



Armamento ferroviario: impostazione e verifica dei requisiti di progetto tramite un modello quantitativo ingegneristico preliminare

Trackwork-systems: design requirements setting and verification by a preliminary quantitative engineering model

Lucio MARONGIU ^(*)

Sommario - I processi di Impostazione e Verifica della progettazione sono pilastri fondamentali nell'attuale contesto ferroviario, incluso l'armamento. Nello svolgimento di queste attività, è prassi controllare, ricorrendo anche a calcoli alternativi semplificati, che il dimensionamento dei principali componenti del sistema di armamento sia compatibile con i principali requisiti di sicurezza e operativi al fine di individuare eventuali situazioni critiche e decidere se implementare verifiche più dettagliate. Questa recensione ripropone in modo operativo noti metodi di letteratura referenziabili, facilmente implementabili con strumenti SW standard, finalizzati ad avere una stima quantitativa preliminare a supporto dei processi di impostazione e verifica, soprattutto in contesti ove la standardizzazione delle configurazioni e dei componenti non è consolidata. Declinato come elemento di supporto alle decisioni, è in particolare rivolto ai coordinatori di progetto coinvolti nelle suddette attività di impostazione e verifica.

Summary - The design Setting-out and Verification Process are key pillars in the current railway context, trackwork-systems included. During typical activities, it is common to verify, in some contexts also by alternative simplified calculations, that the sizing of the main components of the track-systems are compatible to the main safety and operative requirements in order to detect possible critical situations and to decide whether to implement detailed calculations. This review re-proposes in operative way well-known referenced methods of literature, easily implementable by standard SW tools (spreadsheets), finalized to a preliminary quantitative estimation supporting setting-out and verification processes, mainly in contexts where the standardization of configurations and components is not consolidated. Implemented as decisional support tool, it is mainly addressed to the project design-managers involved in the setting-out and verification process coordination.

1. Introduzione

Nel quadro generale dei processi di impostazione e verifica della progettazione (Fig. 1), lo scopo di questa recensione è descrivere un metodo pratico utile per avere un calcolo/dimensionamento preliminare dei componenti principali di un sistema di armamento su ballast. Il modello può essere esteso anche ad altre tipologie di armamento, in condizioni specifiche da definire caso per caso.

L'obiettivo è stato quello di riorganizzare organicamente, attraverso un percorso operativo, i principali risultati diffusi nella letteratura e pratica corrente, sintetizzando le più significative per lo scopo e rappresentando anche le integrazioni/modifiche derivanti dall'esperienza dell'autore. Tutto questo anche finalizzato a disporre di un set di metodi oggettivamente referenziabili da accreditate pub-

1. Introduction

In the general framework of design setting and verification processes (Fig. 1), the aim of this review is to describe a practical method useful to have a basic calculation/sizing of the main components of a ballasted trackwork system. The model can also be extended to other trackwork typologies, under specific conditions to define case by case.

The goal has been to re-arrange systematically, following an operative path, the main results spread-out in the current literature and best practices, summarizing the more significant for the purpose, highlighting also the additional integration/modification coming from author's experience. All this also aimed to have a set of methods objectively referenced by credited international publications, indispensable requirement for formal technical verification.

^(*) Hitachi Rail STS – Engineering Manager – email: lucio.marongiu@hitachirail.com – telefono: +39 0812437095.

^(*) Hitachi Rail STS – Engineering Manager – e-mail: lucio.marongiu@hitachirail.com – phone: +39 0812437095.

blicazioni internazionali, requisito imprescindibile per le verifiche tecniche formali.

Le finalità sono essenzialmente:

- contribuire a definire i principali requisiti di configurazione durante le fasi impostative di un progetto;
- affiancarsi, senza sostituirsi, a metodi e calcolazioni di dettaglio dei componenti per configurazioni di armamento non standard;
- supportare i coordinatori della progettazione nella verifica di progetti con calcoli alternativi come raccomandato anche dalle norme vigenti [10].

Questo modello, facilmente implementabile con strumenti SW standard (es. normali fogli di calcolo), o persino con semplici calcoli manuali, consente di ottenere “ordini di grandezza” quantitativi, confidando su risultati più accurati delle usuali verifiche basate sui criteri di “ri-proporzionamento” di configurazioni standard, spesso adottati nelle pratiche tecniche. In altre parole, il modello proposto è una sorta di “indicatore quantitativo intermedio”, utile per evidenziare possibili situazioni di criticità e decidere se implementare verifiche e calcolazioni di dettaglio.

L'approccio descritto è “meccanicistico” statico, riproponendo in chiave applicativa i principali classici risultati della Scienza delle Costruzioni e Geotecnica: sollecitazioni nelle componenti stimate implementando i risultati delle equazioni differenziali della linea elastica risolte tenendo conto delle condizioni al contorno del sistema di armamento e ipotesi di carico. La relativa letteratura tecnica recensita parte dal XIX e XX secolo (WINKLER, HETÈNYI, VESIC, TERZAGHI, TESORIERE, ROBERT) fino alle più recenti pubblicazioni (XXI secolo) edite principalmente da Scuole di ingegneria di armamento europee (ESVELD, CIFI), canadesi (BATHURST, CAI) e australiane (ZHANG, MURRAI, FERREIRA), pratiche europee (UIC) e alcune recenti esperienze di progettazione/verifica dell'Autore in Danimarca, Vietnam, Taiwan e Arabia Saudita.

Vengono dunque riproposti e descritti diversi approcci consolidati tratti dalla letteratura tecnica corrente, mettendo in evidenza non solo i risultati assoluti, ma l'elasticità dei modelli di calcolo e le loro differenze reciproche, al fine di perseguire la migliore “confidenza” ingegneristica sui risultati durante i tipici processi di impostazione/verifica.

Il lavoro è focalizzato solo sull'interazione tra il sistema di binario e gli strati massicciata/sottotondo, finalizzato al calcolo del valore delle sollecitazioni di flessione, taglio, ecc. nei componenti principali. La verifica della resistenza di ogni componente specifico non è inclusa in questo articolo, costituito dalle seguenti sezioni principali:

- descrizione dei modelli concettuali per il calcolo delle sollecitazioni;

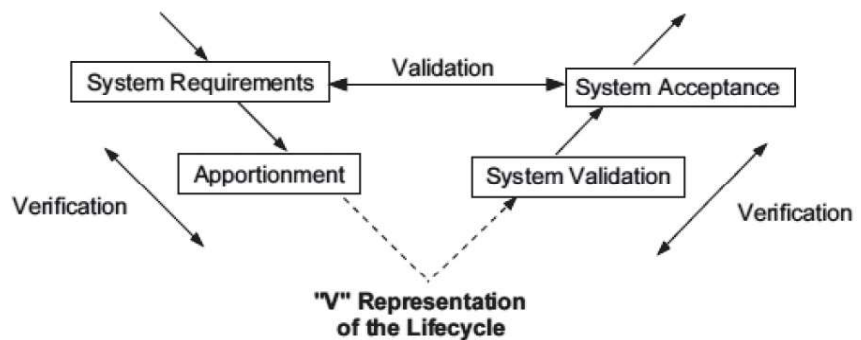


Figura 1 – Ref. tipico processo V-cycle definito dalla CENELEC 50126.
Figure 1 – Ref. to the typical V-cycle delivery process defined by CENELEC 50126.

