bar support, consumption is recovered), of avoiding the perforations of the unit (due to the lack of straight stock rail blocks), of not modifying the rail connection. Moreover,



$$d = 40 / \cos a$$

$$sn = 40 / \sin a$$

Figura 1 – Interruzioni al cuore. 40 mm è l'apertura della gola.
Figure 1 – Frog disruptions. 40 mm is the groove opening.

al Mn, espansioni saldabili, ecc.) che hanno riguardato anche le controrotaie.

Da quelle costituite da spezzoni di rotaia, collegate alla unità da blocchi, scambi FS 46 (Fig. 3) e 60 U (Fig. 3 e Fig. 4) che consistono in barre a C ancorate ai traversoni con mensole di spalleggiamento (Fig. 5).

Come si deduce dalla Fig. 6, la controrotaia 33C1 comporta il vantaggio della maggiore manutenibilità (spessorando il supporto della barra si riguadagnano i consumi), di evitare le forature della unità (per la mancanza dei blocchi di unione), di non modificare l'attacco della rotaia. Peraltra, poiché la guancia di sostegno e l'unità sono fissate sulla medesima piastra resta garantita l'invarianza della larghezza della gola¹.

L'azione di richiamo esercitata dalla controrotaia è una perturbazione che implica interessanti fenomeni dinamici sulla sala, sul carrello e sull'intero veicolo oltre che, evidentemente, sollecitazioni

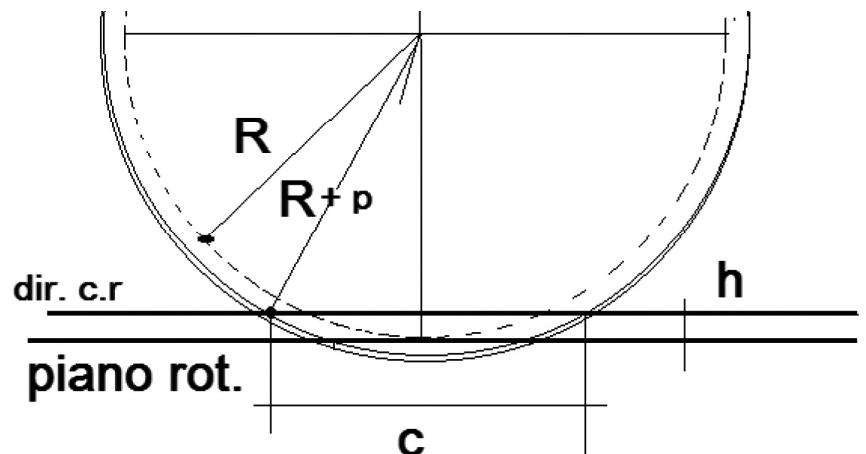


Figura 2 – Spalleggiamento della ruota. La corda $c = \sqrt{8(h+p)(R+p)}$. Con h = quota direttrice della controrotaia, p = profondità del bordino, R = raggio della ruota al cerchio di rotolamento.

Figure 2 – Wheel support. Chord $c = \sqrt{8(h+p)(R+p)}$. With h = directing height of the check rail, p = flange depth, R = wheel radius at the running tread.

since the check rail support and the straight stock rail are fixed on the same plate, the invariance of the groove width remains guaranteed¹.

¹ In particolari casi, la controrotaia è fissata al traversone da una piastra separata da quella della unità; tale soluzione è adottata anche da Reti estere.

¹ In particular cases, the check rail is fixed to the sleeper by a plate separate from that of the unit; this solution is also adopted by foreign Networks.

sulla controrotaia stessa e sui suoi supporti.

Nel seguito, si analizzeranno, in termini assai generali per i motivi che saranno esposti, la ricorrenza e l'entità delle interazioni bordino/controrotaia.

2. Aspetto geometrico

Per valutare se, e con quale frequenza, la controrotaia diventa attiva (ossia, se effettivamente opera lo spostamento trasversale della sala) si devono esaminare i rapporti geometrici che intercorrono tra le dimensioni della sala, il suo assetto nel binario e la posizione della controrotaia.

Allo scopo di non complicare eccessivamente i calcoli, ferma restando una sostanziale coerenza con i valori di norma, si assumono i seguenti valori convenzionale e ricorrenti.

Le grandezze caratteristiche di interesse della controrotaia sono le distanze unità / controrotaia (misurate a 14 mm sotto il piano di rotolamento):

- nel tratto parallelo alla unità 40 mm;
- nella sezione d'inizio inclinazione 58 mm;
- alla apertura iniziale 63 mm.

Scartamento del binario 1435 mm.

Le tolleranze su queste grandezze sono relativamente piccole e sono condizionate dal rispetto della quota di protezione della punta (distanza che intercorre tra la controrotaia e la punta del cuore = $1395 \pm 0,5$ mm): nel seguito si utilizzeranno i valori nominali.

È interessante notare che per le provenienze di calcio (ossia da sinistra della Fig. 7) la sala è guidata da una doppia gola: quella della unità/controrotaia e quella della piegata/cassa della punta: stante una discreta simmetria delle due gole, le considerazioni fatte per la controrotaia potrebbero essere replicate per la piegata.

Le dimensioni caratteristiche della sala (che ripercorrono, pressoché



Figura 3 – Cuore di rotaie e controrotaia di uno scambio FS 46 U.
Figure 3 – Rail frog and check rail of an FS 46 U turnout.



Figura 4 – Cuore monoblocco 60 U e controrotaia tipo Cr.
Figure 4 – 60 U monoblock frog and Cr type check rail.



Figura 5 – Controrotaie tipo 33C1.
Figure 5 – Type 33C1 check rails.

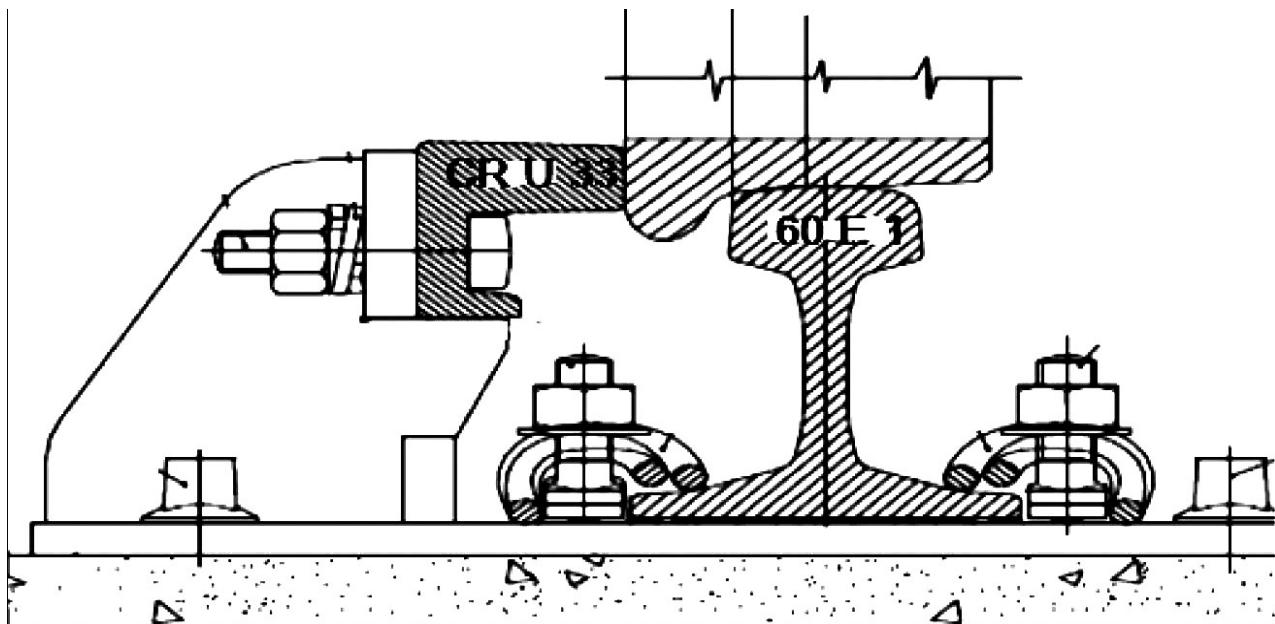


Figura 6 – Sezione trasversale del complesso unità/controrotaia.

Figure 6 – Cross section of the unit/check rail assembly.

inalterate, le Prescrizioni della Unità Tecnica delle Ferrovie, come deducibili dalla Istruzione per la Verifica Tecnica dei rotabili, prevedono anch'esse una certa variabilità (p. es. lo spessore del bordino in rapporto al raggio delle ruote); infine, per tali dimensioni sono consentite speciali tolleranze che combinandosi tra loro richiedono un adeguato approfondimento dell'analisi.

Siano, infatti, in rapporto alla Fig. 8:

The recall action exerted by the check rail is a disturbance that involves interesting dynamic phenomena on the wheel set, on the bogie and on the entire vehicle as well as, obviously, stresses on the check rail itself and on its supports.

Below we will analyse the recurrence and the extent of the flange/check rail interactions in very general terms for the reasons that will be expressed.

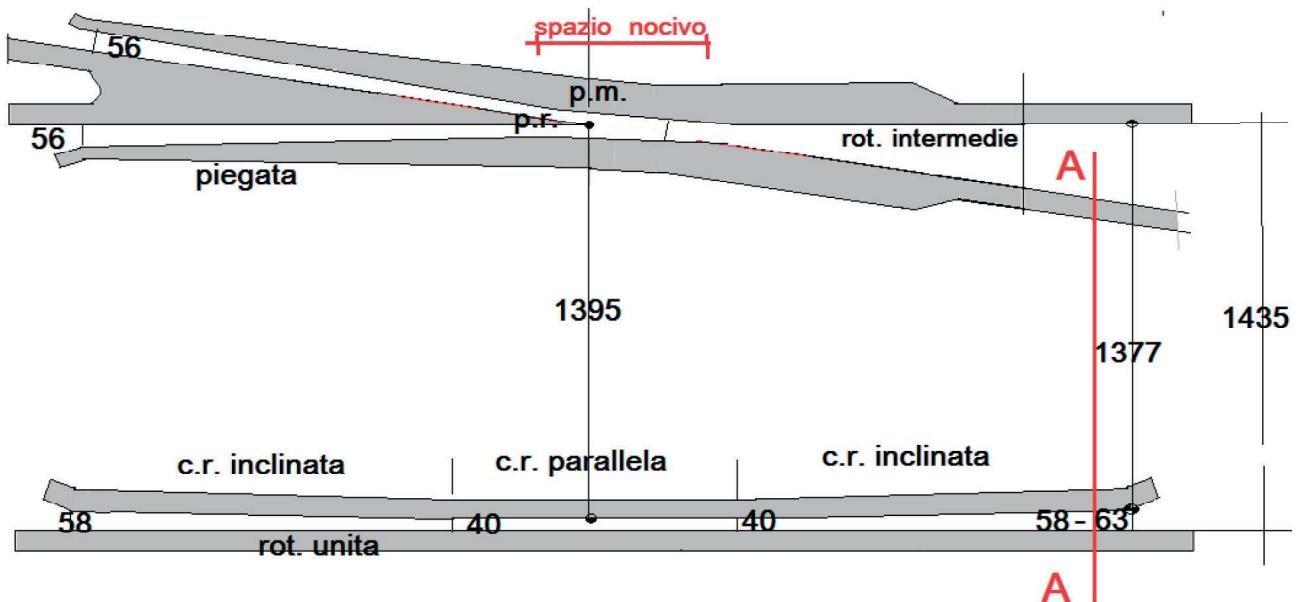


Figura 7 – Cuore monoblocco e dispositivo unità/controrotaia.

Figure 7 – Monoblock frog and straight stock rail/check rail device.

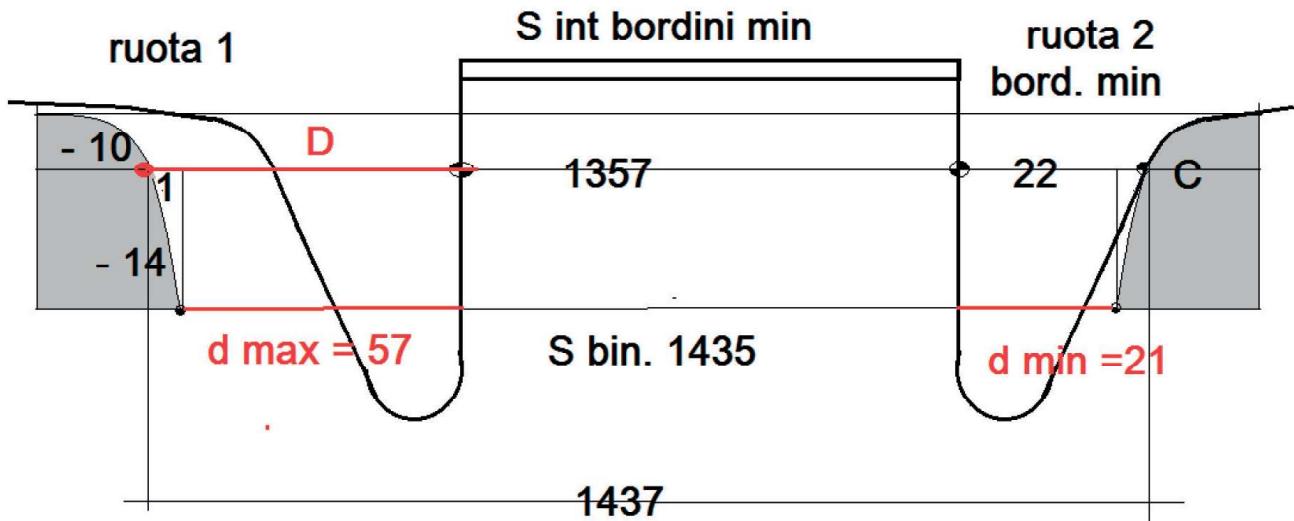


Figura 8 – Dimensioni della sala.
Figure 8 – Dimensions of the wheel set.