The main goals are:

- to contribute to define the main configuration requirements during the typical setting design phases;
- to support, not to replace, the detailed methods and calculations of components for not standard configurations;
- to support the design coordinators in the verification of projects with alternative calculations as recommended also by the current regulations [10].

This model, easy implementable by standard SW tools (e.g. usual spreadsheets), or by simple handmade calculation, is finalized to have a preliminary quantitative “magnitude order” trusting in a results more accurate than e.g. “re-proportioning” of standard configurations, often implemented in technical practice. In other words, the model proposed is a kind of “intermediate quantitative indicator”, useful to highlight possible critical situations and to decide whether to implement detailed calculations.

The approach described is static “mechanistic”, re-proposing in practical way the main classic results of the Construction Science and Geotechnical: stresses in the components estimated implementing the results of differential equations of elastic line solved taking into account the track-work system boundary conditions and loads assumptions. The related technical literature processed started from the ones of 19th and 20th centuries (WINKLER, HETÈNYI, VESIC, TERZAGHI, TESORIERE) until the recent papers (21th century) mainly edited by European (ESVELD, CIFI), Canadian (CAI, BATHURST) and Australian (ZHANG, MURRAI, FERREIRA) track-work engineering Schools, European best practices (UIC), and some recent relevant international design experience of the Author in Denmark, Vietnam, Taiwan and Saudi Arabia.

Several consolidated approaches from current technical literature are therefore re-proposed and described, highlighting not only the absolute results, but the elasticity of the calculation models and their reciprocal differences, in order to pursuit the better engineering “confidence” about the results during the typical setting/verification processes.

The paper is focused only on the interaction between the trackwork system and the ballasted/subgrade layers, final-

2. calcolo dei parametri di sollecitazione nei componenti del binario: traverse e rotaie;
3. casi di studio;
4. considerazioni finali.

Il processo di verifica viene applicato durante tutto il processo di produzione, dall'inizio (definizione dei requisiti) durante l'installazione, fino all'esercizio e alla manutenzione.

2. Il modello di calcolo delle sollecitazioni

La Fig. 2 [8] descrive il tipico sistema di armamento su ballast.

Il sistema è costituito da un terreno multistrato di fondazione su cui si sono appoggiate le traversine. Le rotaie sono vincolate alle traversine tramite gli attacchi.

Ai fini applicativi occorre procedere con:

- 1) identificazione dei parametri di ingresso;
- 2) definizione quantitativa dei parametri di interazione del multistrato (armamento, massicciata, sottofondo);

ized to calculate the value of bending, shear, etc. stresses in the main components. The strength verification of each specific component is not included in this paper, which consists of the following main sections:

1. description of the conceptual stress calculation models;
2. stress parameters calculation in the trackwork components: sleepers and rails;
3. case studies;
4. final discussion.

The Verification Process is applied during all the process delivery, from the beginning (requirements definition) throughout the installation, until the operation and maintenance.

2. Stresses Calculation Model

Fig. 2 [8] describes the typical ballasted track-system.

The system consists of a multilayer foundation-soil on which the sleepers have supported. The rails have bonded to the sleepers through the fastenings.

For implementation purposes it is necessary to define:

- 1) input parameters identification;
- 2) quantitative definition of parameters of multi-layer interaction (e.g. track-system, ballast, subgrade);
- 3) bending, shear, etc. calculation and strength verification.

In the next paragraphs, it has been summarized the main calculation criteria, coming by current technical literature, and the model implementation description, until examples of calculation, included some relevant results.

2.1. Conceptual Model

The proposed quantitative setting/verification model of the interaction between the track and the ballast/soil comes from common principles of Construction Science and Geotechnical, continuous static mechanistic approach.

It is applied the elastic beam on elastic soil theory, derived by WINKLER [1] assumptions implemented to the railway context by ZIMMERMANN [2], TALBOT et al. [9]. The basic-algorithm of the solutions issued by HETËNYI is implemented [3] to calculate the design parameters, included the bending and shear stresses in the components, as described in the following. ROBERT

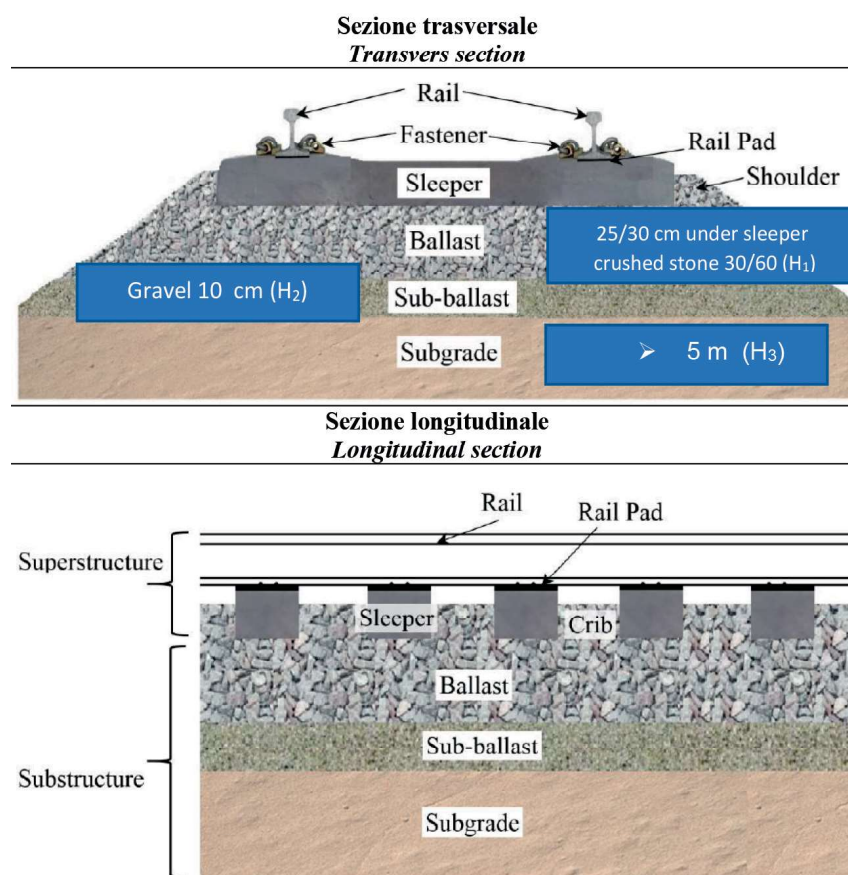


Figura 2 – Tipico sistema di armamento su ballast.
Figure 2 – Typical ballasted track-system.

3) calcolo del momento flettente, taglio, ecc. nei componenti e verifica della resistenza.