- C il punto di contatto tra il bordino della ruota 2 con la intermedia (a -10 mm dal cerchio medio di rotolamento);
- S_{int} sala: la distanza tra le facce interne delle ruote;
- S_{bin} : lo scartamento del binario misurato a -14 mm dal piano di rotolamento;
- S_{bin} : lo scartamento del binario misurato a -10 mm dal piano di rotolamento che vale, circa $S_{bin} + 2$ mm;
- D: distanza unita alla cr / fianco interno ruota 1;
- d: distanza di cui sopra, misurata a -14 mm.

Le relative quote nominali e tolleranze risultano dalla Tab. 1.

Si considera che i valori possibili siano distribuiti normalmente e che gli estremi si collochino a 3 scarti dalla media.

Tabella 1 – Table 1

Sala misurate a -10 mm dal cerchio di rotolamento medio
Wheel Set Sizes measured at -10 mm from the average running tread

Grandezza Size	Max	Min
- scartamento bordini esterno [mm] - external flange gauge [mm]	1426	1410
- scartamento bordini interno [mm] - internal flange gauge [mm]	1363	1357
- spessore bordino [mm] - flange thickness [mm]	33	22

2. Geometric overview

To assess whether, and how often, the check rail becomes active (i.e., whether the transverse movement of the wheel set actually works), the geometric relationships between the dimensions of the wheel set, its alignment in the track and the position of the check rail must be examined.

In order not to excessively complicate the calculations, without prejudice to substantial consistency with the normal values, the following conventional and recurring values are assumed.

The characteristic quantities of interest of the check rail are the unit / check rail distances (measured at 14 mm below the rolling surface):

- in the section parallel to the joint 40 mm;
- in the tilt start section 58 mm;
- at the initial opening 63 mm.

Track gauge 1435 mm.

The tolerances on these quantities are relatively small and are conditioned by compliance with the frog protection quota (distance between the check rail and the frog point = 1395 ± 0.5 mm): the nominal values will be used below.

It is interesting to note that for the trailing move origins (i.e. from the left of Fig. 7) the wheel is guided by a double flange way: that of the straight stock rail/check rail and that of the curved stock rail/ frog: given a discreet symmetry of the two flange ways, the considerations made for the check rail could be replicated for the curved stock rail.

The characteristic dimensions of the wheel set (which retrace, almost unvaried, the Requirements of the Railways Technical Department), as inferred from the Instruction for the Technical Verification of rolling stock, also provide for a certain variability (e.g. the thickness of the flange in relation

3. Assetto del carrello

Nel suo moto di serpeggio, la sala si accosta alternativamente all'una ed all'altra rotaia: pertanto, la densità di probabilità dello scostamento del baricentro della sala rispetto all'asse del binario è, in assenza di influenze sistematiche (p. es. presenza di forze laterali) uniforme: quindi, ogni sua posizione (in un dato istante) è equiprobabile.

Associando le grandezze relative alle dimensioni della sala con la posizione di assetto della medesima si ottiene, la distribuzione (ancora normale) della distanza d (distanza tra unita e fianco interno della ruota).

Detta distanza, raffrontata con l'ampiezza della gola che si riduce linearmente tra ingresso e tratto rettilineo con una inclinazione costante f , individua la progressiva della controrotaia dove avviene il contatto della ruota ed il successivo tratto dove si ha il trascinamento.

Essendo:

$$D = S_{bin} + 2 - S_{int\ sala} - spess\ bord$$

$$D_{max} = S_{bin} + 2 - S_{int\ sala} \text{ max} - spess\ bord\ min$$

si ottiene:

$$D_{max} = 1435 + 2 - 1357 - 22 = 58\ mm$$

$$D\ min = 22\ mm$$

da cui $57 \geq d \geq 21$: la distanza d media sarà = 39 mm e la deviazione standard a 3 scarti = 6 mm².

Ne risulta la seguente curva di frequenza della dimensione d (Fig. 9) dalla quale emerge che per il 57% dei casi la distanza d è minore di 40 mm e, conseguentemente, non si ha contatto.

In conclusione si ha la seguente rappresentazione (Fig. 10) della densità di frequenza delle sale che toccano la

² È da rilevare che le dimensioni estreme dei tre elementi che compongono la sala (i 2 bordini e l'assile intermedio) non sono indipendenti: infatti, la somma dei tre valori minimi (che porta a 1357 mm + 44 mm = 1401 mm) e la somma dei tre valori massimi (1363 mm + 66 mm = 1429 mm) sono rispettivamente, inferiori o superiori ai corrispondenti valori estremi delle misure della distanza dei bordini misurata sulle facce esterne (1410 mm – 1426 mm). Dato che l'assetto della sala dovuto al serpeggio è funzione della larghezza presa all'esterno dei bordini, mentre per il contatto con la controrotaia si deve impiegare la larghezza interna la distribuzione dei possibili casi diventa estremamente complessa e poco utile ai fini delle presenti considerazioni.

to the radius of the wheels); finally, special tolerances are allowed for these dimensions which, combining together, require an adequate in-depth analysis.

They are, in fact, in relation to the Fig. 8:

- C the point of contact between the wheel flange 2 and the intermediate (at -10 mm from the average running tread);
- S_{int} wheelset: the distance between the insides of the wheels;
- S_{bin} : the track gauge measured at -14 mm from the running surface;
- S_{bin}^* : the track gauge measured at -10 mm from the running surface that has a value of, approximately $S_{bin} + 2\ mm$;
- D : joint distance to the cr/inner side of wheel 1;
- d : distance above, measured at -14 mm.

The relative nominal quotas and tolerances are shown in Tab. 1.

It is considered that the possible values are normally distributed and that the ends are at 3 deviations from the average.

3. Bogie set up

In its yaw motion, the wheel set alternately approaches both rails: therefore, the probability density of the deviation of the centre of gravity of the wheel set with respect to the axis of the track is uniform, in the absence of systematic influences (e.g. presence of lateral forces): therefore, each position (at a given moment) is of equal probability.

By associating the quantities relating to the dimensions of the wheel set with the wheel alignment position, the (still normal) distribution of distance d (distance between the

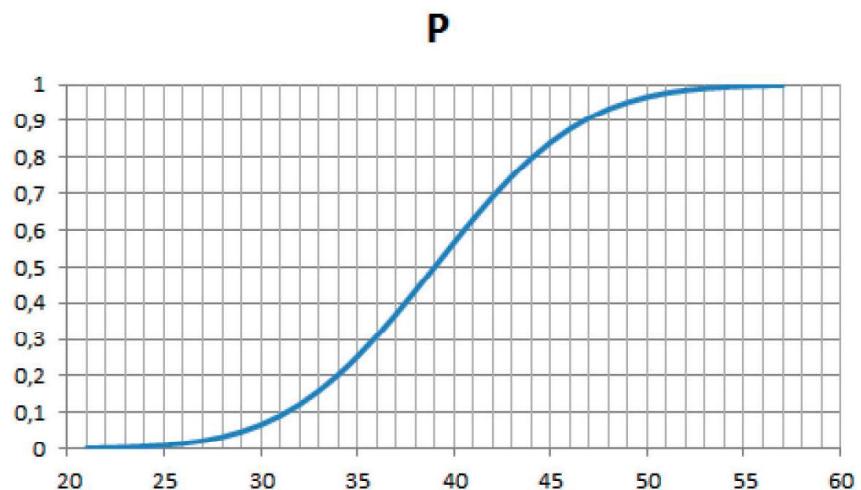


Figura 9 – Curva di probabilità cumulata della distanza d .

Figure 9 – Distance d cumulative probability curve.

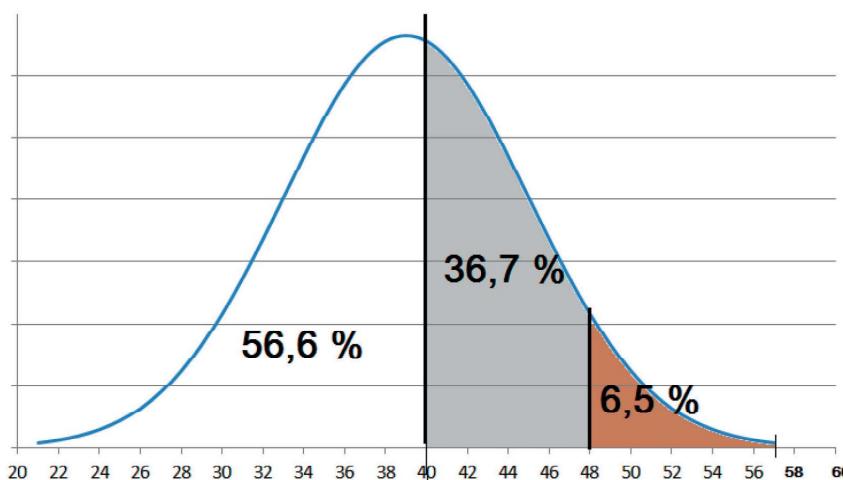


Figura 10 – Densità di probabilità dei punti di contatto.
Figure 10 – Probability density of contact points.

controrotaia in funzione della progressiva di contatto che è in diretta proporzione con l'ampiezza della gola.

È interessante notare che il 36,7% dei transiti accosta la controrotaia nella seconda metà della controrotaia e solo il 6,5% nella prima.

Con analogo calcolo si ricava la probabilità che si presenti un accosto a distanza di 63 mm o superiore: essa è di 31,7 casi su un milione di transiti. Se, infine, si considera la effettiva apertura fisica della controrotaia pari a 90 mm si ottiene una probabilità di urto praticamente pari a 0.

I risultati raggiunti sulle frequenze e sulla localizzazione del contatto, data la numerosità ed eterogeneità dei fattori in gioco, sono caratterizzati da una discreta approssimazione: del resto, una valutazione rigorosa risulterebbe assai complessa: infatti, si dovrebbe tener conto:

- della effettiva distribuzione dei valori delle grandezze considerate, possibile soltanto mediante approfondite indagini campionarie;
- della disomogeneità dei rotabili in circolazione e, quindi, della plausibile differenziazione dei valori limiti attesi tra veicoli viaggiatori, merci e mezzi di trazione;
- della differenza di valori nominali, per la stessa grandezza, quali, ad esempio, lo spessore del bordino che come detto, che può variare in funzione del raggio della ruota;
- dell'effettiva ampiezza dello scartamento del binario, che si è assunto a norma, ma che nella realtà presenta scostamenti.

Una particolare considerazione merita la circolazione sul ramo deviato: in tal caso, per la presenza della forza centrifuga, è da attendersi che il bordino rivolto alla intermedia sia a questa accosto: deve essere esclusa la variabilità connessa al serpeggio.

straight stock rail and the inner side of the wheel) is obtained.

Said distance, compared with the width of the flange way that decreases linearly between the inlet and the straight section with a constant inclination f , identifies the point of the check rail where the wheel contact takes place and the subsequent section where the drive occurs.

Being:

$$D = S_{bin} + 2 - S_{int\ sala} - \text{spess bord}$$

$$D_{max} = S_{bin} + 2 - S_{int\ sala} \text{ max} - \text{spess bord min}$$

results in:

$$D_{max} = 1435 + 2 - 1357 - 22 = 58 \text{ mm}$$

$$D_{min} = 22 \text{ mm}$$

from which $57 \geq d \geq 21$: the average distance d will be = 39 mm and the standard deviation with 3 deviations = 6 mm².

The result is the following frequency curve of dimension d (Fig. 9) from which it emerges that in 57% of cases distance d is less than 40 mm and, consequently, there is no contact.

In conclusion, we have the following representation (Fig. 10) of the frequency density of the wheel sets that touch the check rail as a function of the contact point that is in direct proportion to the width of the flange way.

It is interesting to note that 36.7% of transits approach the check rail in the second half of the check rail and only 6.5% in the first.

With a similar calculation, the probability of an approach at a distance of 63 mm or more is obtained: it is 31.7 cases out of a million transits. Finally, considering the actual physical opening of the check rail equal to 90 mm, a probability of impact practically equal to 0 is obtained.