Nei paragrafi seguenti, sono richiamati i principali criteri di calcolo, provenienti dalla letteratura tecnica corrente, e viene proposta la procedura di implementazione del modello; sono proposti inoltre esempi di calcolo, ed alcuni risultati rilevanti.

2.1. Modello Concettuale

Il modello di impostazione/verifica quantitativa proposto dell'interazione tra binario e massicciata/terreno deriva dai noti principi della Scienza delle Costruzioni e Geotecnica, approccio meccanicistico statico nel continuo.

Viene applicata la teoria della trave elastica su suolo elastico, derivata dalle ipotesi di WINKLER [1] implementata nel contesto ferroviario da ZIMMERMANN [2], TALBOT *et al.* [9]. L'algoritmo di base delle soluzioni proposte da HETÉNYI [3] sono state implementate per calcolare i parametri di progetto, incluse le sollecitazioni di flessione e taglio nei componenti, come descritto di seguito.

ROBERT negli anni '50 del 1900 [16], TESORIERE anni '70/80 [4] e più recentemente VAN BELKOM 2013 [12] hanno riassunto le principali fasi dello sviluppo dei modelli nel corso degli anni. Recentemente i metodi sono stati ripresi e ripubblicati da numerosi autori (vedere bibliografia), ma soprattutto implementati per decenni per la progettazione di numerosi impianti, validando sul campo una grande varietà di risultati, il che li rende ancora utilizzabili per le finalità descritte in questo articolo.

L'assunto di base consiste nel considerare il sistema binari-traversine come una trave continua (i binari) su appoggi morbidi indipendenti tra loro (traversine/fondazione), caricati dai soli sforzi verticali [11] (schema cosiddetto "alla WINKLER", Fig. 3).

Le traversine (Fig. 4) sono assunte come travi su terreno elastico, caricate dagli sforzi verticali (carichi dalle ruote) distanziate della distanza tra i piani di rotolamento delle ruote stesse (circa lo scartamento):

È ben noto che, anche se la fondazione cosiddetta alla WINKLER può essere interpretata come un sistema di molle verticali indipendenti, il modello presuppone che le deformazioni si verifichino solo nella zona caricata e che al di fuori di questa zona le stesse siano pari a zero. Questo campo di spostamento discontinuo è ovviamente il principale svantaggio del modello alla WINKLER. Modelli parametrici del suolo come il modello PASTERNAK ripristinano la continuità della fonda-

(1950) [16], more recently VAN BELKOM (2013) [12] have summarized the main history-steps during past years. The methods have recently been resumed and republished by many authors (see bibliography), but above all implemented for decades for design of many projects, validating a wide set of results. This makes them still useful for the purposes described in this paper.

The basic assumption consists of the system rail-sleepers as a continuous beam (the rails) on independent soft supports (the bar-sleepers/foundation), loaded by only vertical efforts [11] ("WINKLER" scheme, Fig. 3).

The sleepers(ties) in Fig. 4 are assumed as beams on elastic soil, loaded by the vertical efforts (wheel loads) spaced by rolling surface distance (about the gauge):

It is well-known that even if the WINKLER foundation can be interpreted as a system of independent vertical springs, the model assumes that the deformations appear only in the loaded zone and that outside this zone the deformations are zero. This discontinuous displacement field is the main disadvantage of the WINKLER model. PASTERNAK model restore the continuity of the elastic foundation by introducing additional parameters, however decreasing the operational simplicity of the model (Dobromir, 2012) [12]. Another shortcoming of the WINKLER model is the assumed linearity of the ballast spring support. Ballast in reality behaves as a non-linear spring which influences the track response (SADEGHI, 1997) [12]. Furthermore, the wheel loads in the Winkler model are assumed quasi-static and a factor is added to compensate for dynamic effects and for the large variances that can exist in longitudinal or transversal support due to differential settlement or differential vertical

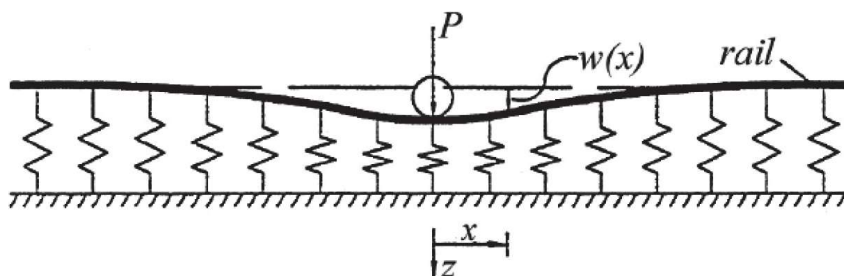


Figura 3 – Modello armamento.
Figure 3 – Track-system model.

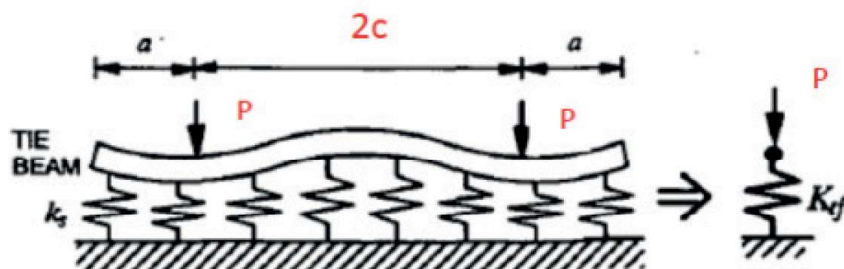


Figura 4 – Modello traversina.
Figure 4 – Sleeper model.

zione elastica introducendo ulteriori parametri correttivi per tenere conto della questione, tuttavia a svantaggio della semplicità applicativa [16][4]. Un'altra lacuna del modello alla WINKLER è la presunta linearità della elasticità del ballast. Il ballast in realtà si comporta come una molla non lineare (SADEGHI, 1997) [12]. Inoltre, i carichi sulle ruote nel modello Winkler sono considerati quasi statici e viene aggiunto un fattore per compensare gli effetti dinamici e le grandi variazioni che possono esistere nel supporto longitudinale o trasversale a causa di cedimenti differenziali o rigidità verticale differenziale del ballast (TALBOT, 1980; ZAKERI e SADEGHI, 2007) [12]. Nonostante queste limitazioni, la teoria della trave su fondazione elastica alla Winkler ha dimostrato di funzionare in buon accordo con la realtà [12] (BIRMAN e RUBIN, 1969; ESSENBERG, 1962; HETËNYI, 1946; MANALO *et al.*, 2012; SADEGHI, 1997; SADEGHI e BARATI, 2010; SHOKRIEH e RAHMAT, 2007; TIMOSHENKO, 1925; ZAKERI e SADEGHI, 2007), e per questo viene riproposto in questo articolo.

Si consideri una trave rettilinea (Fig. 5) sostenuta per tutta la sua lunghezza da un mezzo elastico e soggetta a forze verticali agenti nel piano principale della sezione trasversale simmetrica.

A causa di questa azione la trave si inflette, producendo forze di reazione uniformemente distribuite nel supporto. Si assume che l'intensità p di queste forze di reazione in qualsiasi punto sia proporzionale alla deflessione della trave stessa y nel medesimo punto.

Quindi $p=ky$, dove k è il fattore di proporzionalità. Si suppone che le forze di reazione agiscano verticalmente e si oppongano alla deflessione della trave. Questa ipotesi ($p=ky$) implica che il mezzo di supporto è elastico e il materiale segue la legge di HOOKE.

La sua elasticità può essere caratterizzata dalla forza che, distribuita su un'area unitaria, provocherà una deflessione pari ad un'unità. Questa costante del mezzo portante è solitamente detta "modulo di fondazione" k_0 [N/cm^3].

Assumiamo che la trave in esame abbia una sezione trasversale uniforme e che "b" sia la sua larghezza costante, che è supportata dal terreno di fondazione; la deflessione unitaria della trave provocherà la reazione bk_0 nella fondazione; di conseguenza, in un punto in cui la deflessione è y l'intensità della reazione distribuita (per unità di lunghezza della trave) sarà $p=bk_0y$.

Mentre la trave caricata si flette, è possibile che oltre alle reazioni verticali possano verificarsi anche forze orizzontali che si originano là dove la superficie della trave è a contatto con la fondazione.

Le influenze di queste forze orizzontali non sono descritte in questo articolo, per dettagli si rimanda al citato libro di HETËNYI [3].

L'equazione differenziale della linea elastica, ipotizzando $q=0$, è data da:

*stiffness of the ballast (TALBOT, 1980; ZAKERI and SADEGHI, 2007) [12]. Despite these limitations, the beam-on-elastic-foundation theory using a Winkler foundation has proven to perform in good agreement with reality (BIRMAN and RUBIN, 1969; ESSENBERG, 1962; HETËNYI, 1946; MANALO *et al.*, 2012; SADEGHI, 1997; SADEGHI and BARATI, 2010; SHOKRIEH and RAHMAT, 2007; TIMOSHENKO, 1925; ZAKERI and SADEGHI, 2007), [12], so, it is still re-proposed for the purpose of this paper.*

Let us to consider a straight beam (Fig. 5) supported along its entire length by an elastic medium and subjected to vertical forces acting in the principal plane of the symmetrical cross section.

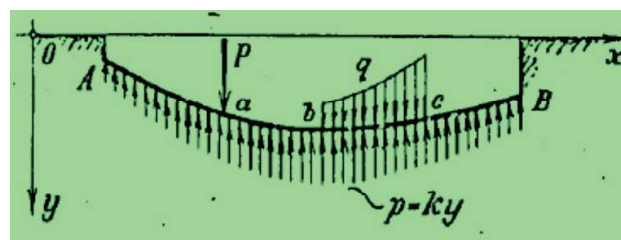


Figura 5 – Schema concettuale.
Figure 5 – Conceptual scheme.

Because of this action the beam will deflect, producing continuously distributed reaction forces in the supporting medium.

It has been assumed that the intensity p of these reaction forces at any point is proportional to the deflection of the beam y at that point.

So $p=ky$, where k is the proportionality factor. The reaction forces will be assumed to be acting vertically and opposing to the deflection of the beam. This assumption ($p=ky$) implies that the supporting medium is elastic and the material follows HOOKE's law.

Its elasticity can be characterized by the force which distributed over a unit area will cause a deflection equal to a unity. This constant of the supporting medium is generally called "modulus of the foundation" k_0 [N/cm^3].

We assume that the beam under consideration has a uniform cross section and that "b" is its constant width, which is supported by the foundation; a unit deflection of the beam will cause reaction bk_0 in the foundation; consequently, at a point where the deflection is y the intensity of distributed reaction (per unit length of the beam) will be $p=bk_0y$.

While the loaded beam deflects, it is possible that besides the vertical reactions there may also be some horizontal force originating along the surface where the beam is in contact with the foundation.

The influences of these horizontal forces are not described in this paper; for details please refer to HETËNYI book [3].

The differential equation of the elastic line, assumed $q=0$, is given by:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -K y \quad (1)$$

La soluzione generale dell'equazione differenziale della linea elastica è data da:

$$y = e^{\lambda x} [C_1 \cos(\lambda x) + C_2 \sin(\lambda x)] + e^{-\lambda x} [C_3 \cos(\lambda x) + C_4 \sin(\lambda x)] \quad (2)$$

Dove:

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K}{4E_B I_B}} = \sqrt[4]{\frac{K_0 b}{4E_B I_B}} \quad (3)$$

$\sqrt{\lambda}$ è denominato "fattore di rigidezza della trave"

Dove:

E_B = modulo di elasticità della trave

I_B = inerzia della trave

Differenziando la (2):

$$\frac{1}{\lambda} \frac{dy}{dx} = e^{\lambda x} [C_1 (\cos \lambda x - \sin \lambda x) + C_2 (\cos \lambda x + \sin \lambda x)] - e^{-\lambda x} [C_3 (\cos \lambda x + \sin \lambda x) - C_4 (\cos \lambda x - \sin \lambda x)] \quad (4)$$

$$\frac{1}{2\lambda^2} \frac{d^2 y}{dx^2} = -e^{\lambda x} (C_1 \sin \lambda x - C_2 \cos \lambda x) + e^{-\lambda x} (C_3 \sin \lambda x - C_4 \cos \lambda x) \quad (5)$$

$$\frac{1}{2\lambda^3} \frac{d^3 y}{dx^3} = -e^{\lambda x} [C_1 (\cos \lambda x + \sin \lambda x) - C_2 (\cos \lambda x - \sin \lambda x)] + e^{-\lambda x} [C_3 (\cos \lambda x - \sin \lambda x) + C_4 (\cos \lambda x + \sin \lambda x)], \quad (6)$$

Sapendo che:

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta_1 \quad -EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M \quad -EI \frac{d^3 y}{dx^3} = Q \quad (7)$$

Possiamo ottenere le espressioni generali per la pendenza θ^* della deformata, nonché per il momento flettente M e la forza di taglio Q .

L'intensità della pressione in fondazione è data dalla (2) come $P=Ky$.

Per calcolare gli spostamenti, la flessione, il taglio nel binario e nelle traversine, si sono ipotizzate valide le soluzioni di HETËNYI [3] applicate alle geometrie dei binari (condizioni al contorno $C_1 \dots C_n$) e alla distribuzione dei carichi, come descritto nei prossimi capitoli.

La stessa soluzione è stata implementata per stimare i parametri di reazione tra le traversine e la fondazione, che costituiscono un input per il modello di calcolo della rotaia sugli appoggi discreti.