The results achieved on the frequencies and on the location of the contact, given the number and heterogeneity of the factors involved, are characterised by a fair approximation: moreover, a rigorous evaluation would be very complex: in fact, the following should be considered:

² It should be noted that the extreme dimensions of the three elements that make up the wheel set (the 2 flanges and the intermediate axle) are not independent: in fact, the sum of the three minimum values (which results in 1357 mm + 44 mm = 1401 mm) and the sum of the three maximum values (1363 mm + 66 mm = 1429 mm) are respectively lower or higher at the corresponding extreme values of the measurements of the distance of the flanges measured on the external sides (1410 mm – 1426 mm). Given that the arrangement of the wheel set due to the yaw is a function of the width taken outside the flanges, while for contact with the check rail the internal width must be used, the distribution of possible cases becomes extremely complex and not very useful for the purposes of these considerations.

Ripetendo i calcoli si ottengono i valori limite della distanza della faccia interna della ruota opposta alla unità, ossia $d_{\max} = 57 \text{ mm}$; $d_{\min} = 40 \text{ mm}$; il valore medio è $48,5 \text{ mm}$ e lo scarto quadratico medio $2,83 \text{ mm}$: la frequenza di transiti senza contatto è, evidentemente, nulla poiché la distanza minima è pari all'ampiezza della gola (Fig. 11).

Dal confronto delle due curve si deduce l'importanza che ha la variabile assetto sulla probabilità di impatto.

4. Aspetto meccanico

Si ipotizza un carrello, di passo p , circolante, alla velocità V , in corretto tracciato ed in corrispondenza di una controrotaia (CR) di uno scambio semplice.

Il carrello si presenta all'istante $t(0)$ in una condizione di assetto e di dimensioni della sala tali che la ruota – opposta alla punta – tocchi con la sua faccia interna la controrotaia: quindi, si genera una forza che:

- deforma la controrotaia stessa;
- trascina trasversalmente la sala forzando la sospensione primaria;
- a causa di ciò, ruota il quadrilatero costituito dal telaio del carrello;
- si genera un momento dovuto alla reazione della sospensione secondaria posta tra carrello e cassa che si ipotizza allineata sull'asse del binario.

Il veicolo continua a percorrere una traiettoria rettilinea così che il baricentro (ralla) del carrello ricade sull'asse del binario: l'unico grado di libertà del carrello (per un sistema di riferimento mobile longitudinalmente con esso) è la rotazione intorno al suddetto baricentro³.

Dalla Fig. 12a, essendo, in x_0

$$l_0 + A = S/2$$

ed in

$$x = x(t)$$

$$a p/2 + l + e + B = S/2$$

da cui

$$l_0 + A = -a p/2 + l + e + B$$

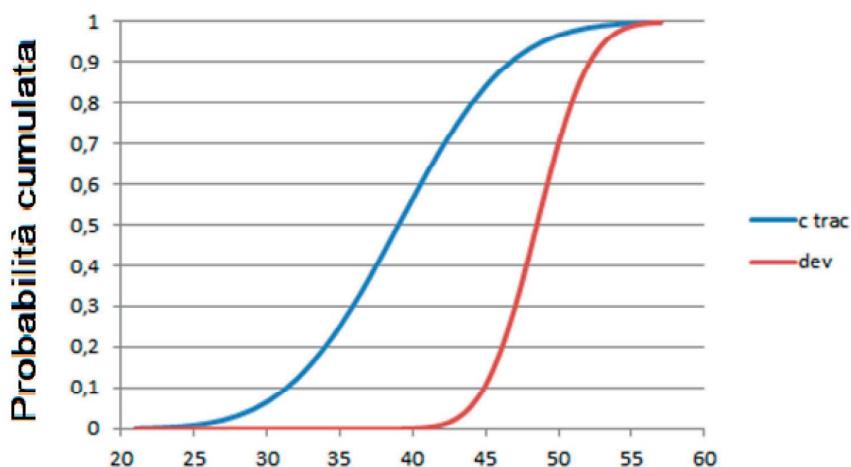


Figura 11 – Probabilità di contatto con e senza serpeggiamento.
Figure 11 – Probability of contact with and without yaw.

- the actual distribution of the values of the quantities considered, possible only by means of in-depth sample surveys;
- inhomogeneous rolling stock in circulation and, therefore, the plausible differentiation of the expected limit values between passenger vehicles, freight and traction vehicles;
- the difference in nominal values, for the same size, such as, for example, the thickness of the flange as mentioned, which may vary according to the wheel radius;
- the actual width of the track gauge, which has been assumed in accordance with the standard, but which actually has deviations.

Circulation on the deviated branch deserves special consideration: in this case, due to the presence of the centrifugal force, it is to be expected that the flange facing the curved closure rail has approached this: the variability connected to the yaw must be excluded.

By repeating the calculations, the limit values of the distance of the inner side of the wheel opposite the straight stock rail are obtained, that is, $d_{\max} = 57 \text{ mm}$; $d_{\min} = 40 \text{ mm}$; the average value is 48.5 mm and the average square deviation 2.83 mm : the frequency of non-contact transits is, obviously, null since the minimum distance is equal to the width of the flange way.

From the comparison of the two curves, we can infer the importance of the set-up variable on the probability of impact.

4. Mechanical overview

A bogie is assumed, with pitch p , circulating, at speed V , in normal route and at a check rail (CR) of a simple turnout.

³ La semplificazione connessa alla ipotesi che il baricentro del carrello – o del carro – rimanga sull'asse del binario e che gli effetti dell'oscillazione della sala posteriore siano trascurabili non comporta una sensibile variazione del risultato, come è possibile verificare eseguendo i calcoli per un sistema a 3 gradi di libertà (rotazione cassa, traslazione baricentro e spostamento sala posteriore).

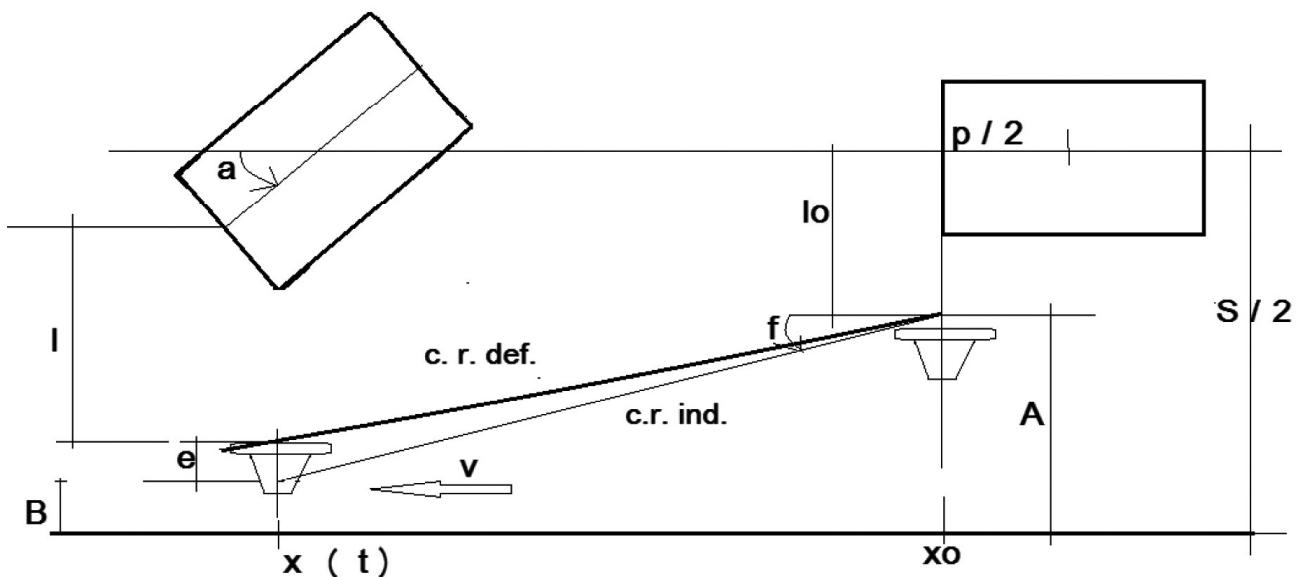


Figura 12a – Schema geometrico.
Figure 12a – Geometric diagram.

quindi

$$l - l_0 = Dl = A - B - ap/2 - e$$

ma

$$A - B = f(x(t) - x_0) = f v t$$

pertanto

$$Dl = fvt - ap/2 - e$$

E dalla Fig. 12b, ponendo:

- M_{2s} : il momento resistente della secondaria [N m];
 - Z : la rigidezza rotazionale elastica della secondaria [Nm/rad];
 - W : la viscosità rotazionale della secondaria [N m punto di moltiplicazione s/rad];
 - K : la rigidezza della sospensione primaria (interposta tra sala e telaio) [N/m];
 - S : il relativo smorzamento [N s/m];
 - K_c : la rigidezza della controrotaia [N/m];
 - S_c : il relativo smorzamento [N s/m];
 - m : la massa della sala [kg];
 - J : l'inerzia rotazionale del carro o del carrello [kg m²];
 - p : il passo del carrello [m];
 - e : la deformazione della CR [m];
 - a : l'angolo di rotazione del carro o del carrello [rad];
 - f : l'inclinazione della controrotaia [rad].

The bogie is instantly $t(0)$ in a set up condition and wheel set size such that the wheel – opposite the point – touches the check rail with its internal side: therefore, a force is generated that:

- deforms the check rail itself;
 - drags the wheel set transversely by forcing the primary suspension;
 - due to this, the quadrilateral consisting of the frame of the bogie rotates;
 - a moment is generated due to the reaction of the secondary suspension placed between the bogie and the body that is assumed to be aligned on the track axis.

The vehicle continues to follow a straight path so that the centre of gravity (pivot bearing) of the bogie falls on the axis of the track: the only degree of freedom of the bogie (for a longitudinally mobile reference system) is the rotation around the aforementioned centre of gravity³.

From Fig. 12 a, being, in x_0

$$l_0 + A = S/2$$

and in

$$x = x(t)$$

$$a \ p/2 + l + e + B = S/2$$

³ The simplification linked to the hypothesis that the centre of gravity of the bogie – or wagon – remains on the track axis and that the effects of the rear wheel set oscillation are negligible does not imply a significant variation in the result, as can be verified by performing the calculations for a 3 degree freedom system (body rotation, centre of gravity translation and rear wheel set displacement).

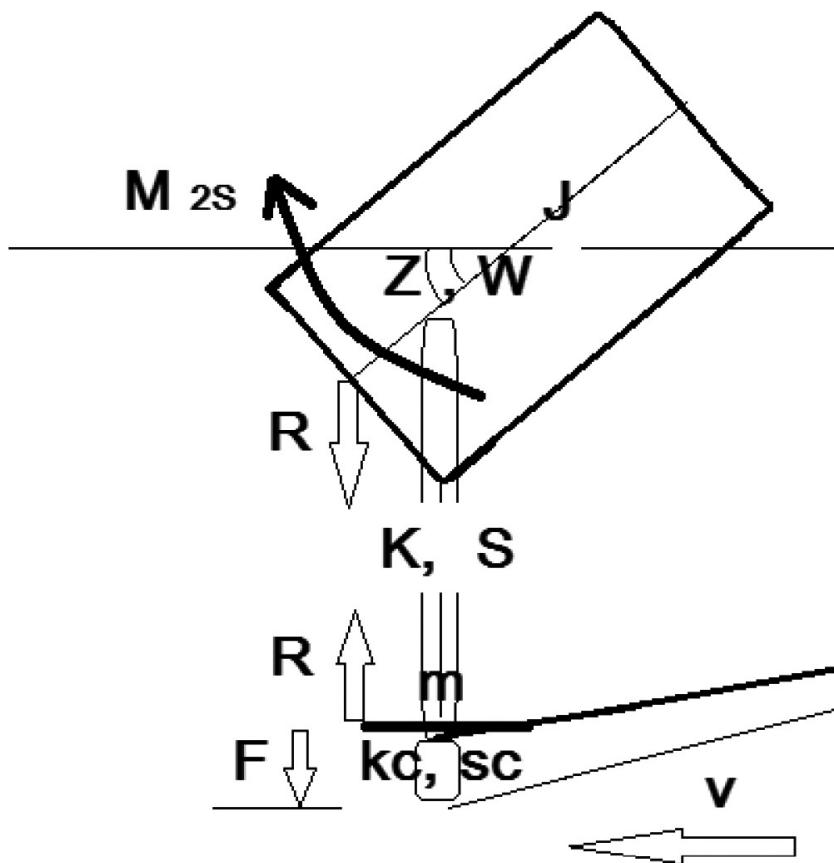


Figura 12b – Azioni.
Figure 12b – Actions.

Il momento di inerzia J si ottiene da:

$$J = \frac{1}{12} M p^2 \rho$$

con M la massa del carro, o del carrello, e $\rho = 0,9$ un coefficiente ottenuto per ragguaglio con valori noti⁴.

Nel seguito lo smorzamento della controrotaia si considera del tutto trascurabile. Invece, lo smorzamento della primaria, di assai difficile valutazione, dovrebbe essere considerato di tipo attrittivo modellabile, pertanto, come isteretico; verrà, pertanto, linearizzato come proporzionale alla velocità angolare a' diviso la pulsazione del sistema.