Il fattore chiave è quindi la stima della reazione K . Infatti noto K , è possibile, utilizzando la comprovata metodologia della letteratura tecnica corrente, calcolare le sol-

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -K y \quad (1)$$

The general solution of elastic line differential equation has given by:

$$y = e^{\lambda x} [C_1 \cos(\lambda x) + C_2 \sin(\lambda x)] + e^{-\lambda x} [C_3 \cos(\lambda x) + C_4 \sin(\lambda x)] \quad (2)$$

Where:

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K}{4E_B I_B}} = \sqrt[4]{\frac{K_0 b}{4E_B I_B}} \quad (3)$$

$\sqrt{\lambda}$ is identified as the "beam stiffness factor"

Where:

E_B = beam elasticity modulus

I_B = beam inertia

By differentiation of (2):

$$\frac{1}{\lambda} \frac{dy}{dx} = e^{\lambda x} [C_1 (\cos \lambda x - \sin \lambda x) + C_2 (\cos \lambda x + \sin \lambda x)] - e^{-\lambda x} [C_3 (\cos \lambda x + \sin \lambda x) - C_4 (\cos \lambda x - \sin \lambda x)] \quad (4)$$

$$\frac{1}{2\lambda^2} \frac{d^2 y}{dx^2} = -e^{\lambda x} (C_1 \sin \lambda x - C_2 \cos \lambda x) + e^{-\lambda x} (C_3 \sin \lambda x - C_4 \cos \lambda x) \quad (5)$$

$$\frac{1}{2\lambda^3} \frac{d^3 y}{dx^3} = -e^{\lambda x} [C_1 (\cos \lambda x + \sin \lambda x) - C_2 (\cos \lambda x - \sin \lambda x)] + e^{-\lambda x} [C_3 (\cos \lambda x - \sin \lambda x) + C_4 (\cos \lambda x + \sin \lambda x)], \quad (6)$$

Knowing that:

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta_1 \quad -EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M \quad -EI \frac{d^3 y}{dx^3} = Q \quad (7)$$

We can obtain the general expressions for the slope θ^* of the deflection line as well as for the bending moment M and the shearing force Q .

The intensity of pressure in the foundation will be found from (2) to be $P=Ky$.

In order to calculate the displacements, bending, shear of the sleepers bar, it has assumed valid the HETËNYI solutions [3] applied to the track-geometries (boundaries conditions $C_1 \dots C_n$) and loads distribution, as described in the next chapters.

The same solution has been implemented to estimate the reaction parameters between the ties and the foundation that are an input for the calculation model of rail on the discrete supports.

The key-factor is therefore the reaction- K estimation. In fact known K , it is possible, using the proven literature methodology, to calculate the stresses in the trackwork sys-

lecitazioni nei componenti del sistema di armamento, per una specifica configurazione geometrica. Nei prossimi capitoli, in relazione a specifiche ipotesi circa le geometrie, la tipologia dei carichi, ecc. sono riassunte alcune soluzioni rilevanti della (1), implementate nella pratica corrente.

Il parametro di reazione può essere ottenuto tipicamente da prove in sito. Per applicazioni preliminari, nei paragrafi seguenti, verrà tuttavia descritto un metodo pratico [11] per stimare detto coefficiente di reazione a partire dalle caratteristiche geo-meccaniche dei singoli componenti, grazie alla combinazione di alcuni risultati di VESIC [6] e della soluzione di HETÈNYI dell'equazione differenziale della linea elastica applicata alla traversina ferroviaria [3]. Si portano alla attenzione del lettore proprio questi paragrafi, poiché i risultati derivanti da questa analisi possono essere utilizzati come input dai differenti modelli di calcolo dei componenti, siano essi basati sulla risoluzione delle equazioni dell'equilibrio elastico in forma chiusa, sia tramite risoluzione numerica (es. FEM).

2.2. Algoritmo di Calcolo

Il “fulcro” dell'algoritmo proposto è costituito dai seguenti passaggi principali:

- Calcolo del Modulo di Compressione: rigidità complessiva della fondazione del binario ovvero la forza di reazione della fondazione per unità di lunghezza della traversina per unità di deflessione.
- Calcolo della Rigidezza del Binario, ovvero la rigidezza elastica equivalente (per rotaia) offerta da una traversina, incluso sotto piastra rotaia, appoggiata alla fondazione.
- Calcolo delle caratteristiche della sollecitazione nel sistema (flessione, taglio, ecc.) con i metodi classici della Scienza delle Costruzioni.

Le fasi a) e b) possono essere considerate delle basi comuni finalizzate alla definizione di input utilizzabili dai modelli di calcolo dei componenti, quale che sia l'approccio, mediante equazioni in forma chiusa o metodo numerico. La fase c) è trattata in due capitoli distinti (cap. 3 e 4).

Il significato dei simboli nelle formule è riportato nel glossario in appendice.

Stima del Modulo di Compressione del Ballast

Il modulo di compressione viene generalmente stimato mediante test in loco. Tuttavia, in accordo allo scopo di questo articolo, in questo capitolo viene descritto un interessante metodo meccanicistico, ottenuto dalla combinazione dei risultati di VESIC e HETÈNYI e finalizzato ad una stima preliminare [5][11].

Il nostro obiettivo, sottospecifiche caratteristiche geometriche e geotecniche del multistrato ballast/sub-ballast/sottotondo, è quello di calcolare il Modulo di Compressione (K_s), derivato dall'interazione tra la traversina e la fondazione. L'approccio è meccanicistico statico. Per sti-

tem components, assuming a specific geometrical configuration. In the next chapters, under specific assumption about geometries, loads typology, etc. are summarized some relevant solutions of the (1), implemented in the practical engineering of track work. The reaction parameter can be done by on sites tests. For preliminary estimation, in the following, it will be described a practical method [11] to estimate this reaction coefficient starting from geo-mechanical features of the single components, thanks to the conjunction between some Vesic results [6] and Hetényi solution of elastic-line differential equation for railway sleepers [3]. These paragraphs are highlighted to the reader, since the results deriving by this analysis can be used as inputs for different calculation models of the components, whether based on the solution of the elastic equilibrium equations in closed form, or by numerical resolution (e.g. FEM).

2.2. Calculation Algorithm

The “core” of the algorithm proposed consists of the following main steps:

- Calculation of the Ballast/Subgrade Modulus (Compression Modulus): Global track stiffness or foundation reaction effort per length unit per deflection unit.
- Calculation of Track Stiffness, that is the equivalent spring stiffness (per rail) offered by a sleeper, included rail-underpad, lying on the track foundation.
- Calculation of relevant parameters of stress in the system (bending, shear, etc.) by classic Construction Science methods.

The steps a) and b) can be assumed as common baseline finalized to input definition for calculation models of track-components, FEM included. The c) step is described in chap. 3 and 4.

The formulas symbols meanings is described in Appendix.

Ballast/Subgrade Modulus (Compression Modulus) Quantitative Estimation

The Compression Modulus can be typically estimated by on-site tests. However, in accordance with the scope of this review, in this chapter it is described an interesting mechanistic method, coming from VESIC and HETÈNYI combined results, finalized to a preliminary estimation [5][11].