Ponendo, in riferimento alla Fig. 12a e Fig. 12b:

$$R = K l$$

$$F = Kc e$$

$$M_{2s} = Z a + W a'$$

⁴ Il coefficiente si ottiene relazionando i dati di massa del carrello e suo momento di inerzia ricavabili in letteratura; di fatto tali informazioni si riferiscono a locomotive e carrozze. Qui si è estrapolato anche per il carro.

from which

$$l_0 + A = - a p/2 + l + e + B$$

therefore

$$l - l_0 = Dl = A - B - ap/2 - e$$

but

$$A - B = f(x(t) - x_0) = f v t$$

therefore

$$Dl = f v t - ap/2 - e$$

And from Fig. 12 b, putting:

- M_{2s} : the resistant moment of the secondary [N m];
- Z : the elastic rotational stiffness of the secondary [Nm/rad];
- W : the rotational viscosity of the secondary [Nm punto di moltiplicazione s/rad];
- K : the stiffness of the primary suspension (interposed between the wheel set and the chassis) [N/m];
- S : the relative damping [N s/m];
- Kc : the stiffness of the check rail [N/m];
- Sc : the relative damping [N s/m];
- m : the mass of the wheel set [kg];
- J : the rotational inertia of the wagon or bogie [kg m²];
- p : the bogie wheel base [m];
- e : the deformation of the CR [m];
- a : the angle of rotation of the wagon or bogie [rad];
- f : the inclination of the check rail [rad].

The moment of inertia J is obtained from:

$$J = \frac{1}{12} M p^2 \rho$$

with M the mass of the wagon, or of the bogie, and $\rho = 0,9$ a coefficient obtained by comparison with known values.⁴

Subsequently, the damping of the check rail is considered to be completely negligible. Instead, the damping of the primary, quite difficult to assess, should be considered of mouldable friction type, therefore, as hysteretic; it will therefore be linearised as proportional to the angular speed a' divided by the pulsation of the system.

⁴ The coefficient is obtained by relating the mass data of the bogie and its moment of inertia obtainable in literature; in fact, this information refers to locomotives and carriages. Here it is extrapolated also for the wagon.

equilibrio della sala:

$$e'' = -\frac{F}{m} + \frac{R}{m} \quad [1]$$

equilibrio del carrello:

$$a'' = \frac{\left(\frac{p}{2}\right)R}{J} - \frac{M_{2s}}{J} \quad [2]$$

e con le sostituzioni:

$$e'' = -\frac{Kc e}{m} + \frac{Kl}{m} \quad [1]$$

$$e'' = -\frac{Kc + K}{m} e - \frac{k}{m} a - \frac{p}{2} + \frac{k}{m} fvt$$

$$a'' = \frac{\left(\frac{p}{2}\right)K\left(-\frac{p}{2}a - e + fvt\right) + S\left(\frac{p}{2}\right)(-\frac{p}{2}a' + fv)}{J} - \frac{Za + Wa'}{J} \quad [2]$$

ossia un sistema caratterizzato da due frequenze proprie che si ottengono dall'annullamento del determinante $-\omega^2 [M] + [K]$

Trascurando gli smorzamenti e ponendo:

$$e(t) = e \exp(-j \omega t)$$

ed

$$a(t) = a \exp(-j \omega t)$$

si ha, trascurando lo smorzamento:

$$\begin{aligned} -\omega^2 e + \frac{kc + k}{m} e + \frac{k}{m} \frac{p}{2} a &= 0 \\ -\omega^2 a + \frac{Z + \left(\frac{p}{2}\right)^2 k}{J} a + \left(\frac{p}{2}\right) \frac{k}{J} e &= 0 \end{aligned}$$

che fornisce:

$$det = \omega^4 - \omega^2 \left(\frac{Z + \left(\frac{p}{2}\right)^2 k}{J} + \frac{kc + k}{m} \right) + \left(\frac{p}{2}\right)^2 \frac{kc k}{mJ} + \frac{Z(kc + k)}{mJ}$$

Ponendo a zero il determinante si trovano le due soluzioni reali (Fig. 13 e Fig. 14).

Per il calcolo della rigidezza kc della controrotaia si opera come segue:

Si prende in considerazione una controrotaia corta (L totale = 4,3 m) e si assimila ad una trave elastica di lunghezza assegnata su appoggio diffuso elasticamente cedevole:

- si ricava il momento di inerzia della trave a C, pari a $J = 297 \text{ E} - 8 \text{ m}^4$;
- si schematizza la guancia di supporto come mensola

Putting, with reference to Fig. 12a and Fig. 12b:

$$R = Kl$$

$$F = Kc e$$

$$M_{2s} = Za + Wa'$$

wheel set balance:

$$e'' = -\frac{F}{m} + \frac{R}{m} \quad [1]$$

bogie balance:

$$a'' = \frac{\left(\frac{p}{2}\right)R}{J} - \frac{M_{2s}}{J} \quad [2]$$

and with the substitutions:

$$e'' = -\frac{Kc e}{m} + \frac{Kl}{m} \quad [1]$$

$$e'' = -\frac{Kc + K}{m} e - \frac{k}{m} a - \frac{p}{2} + \frac{k}{m} fvt$$

$$a'' = \frac{\left(\frac{p}{2}\right)K\left(-\frac{p}{2}a - e + fvt\right) + S\left(\frac{p}{2}\right)(-\frac{p}{2}a' + fv)}{J} - \frac{Za + Wa'}{J} \quad [2]$$

i.e. a system characterised by two own frequencies that are obtained cancelling the determinant $-\omega^2 [M] + [K]$

Neglecting damping and putting:

$$e(t) = e \exp(-j \omega t)$$

and

$$a(t) = a \exp(-j \omega t)$$

you have, neglecting the damping:

$$-\omega^2 e + \frac{kc + k}{m} e + \frac{k}{m} \frac{p}{2} a = 0$$

$$-\omega^2 a + \frac{Z + \left(\frac{p}{2}\right)^2 k}{J} a + \left(\frac{p}{2}\right) \frac{k}{J} e = 0$$

which provides:

$$det = \omega^4 - \omega^2 \left(\frac{Z + \left(\frac{p}{2}\right)^2 k}{J} + \frac{kc + k}{m} \right) + \left(\frac{p}{2}\right)^2 \frac{kc k}{mJ} + \frac{Z(kc + k)}{mJ}$$

By setting the determinant to zero, the two real solutions are found (Fig. 13 and Fig. 14).

To calculate the kc stiffness of the check rail, proceed as follows:

A short check rail ($total L = 4.3 \text{ m}$) is considered and is

ad inerzia variabile, incastrata sulla piastra di appoggio, considerata perfettamente rigida;

- si calcola la deformazione della mensola nel punto di applicazione di un carico Q . Il rapporto tra la forza e la deformazione è la rigidezza della guancia che risulta $Kapp = 9,3 E8 N/m$;
- si calcola, la lunghezza caratteristica della trave, con interasse appoggi $i = 0,6 m$

$$L = \sqrt[4]{4EJ \frac{i}{Kapp}} = 0,200 m$$

- si applica il carico Q mobile in sezioni successive e si ricava la relativa deformazione della trave.

Si osserva che la deformazione, al variare della sezione di applicazione del carico, eccettuate le tratte estreme, è praticamente costante (Fig. 15).

Pertanto, si ottiene la rigidezza della controrotaia come se fosse una molla concentrata.

Essa risulta essere $kcr = 6,21 E8 N/m$.

La maggiore deformabilità (4 volte quella corrente) dei tratti estremi non ha rilevanza in quanto, se qui dovesse avvenire il contatto, la ruota è ancora sufficientemente distante dalla punta.

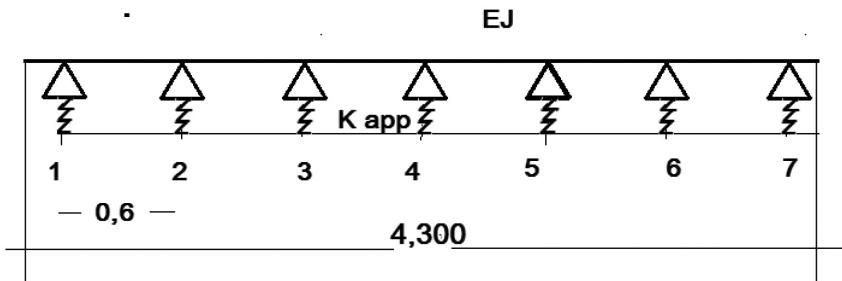


Figura 13 – Schematizzazione del complesso appoggi / controrotaia.

Figure 13 – Schematic diagram of the check rail support assembly.

similar to an elastic beam of assigned length on a diffused elastically yielding support:

- the moment of inertia of the C-beam is obtained, equal to $J = 297 E - 8 m^4$;
- the check rail support is schematised as a variable inertia shelf, embedded on the support plate, considered perfectly rigid;
- the deformation of the shelf at the point of application of a Q load is calculated. The ratio between the force and the deformation is the stiffness of the face which results in $Kapp = 9.3 E8 N/m$;
- the characteristic length of the beam is calculated, with centre distance supports $i = 0.6 m$

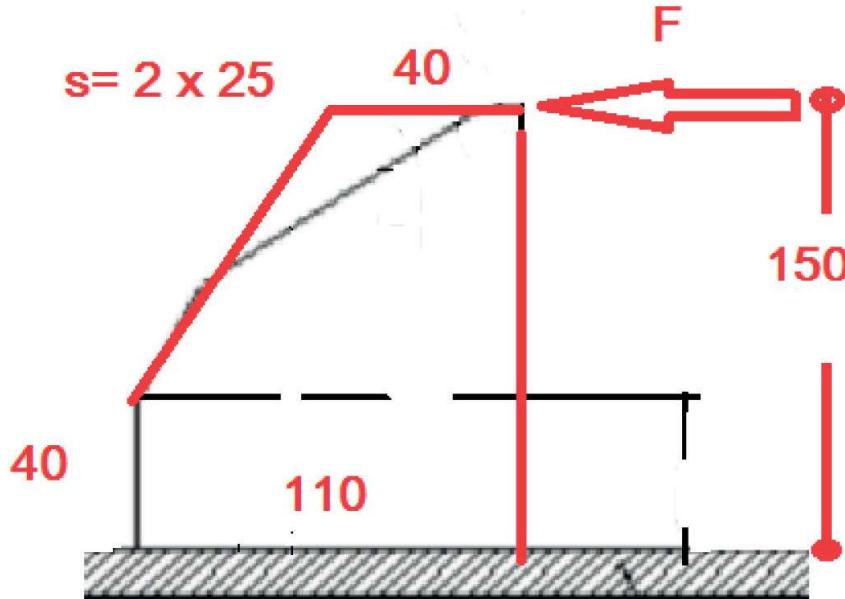


Figura 14 – Schematizzazione della guancia di supporto (quote im mm; s = spessore di una singola semiguancia).

Figure 14 – Schematic diagram of the check rail support (dimensions in mm; s = thickness of a single half check rail support).

$$L = \sqrt[4]{4EJ \frac{i}{Kapp}} = 0,200 m$$

- the mobile Q load is applied in subsequent sections and the relative deformation of the beam is obtained.

It is observed that the deformation is practically constant, as the load application section varies, except for the end sections (Fig. 15).

Therefore, the stiffness of the check rail is obtained as if it were a concentrated spring.

It is $kcr = 6.21 E8 N/m$.

The greater deformability (4 times the actual one) of the extreme sections is irrelevant because, should contact occur here, the wheel is still sufficiently distant from the point of frog.

On the other hand, in the central section, where the protection quota

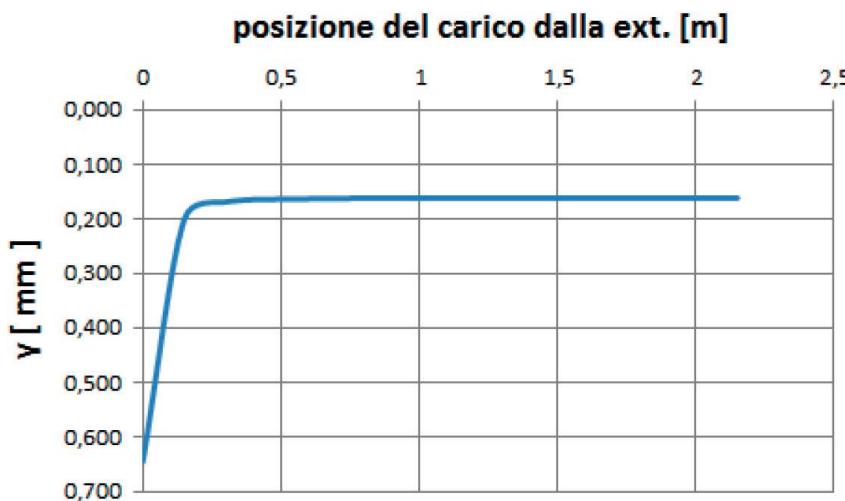


Figura 15 – Deformazione della metà anteriore della controrotaia sotto una forza di 100 kN.

Figure 15 – Deformation of the front half of the check rail under a force of 100 kN.