Our goal, under specific geometrical and geotechnical features of the ballast/gravel/subgrade, is to calculate the Ballast/Subgrade Modulus [or Compression Modulus] (K_s), derived by interaction between the sleeper and the foundation soil. The approach is static mechanistic. In order to estimate K_s , we have to preliminary estimate the Multilayer-soil elasticity modulus E_s . It can be estimated by the DE BARROS formula [5]:

mare K_s , dobbiamo stimare preventivamente il modulo di elasticità del multistrato E_s , come descritto di seguito.

Esso può essere desunto dalla formula di DE BARROS [5]:

$$E_s = \left\{ \frac{H_1 \sqrt[3]{E_1} + H_2 \sqrt[3]{E_2} + H_3 \sqrt[3]{E_3}}{E_1 + E_2 + E_3} \right\}^3 \quad (8)$$

Dove:

E_1 = modulo elasticità ballast

E_2 = modulo elasticità subballast

E_3 = modulo elasticità sottofondo

H_1 = spessore ballast

H_2 = spessore subballast

H_3 = spessore sottofondo

Il coefficiente medio di Poisson suolo-multistrato E_s è stimato con la formula [ipotesi semplificata]:

$$\mu_s = \left\{ \frac{H_1 \mu_1 + H_2 \mu_2 + H_3 \mu_3}{H_1 + H_2 + H_3} \right\} \quad (9)$$

Dove μ_i sono i coefficienti di Poisson del ballast, subballast e sottofondo.

Sia il modulo elastico sia il coefficiente di Poisson sono forniti da prove specifiche in sito, es. test standard su piastra circolare o test di laboratorio [edometrico] [7].

La Tab. 1 e la Tab. 2 mostrano alcuni valori usuali tratti dalla letteratura tecnica [11].

La stima del Modulo di Compressione deriva dai risultati di VESIC [6], tramite la seguente relazione:

$$k_s = \frac{0,65 E_s^{1/2}}{1 - \mu_s^2} \sqrt{\frac{E_s b^4}{E_t l_t}} \quad (10)$$

E_s e k_s sono stimati in accordo ai criteri espressi nei paragrafi precedenti; b , E_t , l_t sono rispettivamente la larghezza, il modulo di elasticità e la inerzia della traversina.

Il tipico campo di valori di K_s (traverse standard) varia da circa 1.000 N/cm/cm (sottofondi cedevoli) a circa 5.000 N/cm/cm (sottofondi consolidati).

Modulo di Fondazione

Il "Modulo di Fondazione" (k_0) identifica lo spostamento verticale unitario per una determinata pressione (N/cm³). È un parametro di rigidità, definito come la pressione di contatto della fondazione rispetto al terreno, che produce un abbassamento unitario della fondazione stessa e vale:

$$K_0 = K_s / b \quad (11)$$

I valori tipici per configurazioni di armamento standard, variano da 250 N/cm³ (tipico di un substrato rigido) a 50 N/cm³ (tipico di un substrato morbido).

Tabella 1 – Table 1

Tipico campo di valori del modulo elastico
Typical Range of Elasticity Modulus

Tipologia di terreno Type of soil	E (N/cm ²) Period
Argilla molto molle Very Soft Clay	30-300
Argilla molle Soft Clay	230-400
Argilla media Medium Clay	450-900
Argilla consolidata Hard Clay	700-2000
Argilla e sabbia Sandy Clay	3000-4250
Limo glaciale Glacial Till	1000-1600
Sedimento fine Loess	600-1500
Limo Silt	200-2000
Sabbia limosa Silty sand	500-2000
Sabbia sciolta Loose sand	1000-2500
Sabbia addensata Dense sand	5000-10000
Sabbia e ghiaia sciolte Loose sand and gravel	5000-14000
Sabbia densa e ghiaia Dense sand and gravel	8000-20000
Scisti Shale	1000-140000
Ballast Ballast	1000-24500

$$E_s = \left\{ \frac{H_1 \sqrt[3]{E_1} + H_2 \sqrt[3]{E_2} + H_3 \sqrt[3]{E_3}}{E_1 + E_2 + E_3} \right\}^3 \quad (8)$$

Symbols:

E_1 = ballast elasticity modulus

E_2 = subballast elasticity modulus

E_3 = subgrade elasticity modulus

H_1 = ballast thickness

H_2 = subballast thickness

H_3 = subgrade thickness

Tabella 2 – Table 2

Tipico campo di valori del coefficiente di Poisson
Typical Range of Poisson Ratio

Tipologia di terreno Type of soil	μ
Argilla satura Clay saturated	0,4-0,5
Argilla non satura Clay unsaturated	0,1-0,3
Argilla e sabbia Sandy Clay	0,2-0,3
Limo Silt	0,3-0,35
Sabbia addensata Dense sand	0,2-0,4
Pezzatura grossolana ($e=0,4-0,7$) Coarse ($e=0,4-0,7$)	0,15
Grana fine ($e=0,4-0,7$) Fine-grained ($e=0,4-0,7$)	0,25
Roccia Rock	0,1-0,4

Fattore di Rigidezza della Traversina λ e del Binario K_{tf}

Il Fattore di Rigidezza della traversa λ [cm^{-1}] deriva dalla teoria generale (par. 2):

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K_s}{4E_t I_t}} \quad (12)$$

K_s = Modulo di Compressione

E_t = Modulo di Young della Traversina

I_t = Inerzia della Traversina

Questo parametro è determinante per il calcolo delle sollecitazioni nella traversina, come si vedrà al par. 3.

Valori tipici (componenti standard) di λ variano da 0,008 cm^{-1} (sottofondi cedevoli) a 0,011 cm^{-1} (sottofondi consolidati).

La Rigidezza del Binario (o elasticità equivalente della molla) deriva dalla seguente relazione (soluzione di HETÉNYI [3]), implementata per la configurazione di traversina/multistrato, caricata da due forze parallele (carichi delle ruote), come descritto nella Fig. 3.

K_{tf} è dunque il rapporto tra il carico verticale sulla traversina e la deflessione verticale della traversina stessa nella sezione ove è applicato il carico:

$$K_{tf} = \frac{P}{y_c} \quad (13)$$

The multilayer-soil Poisson average ratio E_s is estimated by the formula [simplified assumption]:

$$\mu_s = \left\{ \frac{H_1 \mu_1 + H_2 \mu_2 + H_3 \mu_3}{H_1 + H_2 + H_3} \right\} \quad (9)$$

Where μ_i are the ballast, subballast, subgrade Poisson coefficients.

As far as the subgrade, both the elasticity modulus and Poisson ratio have supplied by specific tests on site, e.g. standard circular plate test, or edometric lab-test [7].

Tab. 1 and Tab. 2 show some usual values from technical literature [11].

The Compression Modulus estimation comes from VESIC results [6], by the following formula:

$$k_s = \frac{0,65 E_s^{12}}{1 - \mu_s^2} \sqrt{\frac{E_s b^4}{E_t I_t}} \quad (10)$$

E_s and k_s are estimated according previous paragraphs; b , E_t , I_t are respectively the width, elasticity modulus and sleeper inertia.