Invece, nel tratto centrale, dove deve essere garantita la quota di protezione, la controrotaia subirà deformazioni assai piccole⁵.

A rigore andrebbe considerata la rigidezza trasversale globale del complesso controrotaia – guancia-piastra di appoggio (che connette la controrotaia con la unità) – chiavarde di ancoraggio – travessone-pietrisco. In altri termini sarebbe da mettere in conto la reale rigidezza trasversale dello scambio anche in presenza di carico verticale. Poiché, come in seguito calcolato, la effettiva rigidezza della controrotaia non ha rilevante influenza sul risultato, si conferma come rigido il vincolo della controrotaia medesima.

Non sono nemmeno da temere risposte di tipo risonante o riconducibili ad amplificazioni cicliche degli sforzi per il carattere tipicamente impulsivo del fenomeno. Invece è possibile che le oscillazioni del veicolo in attenuazione siano nuovamente forzate per l'accosto di una controrotaia di uno scambio successivo.

Per quanto riguarda il veicolo si prendono in considerazione un carro a due assi ed il carrello di una locomotiva.

Considerando i valori di Tab. 2:

Annullando il determinante – formula [3 – si calcolano le pulsazioni $\omega_{1,2}$ e si ha in Tab. 3 i seguenti risultati:

Con queste riprendendo il sistema e scrivendo:

⁵ La forza trasversale massima attesa, ossia quella oltre la quale può avvenire spostamento del binario, è data dalla formula $H = 10 + \frac{Q}{3}$; con Q = carico assiale statico in kN. Per $Q = 200$ kN, la forza $H = 77$ kN. Sotto tale forza la deformazione della controrotaia sarebbe di 0,123 mm.

must be guaranteed, the check rail will undergo very small deformations.⁵

The overall transverse stiffness of the check rail – check rail support – plate assembly (which connects the check rail with the unit) – anchor bolts – sleeper – gravel should be strictly considered. In other words, the actual transverse rigidity of the turnout even in the presence of vertical load should be considered. Since, as calculated below, the actual rigidity of the check rail has no significant influence on the result, the constraint of the check rail itself is confirmed as rigid.

Resonant responses or those attributable to cyclic amplifications of the stresses are not to be feared because of the typically impulsive nature of the phenomenon. Instead, it is possible that the oscillations of the attenuating vehicle are again forced by the approach of a check rail of a subsequent turnout.

Regarding the vehicle, a two-axle wagon and a locomotive bogie are considered.

Considering the Tab. 2 values:

By cancelling the determinant – formula [3 – the pulsations $\omega_{1,2}$ are calculated resulting in Tab. 3:

With these resuming the system and expressing:

$$\frac{kc + k}{m} \cong \omega_1^2 \quad \text{and} \quad \frac{Z + \left(\frac{p}{2}\right)^2 k}{J} \cong \omega_2^2$$

we have:

$$\omega_1^2 e - \frac{k}{m} \frac{p}{2} a = 0$$

$$\omega_2^2 a - \left(\frac{p}{2}\right) \frac{k}{J} e = 0$$

And, therefore, the ratio between the amplitudes of the high and the low coupled frequency.

$$\frac{e}{a} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \sqrt{\frac{J}{m}}$$

⁵ The maximum expected transverse force, i.e., the force beyond which track displacement can occur, is given by the formula $H = 10 + \frac{Q}{3}$; with Q = static axial load in kN. For $Q = 200$ kN, the force $H = 77$ kN. Under this force the deformation of the check rail would be 0.123 mm.

$$\frac{kc+k}{m} \cong \omega_1^2 \quad \text{e} \quad \frac{Z + \left(\frac{p}{2}\right)^2 k}{J} \cong \omega_2^2$$

si ottiene:

$$\omega_1^2 e - \frac{k}{m} \frac{p}{2} a = 0$$

$$\omega_2^2 a - \left(\frac{p}{2}\right) \frac{k}{J} e = 0$$

E, quindi, il rapporto tra le ampiezze della accoppiata alta e di quella bassa.

$$\frac{e}{a} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \sqrt{\frac{J}{m}}$$

Poiché la frequenza accoppiata alta è $>>$ di quella accoppiata bassa, (nel rapporto di 57/1) la variabile e è, in prima approssimazione, trascurabile rispetto a quella a .

In altri termini si considera la controrotaia indeformabile.

In relazione alla possibile maggiore deformabilità della controrotaia si ripetono i calcoli con una rigidezza della controrotaia 10 volte minore: si ottiene un rapporto di 18/1 che giustifica, ancora, la semplificazione del modello.

Si può, quindi, esaminare la sola equazione:

$$a'' + \frac{\left(\frac{p}{2}\right)^2 k}{J} a = \frac{k p}{2J} f_{vt}$$

ossia un semplice sistema oscillante con pulsazione ω_2 soggetto ad una forzante lineare con il tempo.

La soluzione si ricava imponendo le condizioni iniziali.

Per una loro prima approssimazione è necessario rieaminare il moto di serpeggio.

Infatti, per la conicità delle tavole di rotolamento delle ruote, la sala oscilla secondo una sinusoide di lunghezza d'onda:

$$\lambda = 2\pi \sqrt{\frac{R_s}{2 \operatorname{tg} i}} \sqrt{1 + \left(\frac{p}{s}\right)^2}$$

Con R = raggio medio della ruota [m];

Tabella 2 – Table 2
Caratteristiche inerziali e meccaniche
Inertial and mechanical characteristics

Kc [N/M] <i>Kc [N/M]</i>	6,21E + 08	
Massa Della Sala [Kg] <i>Mass Of The Wheel Set [Kg]</i>	1500	
	Carro <i>Wagon</i>	Loco <i>Loco</i>
Passo P <i>Pitch M</i>	4,5	2,8
Massa Kg <i>Mass In Kg</i>	40000	8000
J [Kg M^2]	60750	4808,5
Rigidezza Trasversale Sospensione Primaria K [N/M] <i>Secondary Suspension Rotational Stiffness Z [N M /Rd]</i>	1,50E + 06	1,50E + 06
Rigidezza Rotazionale Sospensione Secondaria Z [N M /Rd] <i>Secondary Suspension Rotational Damping W [N M S /Rd]</i>		2,50E+05
Smorzamento Rotazionale Sospensione Secondaria W [N M S / Rd] <i>Secondary Suspension Rotational Damping W [N M S /Rd]</i>		2,5E + 05

Since the high coupled frequency is $>>$ of the low coupled frequency, (in the ratio of 57/1) the variable e is, in the first approximation, negligible with respect to a .

In other words, the check rail is considered non-deformable.

In relation to the possible greater deformability of the

Tabella 3 – Table 3

Armoniche – Pulsazioni, frequenze e periodi
Harmonics – Pulsations, frequencies and periods

	Carro <i>Wagon</i>	Carrello <i>Bogie</i>
om 1 [rad/s]	644	643
om 2 [rad/s]	11,2	25,7
f1 [Hz]	103	102
f2 [Hz]	1,78	4,104
periodo T [s] <i>period T [s]</i>	0,562	0,247

SCIENZA E TECNICA

s = scartamento del binario ai circoli di rotolamento medi = 1,5 [m];

$\tan i$ = inclinazione tavola di rotolamento = 1/20;

p = passo del carrello del carro [m];

che per il carro e per il carrello della locomotiva in esame dà in Tab. 4:

Tabella 4 – Table 4

	Serpaggio Yaw	Carro Wagon	Loco Loco
Lunghezza d'onda [m] Wavelength [m]	51,62	39,92	

Per una ampiezza di oscillazione convenzionale di 9 mm (metà della differenza tra scartamento binario e distanza media facce esterne sala)⁶ la velocità trasversale della sala è:

$$\dot{\phi}(t) = 0,009 \frac{2\pi}{\lambda} \frac{V}{3,6} \cos \frac{2\pi}{\lambda} \frac{V}{3,6} t$$

Quindi, le condizioni iniziali sono:

$$a(t=0) = 0; a'(t=0) = 2/p \dot{\phi}$$

La soluzione della equazione differenziale è:

$$a = \frac{2}{p} \left[\frac{\dot{\phi} - fv}{\omega_2} \right] \sin \omega_2 t + fv t$$

Da cui la forza R è data da:

$$R = k \left(fvt - \frac{ap}{2} \right) = \frac{k}{\omega_2} \left[-\dot{\phi} + fv \right] \sin \omega_2 t$$

Il termine tra parentesi quadre può essere scritto, essendo $f = (0,058 - 0,040) / L$ con L la lunghezza della controrotaia, come:

$$-\frac{0,018 \times 2 \times \pi V}{2 \times 3,6 \lambda} + \frac{0,018}{L} \frac{V}{3,6} = \frac{V}{3,6} 0,018 \left(-\frac{\pi}{\lambda} + \frac{1}{L} \right).$$

Il peso della componente di serpeggio vale:

$$\pi \frac{L}{\lambda}$$

che varia soltanto con la lunghezza della controrotaia e della lunghezza d'onda del serpeggio.

⁶ Tale misura varia con il profilo della ruota e con la configurazione del raccordo tra tavola e bordino.

check rail, the calculations are repeated with a stiffness of the check rail 10 times lower: a ratio of 18/1 is obtained which still justifies the simplification of the model.

We can, therefore, examine the equation only:

$$a'' + \frac{\left(\frac{p}{2}\right)^2 k}{J} a = \frac{k p}{2J} fvt$$

i.e. a simple oscillating system with pulsation ω_2 subject to linear forcing with time.

The solution is obtained by imposing the initial conditions.

For their first approximation yaw motion must be re-examined.

In fact, for the conicity of the running surface of the wheels, the wheel set oscillates according to a wavelength sinusoid:

$$\lambda = 2\pi \sqrt{\frac{R s}{2 \tan i}} \sqrt{1 + \left(\frac{p}{s}\right)^2}$$

With R = average wheel radius [m];

s = track gauge at mean running tread = 1.5 [m];

$\tan i$ = running surface inclination = 1/20;

p = pitch of the wagon bogie [m];

that for the wagon and for the bogie of the locomotive in question gives in Tab. 4:

For a conventional oscillation width of 9 mm (half the difference between track gauge and average distance outer wheel set side)⁶ the transverse speed of the wheel set is:

$$\dot{\phi}(t) = 0,009 \frac{2\pi}{\lambda} \frac{V}{3,6} \cos \frac{2\pi}{\lambda} \frac{V}{3,6} t$$

Hence, the initial conditions are:

$$a(t=0) = 0; a'(t=0) = 2/p \dot{\phi}$$

The solution of the differential equation is:

$$a = \frac{2}{p} \left[\frac{\dot{\phi} - fv}{\omega_2} \right] \sin \omega_2 t + fv t$$

Hence force R is given by:

$$R = k \left(fvt - \frac{ap}{2} \right) = \frac{k}{\omega_2} \left[-\dot{\phi} + fv \right] \sin \omega_2 t$$

The term in square brackets can be expressed, with $f = (0.058 - 0.040) / L$ with L being the length of the check rail, as:

⁶ This measure varies with the profile of the wheel and with the configuration of the connection between the table and the flange.

Quindi:

$$R = 0,005 \frac{k}{\omega_2} V \left[\frac{\pi}{\lambda} + \frac{1}{L} \right] \sin \omega_2 t = |R| \sin \omega_2 t$$

Si può, ora, passare a calcolare la deformazione e della controrotaia e da questa la forza F .

Essendo:

$$e'' = -\frac{F}{m} + \frac{R}{m} \quad [4]$$

$$e'' + \frac{kc}{m} e = \frac{R}{m}$$

Aggiungendo alla soluzione della omogenea, una soluzione del tipo:

$$e = E \sin \omega_2 t$$

Si ha:

$$-E \omega_2^2 + E \omega_1^2 = \frac{R}{m}$$

$$E = \frac{R/m}{\omega_1^2 - \omega_2^2}$$

$$e = C1 \sin \omega_1 t + C2 \cos \omega_1 t + \frac{1}{m} \frac{|R|}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \sin \omega_2 t$$

Quindi, con le condizioni iniziali nulle:

$$e = C1 \sin \omega_1 t + C2 \cos \omega_1 t + \frac{1}{m} \frac{|R|}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \sin \omega_2 t$$

$$e = \frac{1}{m} \frac{|R|}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \left[-\frac{\omega_2}{\omega_1} \sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t \right]$$

Trascurando la pulsazione accoppiata alta ed essendo $\omega_1^2 \gg \omega_2^2$:

$$e = \frac{kc}{m \omega_1^2} |R| \sin \omega_2 t$$

$$F = kc e = kc \frac{|R|}{m \omega_1^2} \sin \omega_2 t = |R| \sin \omega_2 t \quad [5]$$

Ossia lo sforzo sulla controrotaia è, approssimativamente, solo quello dovuto all'inerzia del carro o del carrello.

Posta pari ad L la lunghezza dell'intero tratto inclinato della controrotaia, si osserva che per un contatto che avviene alla sua estremità il tempo di percorrenza dello stesso vale $T_p = 3,6 \text{ L/V}$.

Siano, quindi, due tipi di controrotaia:

- corta con $L = 1,5 \text{ m}$;
- lunga con $L = 7,2 \text{ m}$.

$$-\frac{0,018 \times 2 \times \pi V}{2 \times 3,6 \lambda} + \frac{0,018}{L} \frac{V}{3,6} = \frac{V}{3,6} 0,018 \left(-\frac{\pi}{\lambda} + \frac{1}{L} \right).$$

The weight of the yaw component has a value of:

$$\pi \frac{L}{\lambda}$$

which varies only with the length of the check rail and the wavelength of the yaw.

Therefore:

$$R = 0,005 \frac{k}{\omega_2} V \left[\frac{\pi}{\lambda} + \frac{1}{L} \right] \sin \omega_2 t = |R| \sin \omega_2 t$$

It is now possible to calculate the deformation of the check rail and from this force F .

Where:

$$e'' = -\frac{F}{m} + \frac{R}{m} \quad [4]$$

$$e'' + \frac{kc}{m} e = \frac{R}{m}$$

By adding to the homogeneous solution, a type of solution:

$$e = E \sin \omega_2 t$$

We have:

$$-E \omega_2^2 + E \omega_1^2 = \frac{R}{m}$$

$$E = \frac{R/m}{\omega_1^2 - \omega_2^2}$$

$$e = C1 \sin \omega_1 t + C2 \cos \omega_1 t + \frac{1}{m} \frac{|R|}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \sin \omega_2 t$$

Hence, with the initial conditions null:

$$e = C1 \sin \omega_1 t + C2 \cos \omega_1 t + \frac{1}{m} \frac{|R|}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \sin \omega_2 t$$

$$e = \frac{1}{m} \frac{|R|}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \left[-\frac{\omega_2}{\omega_1} \sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t \right]$$

Neglecting the high coupled pulsation and being $\omega_1^2 \gg \omega_2^2$:

$$e = \frac{kc}{m \omega_1^2} |R| \sin \omega_2 t$$

$$F = kc e = kc \frac{|R|}{m \omega_1^2} \sin \omega_2 t = |R| \sin \omega_2 t \quad [5]$$

That is, the stress on the check rail is, approximately, only that due to the inertia of the wagon or bogie.

Se il tempo di percorrenza è maggiore di $T/4$, viene raggiunto il valore del modulo, altrimenti esso sarà moltiplicato per il seno.

Le rispettive velocità limite, con le quali viene raggiunto il modulo, sono indicate in Tab. 5:

Tabella 5 – Table 5

Velocità limite Limit Speed				
Carro cr corta Short cr wagon	Carro cr lunga Long cr wagon	Loco cr corta Short cr loco	Loco cr lunga Long cr loco	
V limite [km/h] V limit [km/h]	38,4	184,34	88,63	425,1

$$V_{lim} = 3,6 \cdot L \cdot 4 \cdot f \text{ [km/h]}$$

Pertanto, per la controrotaia lunga, in ragione delle reali velocità di esercizio viene sempre raggiunto il modulo della funzione di sforzo (Fig. 16).

Si osserva, altresì, che, il valore della forza, al variare della velocità, ha un asintoto: infatti, dalla formula [5] per V molto grande, il seno tende all'argomento, per cui si ha:

$$\sin \omega_2 t = \omega_2 3,6 L/V$$

$$F = |R| \omega_2 3,6 L/V =$$

Having placed the length of the entire inclined section of the check-rail equal to L , it is observed that for a contact that occurs at its end the travel time of the same is $T_p = 3.6 L/V$.

There being, therefore, two types of check rail:

- short with $L = 1.5 \text{ m}$;
- long with $L = 7.2 \text{ m}$.

If the travel time is greater than $T/4$, the value of the module is reached, otherwise it will be multiplied by the sine.

The respective speed limits, with which the module is reached, are indicated in Tab. 5:

$$V_{lim} = 3,6 \cdot L \cdot 4 \cdot f \text{ [km/h]}$$

Therefore, due to the actual operating speeds, for the long check rail the stress function module is always reached (Fig. 16).

It is also observed that the value of the force, as speed varies, has an asymptote: in fact, from the formula [5] for very large V , the sine tends to the argument, so we have:

$$\sin \omega_2 t = \omega_2 3,6 L/V$$

$$F = |R| \omega_2 3,6 L/V =$$

$$0,005 \frac{k}{\omega_2} V \left[\frac{\pi}{\lambda} + \frac{1}{L} \right] \omega_2 3,6 \frac{L}{V} = 0,018 k \left[\frac{\pi L}{\lambda} + 1 \right]$$

function only of the rigidity of the primary suspension, the length of the check rail and the yaw wavelength.

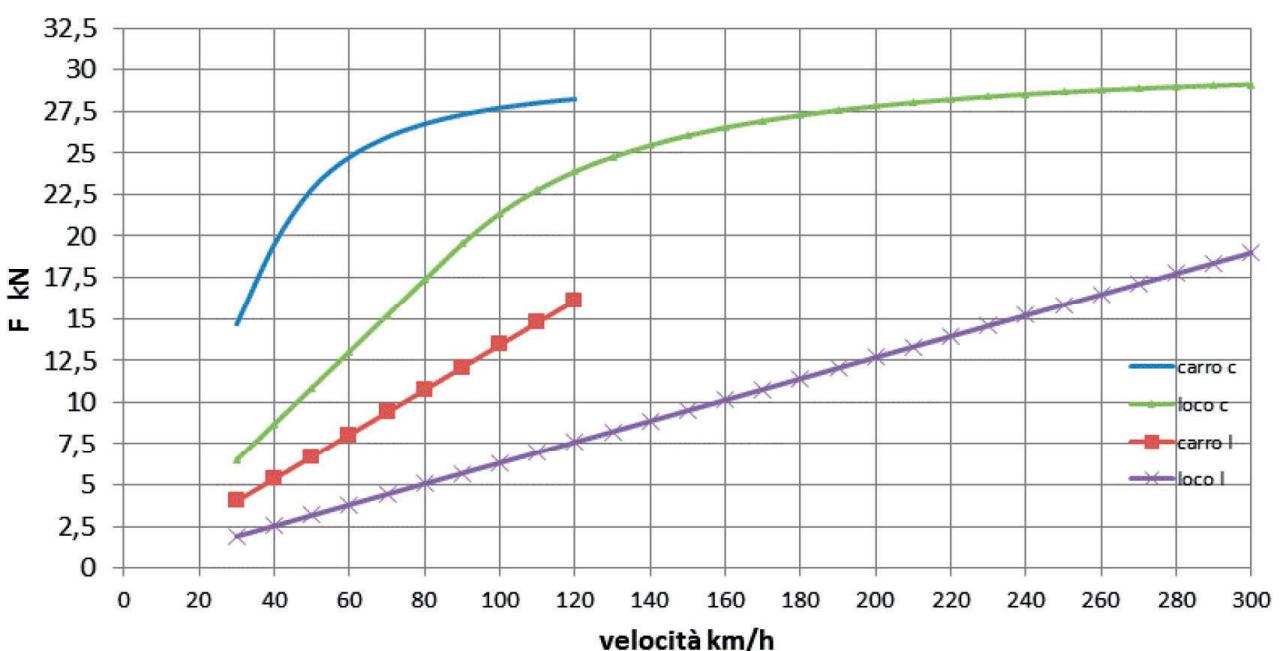


Figura 16 – Sforzi sulla controrotaia.
Figure 16 – Stresses on the check rail.

$$0,005 \frac{k}{\omega_2} V \left[\frac{\pi}{\lambda} + \frac{1}{L} \right] \omega_2 3,6 \frac{L}{V} = 0,018 k \left[\frac{\pi L}{\lambda} + 1 \right]$$

funzione solamente della rigidezza della sospensione primaria, della lunghezza della controrotaia e della lunghezza d'onda del serpeggio.

Dal grafico si individua:

- Una sostanziale differenza di sforzi tra controrotaie lunghe e corte: ciò in relazione alla minore inclinazione delle une rispetto alle altre (con un rapporto di circa 1/4,8);
- Per le controrotaie lunghe il ciclo di oscillazione raggiunge il suo massimo, fermo restando che ciò avviene quando il punto di contatto sia ad una limitata distanza dall'imbocco;
- Che per le controrotaie corte il ciclo si arresta prima del suo massimo;
- La notevolissima influenza del tipo di veicolo (caratteristiche inerziali, passo delle sale, rigidezze, ecc.);
- La congruenza tra sforzo causato dal carro alla velocità di 120 km/h con quello della locomotiva a 280 km/h;
- La asintoticità dello sforzo massimo (35 kN) valore pari a circa la metà del valore limite di sforzo trasversale sulla via pari a 0,85 (10 + $\frac{Q}{3}$) con Q carico assiale statico, qui considerato uguale a 200 kN.

Applicando, ora, un modello completo (e risolvendo numericamente) si giunge, con le formule [1] e [2] a risultati che comprendono la componente oscillatoria della deformata della controrotaia il cui contributo, come è da attendersi, è modesto.

Non si prendono in considerazione gli ulteriori contributi di sforzo causati dal trascinamento laterale del carro come degli effetti di richiamo trasversale e rotatorio sulla cassa. Infatti, perché ciò avvenga l'accostamento deve avvenire per ambedue gli assi (rispettivamente del carro o del carrello). Ma gli sforzi massimi si hanno sulla controrotaia corta, la cui lunghezza del tratto inclinato (1,5 m) è inferiore al passo degli assi minimo. In altri termini, l'asse posteriore si comporterà, nella ipotesi di maggiore aggressività, come quello anteriore.

Si è, inoltre, considerata (o meno) la presenza di smorzamento isteretico per la sospensione primaria trasversale (con un fattore del 5%) che comporta un apprezzabile incremento dello sforzo sulla controrotaia per la maggiore reattività della sospensione (Fig. 17 e Fig. 18).

The graph shows:

- A substantial difference in stress between long and short check rails: this in relation to the lower inclination of one with respect to the other (with a ratio of about 1/4,8);
- For long check rails the oscillation cycle reaches its maximum, it being understood that this occurs when the point of contact is at a limited distance from the inlet;
- That for short check rails the cycle stops before its maximum;
- The significant influence of the vehicle type (inertial characteristics, the wheel sets pitch, rigidities, etc.);
- The congruence between the stress caused by the wagon at a speed of 120 km/h with that of the locomotive at 280 km/h;
- The maximum stress asymptoticity (35 kN) value equal to about half of the transverse stress limit value on the track equal to 0,85 (10 + $\frac{Q}{3}$) with Q static axial load, here considered equal to 200 kN.

Applying, now, a complete model (and solving numerically) we obtain, with the formulas [1] and [2] results that include the oscillatory component of the deformation of the check rail whose contribution, as is to be expected, is modest.

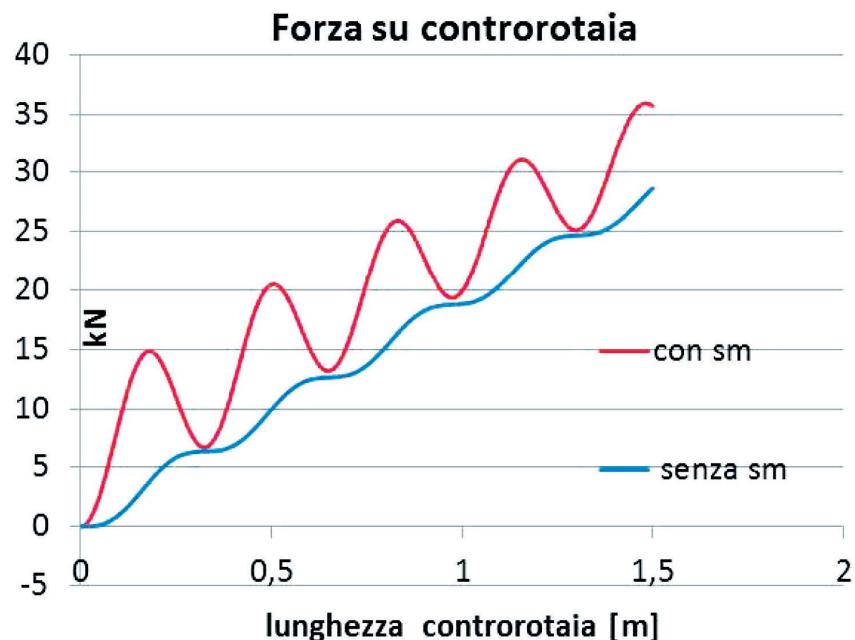


Figura 17 – Forza sulla controrotaia corta. Carro alla V = 120 km/h.
Figure 17 – Force on the short check rail. Wagon at V = 120 km/h.