The typical K_s range (usual sleepers) is from 1,000 N/cm/cm (soft subgrade) to 5,000 N/cm/cm (stiff subgrade).

Foundation Modulus

The Foundation Modulus (K_0) represents the Vertical displacement unit under a specific pressure (N/cm^3). It is a stiffness parameter, defined as the (contact) bearing pressure of the foundation against the soil that will produce a unit deflection of the foundation, given by:

$$K_0 = K_s / b \quad (11)$$

The typical values, for standard trackwork configurations, are from 250 N/cm^3 (very stiff subgrade) to 50 N/cm^3 (soft subgrade).

Sleeper Stiffness Factor λ and Rail K_{tf}

The sleeper stiffness factor λ [cm^{-1}] comes from general theory (par. 2):

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K_s}{4E_t I_t}} \quad (12)$$

K_s = Compression Modulus

E_t = Sleeper Young Modulus

I_t = Sleeper Inertia

This parameter is paramount to estimate the stresses in the sleeper, as described at chap. 3.

Typical λ values (standard components) are from 0,008 cm^{-1} (very soft subgrade) to 0,011 cm^{-1} (stiff subgrades).

The Track Stiffness K_{tf} (or “spring equivalent elasticity”)

Detta deflessione sotto l'appoggio della rotaia deriva da [3]:

$$y_c = y_D = \frac{P\lambda}{2K_s \sinh\lambda l + \sin\lambda l} [2\cosh^2\lambda a(\cos 2\lambda c + \cosh\lambda l) + 2\cos^2\lambda a(\cosh 2\lambda c + \cos\lambda l) + \sinh 2\lambda a(\sin 2\lambda c - \sinh\lambda l) - \sin 2\lambda a(\sinh 2\lambda c - \sin\lambda l)] \quad (14)$$

Sostituendo y_c nella precedente equazione, otteniamo dunque il valore di K_{tf} .

Posto il seguente parametro adimensionale:

$$H(\lambda, D) = \frac{1}{\sinh\lambda l + \sin\lambda l} [2\cosh^2\lambda a(\cos 2\lambda c + \cosh\lambda l) + 2\cos^2\lambda a(\cosh 2\lambda c + \cos\lambda l) + \sinh 2\lambda a(\sin 2\lambda c - \sinh\lambda l) - \sin 2\lambda a(\sinh 2\lambda c - \sin\lambda l)] \quad (15)$$

Il tipico campo di valori di $H(\lambda, D)$ per una traversina usuale in calcestruzzo varia da 2,20 (sottofondo morbido) a 1,50 (sottofondo consolidato), mentre per una tipica traversina in legno, nelle medesime condizioni di sottofondo, i valori variano da 1,70 a 1,20. Quindi la sensibilità del parametro rispetto alla qualità del sottofondo è pari a circa il 30%.

Infine abbiamo il nostro "parametro chiave":

$$K_{tf} = \frac{2K_s}{\lambda} \frac{1}{H(\lambda, D)} = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{K_s^3 \cdot 4 E_T I_T}}{H(\lambda, D)} \quad (16)$$

Questo valore dovrà essere proporzionato alla rigidità della piastra sotto rotaia e la traversina (K_v), tramite la seguente relazione (costante equivalente della molla, Fig. 6) [11]:

$$k_{eq} = \frac{k_{tf} \cdot k_v}{k_{tf} + k_v} \quad (17)$$

Questo valore verrà adoperato come rigidità del binario per le calcolazioni.

Tipico campo di valori K_{eq} per una configurazione standard di armamento su ballast varia da 500.000 N/cm (sottofondi consolidati es. sabbia compatta) a 120.000 N/cm (sottofondi cedevoli, es. argilla molle).

Per poter procedere all'applicazione del modello occorre determinare un insieme di parametri, come di seguito descritto.

Calcolo del Modulo di Binario (TKM)

Assumendo p pari alla distanza tra due traversine consecutive, definiamo il parametro seguente per identificare la rigidità del binario per unità di lunghezza:

comes from the following formula, (by HETËNYI solution [3]), implemented to the sleeper/multilayer configuration loaded by two parallel forces (wheel loads) as described in Fig. 3.

K_{tf} is so the ratio between the vertical load on the sleeper and its vertical deflection in the same section where to load acts:

$$K_{tf} = \frac{P}{y_c} \quad (13)$$

The mentioned deflection under the rail seat comes from [3]:

$$y_c = y_D = \frac{P\lambda}{2K_s \sinh\lambda l + \sin\lambda l} [2\cosh^2\lambda a(\cos 2\lambda c + \cosh\lambda l) + 2\cos^2\lambda a(\cosh 2\lambda c + \cos\lambda l) + \sinh 2\lambda a(\sin 2\lambda c - \sinh\lambda l) - \sin 2\lambda a(\sinh 2\lambda c - \sin\lambda l)] \quad (14)$$

Replacing y_c in the previous equation, we have the spring value K_{tf} .

Assumed the following adimensional parameter:

$$H(\lambda, D) = \frac{1}{\sinh\lambda l + \sin\lambda l} [2\cosh^2\lambda a(\cos 2\lambda c + \cosh\lambda l) + 2\cos^2\lambda a(\cosh 2\lambda c + \cos\lambda l) + \sinh 2\lambda a(\sin 2\lambda c - \sinh\lambda l) - \sin 2\lambda a(\sinh 2\lambda c - \sin\lambda l)] \quad (15)$$

The typical $H(\lambda, D)$ range of an usual concrete sleeper is from 2,20 (soft subgrade) to 1,50 (stiff subgrade), while for a typical timber sleeper the range in the same subgrade context comes from 1,7 to 1,20. So, the parameter sensitivity against the subgrade quality is about 30%.

Finally we have our "key parameter":

$$K_{tf} = \frac{2K_s}{\lambda} \frac{1}{H(\lambda, D)} = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{K_s^3 \cdot 4 E_T I_T}}{H(\lambda, D)} \quad (16)$$

This value has to be proportioned with the under rail pad stiffness and the sleeper (K_v), using by the following formula (equivalent spring constant, Fig. 6) [11]:

$$k_{eq} = \frac{k_{tf} \cdot k_v}{k_{tf} + k_v} \quad (17)$$

This value has to be identified as final track stiffness for the calculations.

Typical K_{eq} values range for standard ballasted configurations comes from 500,000 N/cm (stiff subgrade, e.g. dense sand) to 120,000 N/cm (soft subgrade, e.g. soft clay).

$$TKM = \frac{K_{eq}}{p}$$

Alcuni Autori [5], [11] identificano questo parametro come il cosiddetto “Modulo del Binario” (N/cm²). Il Modulo di Binario costituisce input essenziale per il calcolo delle caratteristiche della sollecitazione nelle rotaie come descritto al par. 4.