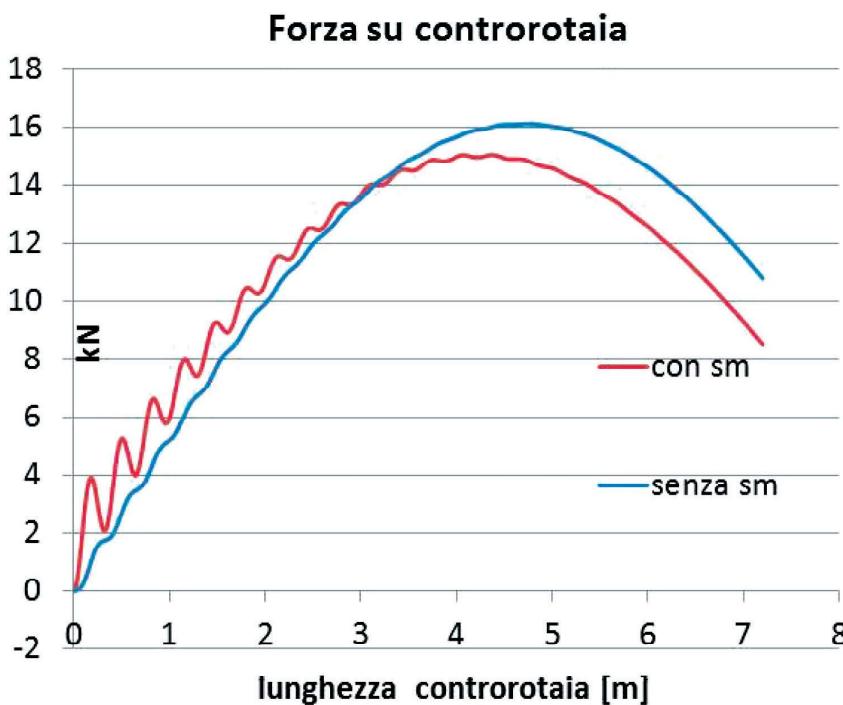


Figura 18 – Forza sulla controrotaia lunga. Carro alla $V = 120$ km/h.
Figure 18 – Force on the long check rail. Wagon at $V = 120$ km/h.

5. Smorzamento della sospensione secondaria

Considerando presente uno smorzatore viscoso tra carrello della locomotiva e cassa (tipo ammortizzatore antisepaggio - a.s.) e tuttavia assente lo smorzamento della primaria si avrà una variazione della frequenza accoppiata bassa, approssimativamente:

$$f(a.b.) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{W}{2J}\right)^2 - \omega_2^2}$$

ossia

Con un coefficiente di smorzamento pari a $h = 0,4$ si ottiene:

$$f(a.b.) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{h 2J \omega_2}{2J}\right)^2 - \omega_2^2} = \frac{\omega_2}{2\pi} \sqrt{1 - 0,4^2}$$

Il rapporto dei periodi propri con e senza smorzamento è:

$$1/\sqrt{1 - 0,4^2} = 1,2$$

E, quindi, in presenza di smorzamento viscoso della sospensione secondaria il periodo proprio aumenta:

$$f(a.s.) = \frac{\omega_2}{2\pi} \sqrt{1 - 0,4^2} = 0,84 \cdot 4,1$$

The additional stress contributions caused by the lateral dragging of the wagon are not taken into account as the effects of transverse and rotational drawback on the car body. In fact, for this to happen, the approach must take place for both axles (respectively of the wagon or bogie). But the maximum stresses are on the short check rail, whose length of the inclined section (1.5 m) is less than the minimum pitch of the axles. In other terms, the rear axle will behave like the front one, in the event of greater aggressiveness.

The presence of hysteretic damping was also considered (or not) for the primary transverse suspension (with a factor of 5%) which leads to a substantial increase in the stress on the check rail for the greater reactivity of the suspension (Fig. 17 and Fig. 18).

5. Damping of the secondary suspension

Considering that there is a viscous damper between the locomotive bogie and the car body (antiyaw damper type - a.s.) and however the primary damping is still absent, there will be a variation in the low coupled frequency, approximately:

$$f(a.b.) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{W}{2J}\right)^2 - \omega_2^2}$$

that is

With a damping coefficient equal to $h = 0,4$ we obtain:

$$f(a.b.) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{h 2J \omega_2}{2J}\right)^2 - \omega_2^2} = \frac{\omega_2}{2\pi} \sqrt{1 - 0,4^2}$$

The ratio of own periods with and without damping is:

$$1/\sqrt{1 - 0,4^2} = 1,2$$

And, therefore, in the presence of viscous damping of the secondary suspension the period increases:

$$f(a.s.) = \frac{\omega_2}{2\pi} \sqrt{1 - 0,4^2} = 0,84 \cdot 4,1$$

So it becomes $T = 0,29$ s

Per cui diventa $T = 0,29$ s

Dai grafici seguenti (Fig. 19 e Fig. 20) si vede che la presenza degli ammortizzatori antiserpeggio non ha particolare influenza se non nella, modesta, variazione sulla frequenza accoppiata bassa del sistema.

Dai calcoli sopra indicati risulta sforzi massimi sulla controrotaia di circa 35 kN provocati sia dal carro a due assi alla velocità di 120 km/h che dal carrello della locomotiva a 280 km/h su controrotaia corta.

Essendosi assegnata ad essa ed ai suoi supporti una rigidezza di 6,21 E8 N/m, la relativa deformazione è 0,06 mm. L'ipotesi della sostanziale indeformabilità della controrotaia resta confermata: ne deriva che la protezione della punta è garantita.

L'incremento di spinta sulla controrotaia, dovuto alle forze di strisciamento laterale delle tavole di rotolamento delle ruote della sala anteriore - di assai difficile valutazione - in linea di principio, dovrebbe essere pari al carico verticale Q agente sulla sala per il coefficiente di attrito radente. Infatti, il rapporto tra velocità di strisciamento trasversale sulla velocità di traslazione è pari ad f (inclinazione della controrotaia) è ben maggiore del 5%° convenzionalmente considerato come limite dei microscorrimenti. Insieme con ciò è da considerare che le areole di appoggio delle tavole, sulla rotaia da un lato e sulla cassa del cuore dall'altro, ruotano intorno ad un asse verticale in ragione della rotazione dell'asse medesimo, vincolato al telaio del carro o del carrello.

Analogamente, dovrebbe essere considerato l'effetto della variazione dei circoli di rotolamento: in tal caso, però, salvo che si sia in presenza di forze longitudinali frenanti o traenti, si rientrerebbe nella situazione di microslittamento.

È, infine, da rilevare che le forze agenti sulla controrotaia equilibranti le forze di interazione fra la tavola di ro-

The following graphs (Fig. 19 and Fig. 20) show that the presence of the anti-yaw dampers has no particular influence if not in the modest, variation on the low coupled frequency of the system.

The above calculations show maximum stresses on the check rail of about 35 kN caused both by the two-axle wagon at a speed of 120 km/h and by the locomotive bogie at 280 km/h on the short check rail.

Since a rigidity of 6.21 E8 N/m has been assigned to it and its supports, the relative deformation is 0.06 mm. The hypothesis of the substantial non-deformability of the check rail remains confirmed: it follows that the protection of the point of frog is guaranteed.

The increase in thrust on the check rail, due to the lateral sliding forces of the rolling tables of the wheels of the front wheel set - quite difficult to evaluate - should in principle be equal to the vertical load Q acting on the wheel set for the coefficient of sloping friction. In fact, the ratio between the transverse sliding speed and the travel speed is equal to f (inclination of the check rail) and is much greater than the 5%° conventionally considered as the limit of the microslips. Together with this, it should be considered that the support areas of the boards, on the rail on one side and on the frog body on the other, rotate around a vertical axis due to the rotation of the same axis, constrained to the chassis of the wagon or bogie.

Similarly, the effect of the variation of the running tread should be considered: in this case, however, unless there are longitudinal braking or pulling forces, it would fall into the microslip situation.

Finally, it should be noted that the forces acting on the check rail, balancing the forces of interaction between the

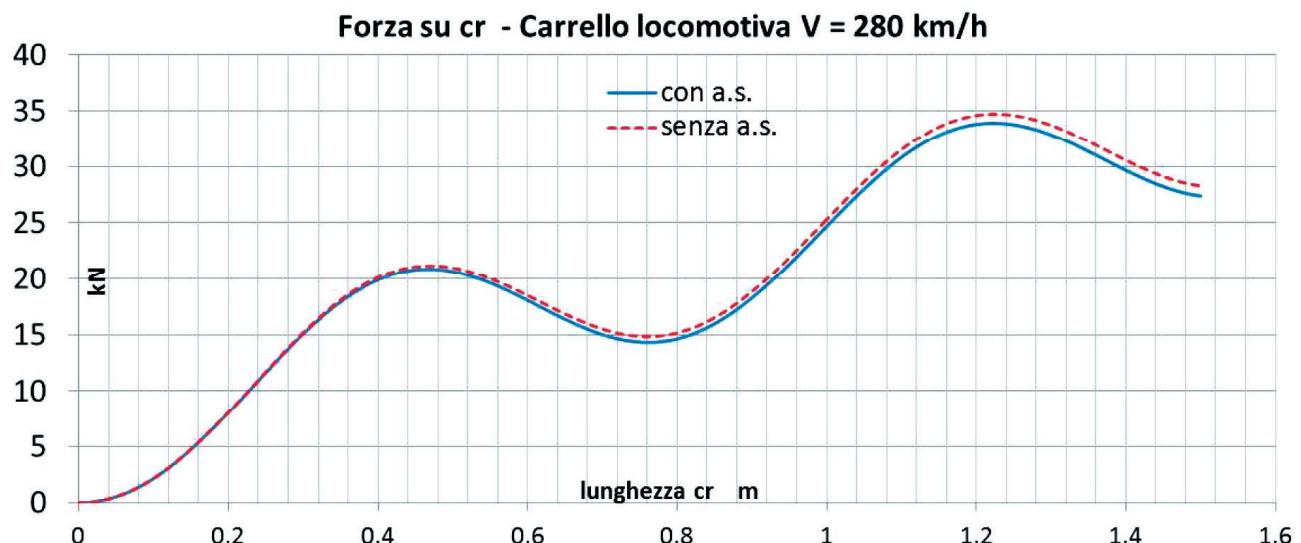


Figura 19 – Forze sulla controrotaia corta.
Figure 19 – Forces on the short check rail.

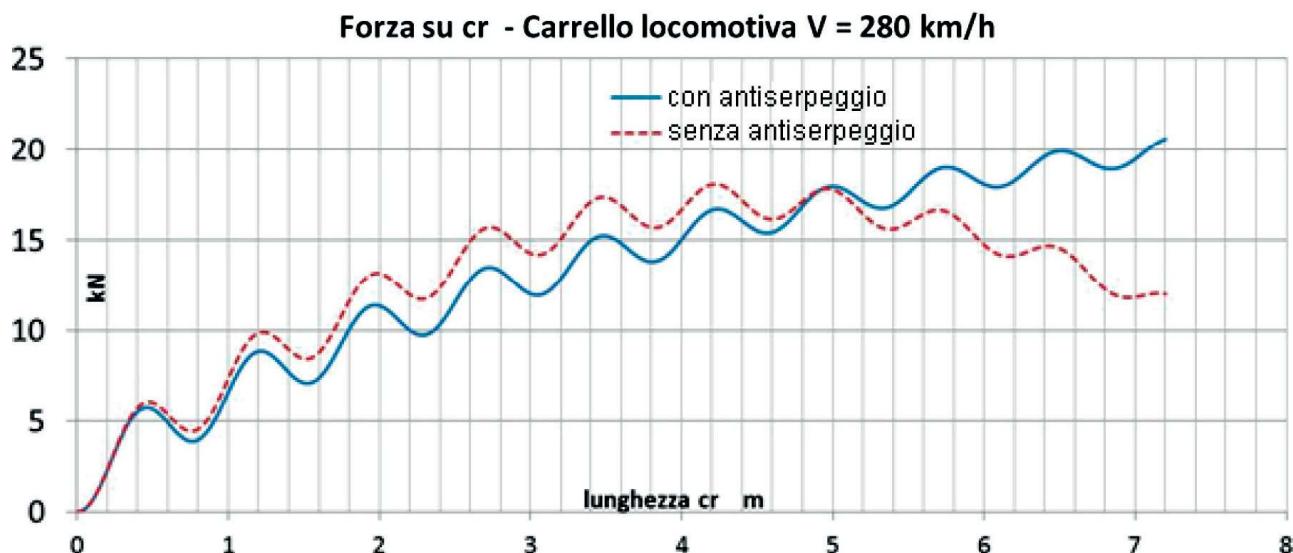


Figura 20 – Forze sulla controrotaia lunga.
Figure 20 – Forces on the long check rail.

tolamento e la rotaia, si elidono tramite la piastra di collegamento. Pertanto, insieme alla deformabilità della controrotaia dovrebbe essere considerata la deformabilità rotazionale della rotaia sul suo appoggio.

In ragione delle predette incertezze ed allo scopo di mantenere lo schema di calcolo quanto più semplice possibile, non si sono prese in considerazione le forze non conservative di attrito.

6. Circolazione sul ramo deviato

Non si sono presi in considerazione gli sforzi scambiati tra sala e controrotaia nella circolazione sul ramo deviato dello scambio (Fig. 21 e Fig. 22). In tale circostanza, a parte le minori velocità di transito, è praticamente sicuro che la controrotaia effettui il richiamo del bordino, sostituendosi alla intermedia nel determinare la traiettoria. Da ciò la maggiorazione dello sforzo, connesso alla perturbazione causata dall'inclinazione della controrotaia, della componente della forza centrifuga; ma questa è presente in misura assai variabile dipendendo dall'assetto delle sale, dalla conformazione del cuore (retto o curvo), dal comportamento oscillatorio del carrello / carro e della cassa del veicolo.

Si nota l'incremento di spinta dovuto al richiamo della controrotaia.

7. Conclusioni

Dai modelli di calcolo adottati (necessariamente semplificati in ragione della complessità dei fenomeni in gioco) e tenuto conto della larga variabilità dei parametri applicati risultano, peraltro, confermate le favorevoli esperienze di esercizio degli scambi che, da oltre 180 anni, hanno previsto l'impiego delle controrotaie.

rolling table and the rail, are removed through the connecting plate. Therefore, together with the deformability of the check rail, the rotational deformability of the rail on its support should be considered.

Due to the aforementioned uncertainties and in order to keep the calculation scheme as simple as possible, the non-conservative forces of friction have not been taken into account.

6. Running on the diverging route

The stresses exchanged between the wheel set and the check rail in the circulation on the diverted route of the turnout were not considered (Fig. 21 and Fig. 22). In this circumstance, apart from the lower transit speeds, it is practically certain that the check rail carries out the retraction of the flange, replacing the intermediate in determining the trajectory. Hence the increase of the stress, connected to the disturbance caused by the inclination of the check rail, of the component of the centrifugal force; but this is present to a very variable extent depending on the arrangement of the wheel sets, the conformation of the frog (straight or curved), the oscillatory behaviour of the bogie/wagon and the vehicle body.

Note the increase in thrust due to the retraction of the check rail.

7. Conclusions

The calculation models adopted (necessarily simplified due to the complexity of the phenomena at stake) and taking into account the wide variability of the parameters applied, however, confirm the favourable experience of operation of

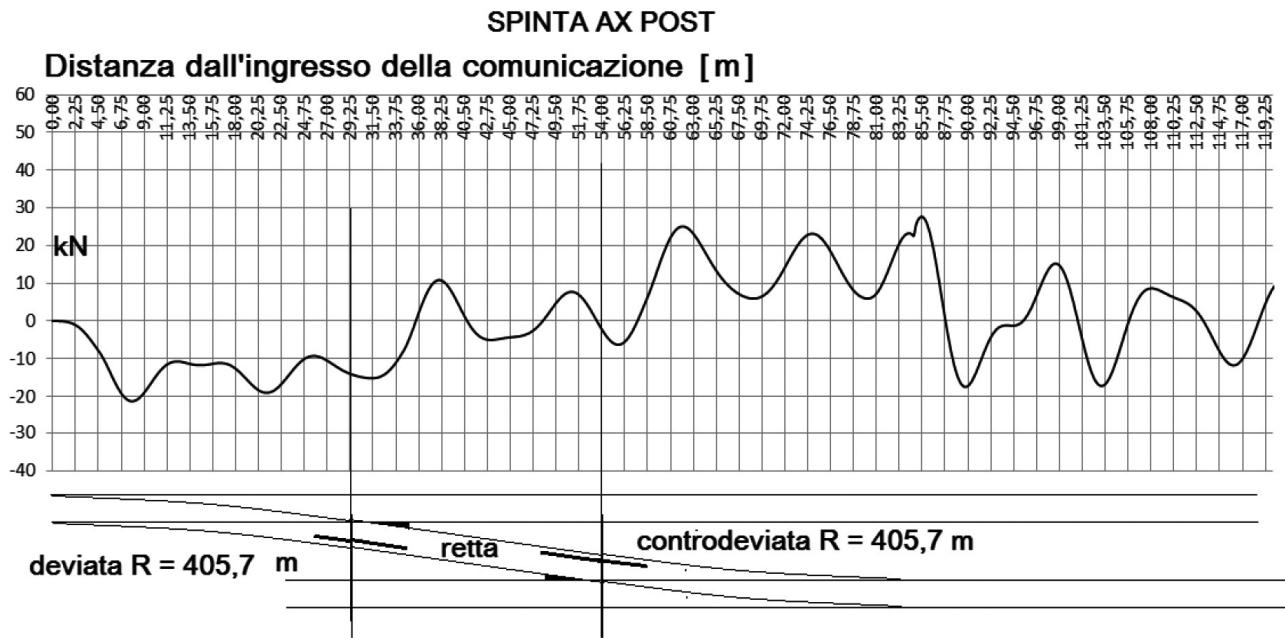


Figura 21 – Comunicazione 60 U/ 0,074 /400 - Spinta sulla sala posteriore positiva se diretta a sx senso marcia - Provenienza da sx - Carro a due assi - Velocità 60 km/h - Senza calcolo della controrotaia.

Figure 21 – Crossing 60 U/ 0.074 /400 - Positive rear wheel set thrust if directed to the left in the direction of travel - Origin from the left - Two-axle wagon - Speed 60 km/h - Without calculation of the check rail.

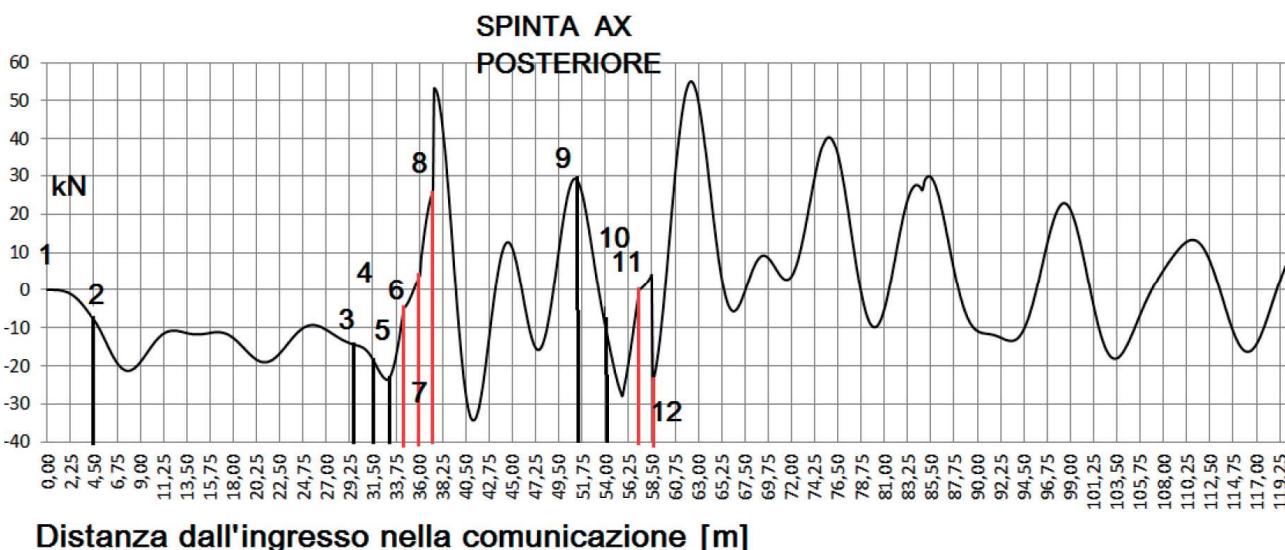


Figura 22 – Come sopra ma con calcolo della controrotaia

1 Ingresso ax anteriore - 2 ingresso ax post. - 3 accosto cr. ax ant. - 4 fine incl. cr. ax ant. - 5 fine cr. ax ant. - 6 ingresso cr. ax post. - 7 fine incl. cr. ax post. - 8 uscita cr. ax post. - 9 ing. 2 cr. ax ant. - 10 uscita cr. ax ant. - 11 ing. cr. ax post. - 12 uscita cr. ax post.

Figure 22 – As above but with calculation of the check rail

1 Front ax input - 2 rear ax input - 3 approach front ax cr. - 4 end incl. front ax cr. - 5 end front ax cr. - 6 input rear ax cr. - 7 end incl. Rear axle cr. - 8 rear axle cr. output - 9 front ax cr. 2 input - 10 front cr. ax output - 11 rear ax cr. input - 12 rear ax cr. output.

Ciò non di meno, a partire dagli anni settanta del secolo scorso, stimata interessante la scelta innovativa delle Ferrovie Giapponesi di dotare gli scambi della loro linea AV Tokaido di cuori a punta mobile, le Ferrovie Europee (Comitato ORE D 117) sottoposero ad attento esame, mediante studi e ricerche, la compatibilità tra traffico AV e controrotaie [1].

Il Comitato, nel suo rapporto finale, individuava l'opportunità di eliminare la controrotaia per velocità superiori ai 220 km/h.

Le successive esperienze ed approfondimenti, tra le quali gli oltre 15 anni di esercizio a 250 km/h con ETR 450, sulla linea DD.ma Roma-Firenze delle FS, confermarono che tale velocità può essere superata [2]. Attualmente le Specifiche Tecniche di Interoperabilità escludono l'impiego di controrotaie per velocità maggiori di 250 km/h [3].

Peraltro le FS e, poi, RFI per la rete AV italiana (velocità massime 250-300 km/h) hanno impiegato, sulle tratte ove tali velocità vengono raggiunte, scambi attrezzati con cuore a punta mobile con, conseguente, eliminazione della controrotaia.

È, infatti, ragionevole considerare che la presenza delle discontinuità tipiche del dispositivo di incrocio (il cuore) sia sul piano di rotolamento sia sulle linee direttive, provocano perturbazioni alla marcia dei rotabili che pur dando luogo, come visto, a modeste reazioni meccaniche sulla via e sul veicolo, generano disturbi al confort di viaggio che possono non essere graditi in un esercizio che insieme alla alta velocità deve offrire un elevato livello di qualità del servizio.

Non è, infine, da sottovalutare che la ripetizione di cicli di carico su specifiche sezione della via (le zone dei cuori, per l'appunto) anche se abbondantemente nei limiti di stabilità del tracciato importano, per la inesorabile fatica dei materiali preposti a sostenere tali sforzi (il pietrisco, in particolare) ad accumulo nel tempo di deformazioni plastiche irreversibili che determinano un progressivo degrado della geometria dell'apparecchio: in special modo dell'assetto trasversale.

Ciò comporta, anche per quanto innanzi accennato circa la qualità globale di sistema, ad interventi manutenuti di ripristino dell'allineamento che, se accettabili sulle linee ordinarie, mal si conciliano su quelle AV per la loro maggiore onerosità (interruzioni necessariamente notturne, rallentamenti post- intervento, soprattutto).

the turnouts that have provided for the use of check rails for over 180 years.

However, starting from the seventies of the last century, the European Railways (Committee HOURS D 117) subjected the compatibility between HS traffic and check rails to careful examination, through studies and researches, as the innovative choice of the Japanese Railways to equip the turnouts of their HS line Tokaido of moving frog points was considered interesting [1].

The Committee, in its final report, identified the convenience of eliminating the check rail for speeds above 220 km/h.

Subsequent experiences and insights, including the more than 15 years of operation at 250 km/h with ETR 450, on the Rome-Florence FS direct line, confirmed that this speed can be exceeded [2]. Currently the Interoperability Technical Specifications exclude the use of check rails for speeds greater than 250 km/h [3].

Moreover, the FS and, later, RFI for the Italian HS network (maximum speeds 250-300 km/h) have used turnouts equipped with a mobile point frog with consequent elimination of the check rail on the sections where these speeds are reached.

It is, in fact, reasonable to consider that the presence of the typical discontinuities of the crossing device (the frog) both on the rolling plane and on the straight lines, cause disturbances to the rolling stock travel which, although giving rise, as seen, to modest mechanical reactions on the track and on the vehicle, generate disturbances to travel comfort that may not be appreciated in a service that together with high speed must offer top level service quality.

Finally, it is not to be underestimated that the repetition of load cycles on specific sections of the way (the frog areas, precisely) matter even if abundantly within the stability limits of the route, due to the inexorable fatigue of the materials in charge of supporting these efforts (the gravel, in particular) to accumulate irreversible plastic deformations over time that determine a progressive degradation of the geometry of the equipment: in particular of the transversal alignment.

This entails maintenance interventions to restore alignment, also as mentioned above about the overall quality of the system, which, if acceptable on ordinary lines, poorly agree with HS lines due to their greater cost (disruptions necessarily at night, post-operation slowdowns, above all).

BIBLIOGRAFIA - REFERENCES

- [1] O.R.E. *Question D 72 – “Principi direttori per il progetto degli apparecchi del binario”* – Utrecht, 1969 – Primi riferimenti alla necessità di impiego dei cuori a punta mobile.
 - [2] BERNABEI, CHELI, KAJON, NAPOLEONI, TESTA, VENTURA, *“Deviatoi innovativi con cuore a punta mobile”*, Ingegneria Ferroviaria, n. 6, 1993. Risultati della campagna sperimentale AV su scambi con cuore a punta mobile e su scambi con controrotaia.
 - [3] COMMISSIONE DELLE COMUNITÀ EUROPEE – *“Specifiche tecniche d’interoperabilità per il sottosistema infrastrutture”*. Regolamento (UE) n. 1299/2014.
-