Y. ZHANG [5] suggerisce una interessante riflessione sul tema del Modulo di Binario. Il calcolo delle molte variabili dei sistemi di armamento dipendono dalla rigidità elastica complessiva del binario. “Il Modulo di Binario” può essere dunque il parametro generalmente utilizzato per descrivere questa rigidità complessiva in un numero unico che aggrega le rigidità di tutti i componenti della struttura del binario stesso. La valutazione del modulo del binario è notoriamente difficile a causa delle difficoltà delle misurazioni in situ, del tempo richiesto e dei relativi costi associati. Tradizionalmente, le autorità ferroviarie utilizzano una serie di moduli empirici tratti dalle relativamente poche misurazioni della rigidità di vari tipi di binari. Un modello meccanicistico, come quello descritto in questo articolo, che deriva invece la grandezza da una valutazione analitica delle proprietà di ciascuno dei componenti principali del binario, ha il vantaggio di fornire valori di modulo più specifici e razionali rispetto a un approccio empirico. Oltre che per le finalità di quest’articolo, può essere particolarmente utile per l’analisi del degrado di un’ampia varietà di strutture e configurazioni di armamento [5]. Sull’argomento si suggerisce anche la interessante trattazione sui metodi quantitativi per il controllo del degrado della infrastruttura pubblicati da BRUNER *et al.* [17].

Rigidezza della rotaia

Un altro parametro importante è la cosiddetta rigidità della rotaia [N/cm] dato dalla seguente relazione:

$$B = 6 \cdot \frac{E_R I_R}{p^3} \quad (18)$$

E_R = Modulo di Elasticità della Rotaia [N/cm²]

I_R = Inerzia della Rotaia [N/cm⁴]

p = distanza tra due traversine consecutive

Questo parametro rappresenta il carico concentrato che, applicato sulla rotaia in mezziera tra due traversine consecutive (supposte come appoggi rigidi), produce nel punto di applicazione una deflessione di un cm [16].

Tipico campo di valori da 700.000 N/cm (rotaia UIC50 passo 70 cm) a 1.700.000 N/cm (rotaia UIC60 passo 60 cm). Questo parametro sarà utilizzato per identificare la reciproca corrispondenza tra la rigidità della rotaia e la cedevolezza della fondazione, come descritto nei prossimi paragrafi.

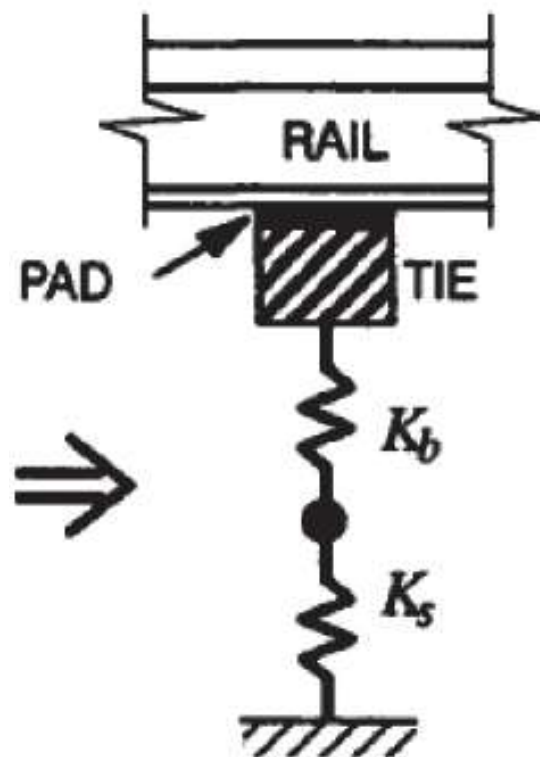


Figura 6 – Costante equivalente della molla.

Figure 6 – Equivalent spring constant.

In order to implement the calculations it is needed to identify a set of parameters, as described in the following.

Track Modulus calculation (TKM)

Assuming p =distance between two consecutive sleepers, we define the following parameter, in order to identify the Track Stiffness/meter of track-system:

$$TKM = \frac{K_{eq}}{p}$$

Some Authors [5][11] identify this parameter as the “Track Modulus” of the system (N/cm²). The Track Modulus is main input to estimate the stresses characteristics in the rails, as described in chap. 4.

Y. ZHANG [5] suggests an interesting reflection on the topic. Calculations of many design variables in rail track (e.g. deflections, bending and bearing stresses, response to dynamic loading) are dependent upon the overall elastic stiffness of the track. “Track Modulus” is the parameter generally used to describe this stiffness and is a single number which aggregates the stiffness of all the components of the track structure. Evaluation of track modulus is notoriously difficult due to the vagaries of in-situ measurements, the time required and the attendant costs involved. Traditionally, rail authorities use arrange of empirical moduli drawn

Coefficiente Elastico del Binario

Questo parametro [adimensionale] identifica le caratteristiche elastiche del sistema di armamento e viene definito “coefficiente elastico del binario” [4][16]:

$$\gamma = \frac{B}{K_{tf}} \quad (19)$$

I valori tipici per configurazioni standard di rotaia e traversina, variano da 2 (tipico di un substrato rigido) a 9 (tipico di un substrato morbido).

Questo parametro costituirà il perno per stimare le caratteristiche di sollecitazione nei componenti mediante il modello di ZIMMERMANN.

Coefficiente di carico dinamico

Qui di seguito è descritto uno dei comunemente adottati coefficienti di carico dinamico, proposto dalla letteratura tecnica corrente [8]. Alcuni Autori [15] hanno evidenziato in particolare che gli effetti dinamici sui giunti o sulle irregolarità possono tuttavia essere anche maggiori rispetto a quelli stimati come di seguito. Quindi si suggerisce di assumere particolare attenzione durante il processo di impostazione/verifica, specialmente sui giunti di rotaia (es. ganasce), incrementando opportunamente gli effetti dinamici per tener conto di margini di sicurezza più realistici.

In particolare, qui di seguito è riepilogata la formulazione proposta da ESVELD/EISEMANN [8], ove il cosiddetto DAF (Fattore di Amplificazione Dinamica) dipende dalla velocità del treno, qualità del binario, e un fattore di “severità”, in accordo alla seguente formula:

$$\varphi = 1 + t \cdot \delta \cdot \eta \quad (20)$$

Dove:

- t dipende dai limiti di confidenza superiori scelti che definiscono la probabilità che la sollecitazione massima della rotaia non venga superata (Tab. 3).

Tabella 3 – Table 3

Grado di severità
Severity coefficient

Applicazione Application	Probabilità Probability	T
Contact stress, subgrade	68,3%	1
Lateral load, ballast bed	95,4%	2
Rail stress, fastenings, support	99,7%	3

from the relatively few measurements of stiffness of various types of track. A mechanistic model, as described in this paper, identifies the modulus from an analytical assessment of the properties of each of the major components of the track, and therefore has the potential to obtain more specific and rational values of modulus than with an empirical approach. Besides the purposes of this paper, it is particularly useful also to degradation analysis of the wide variety of track structures [5]. Suggested interesting discussion about quantitative methods for the control of infrastructure degradation published by BRUNER et al. [17].

Rail Stiffness

Another relevant parameter of the calculation model is the rail stiffness [N/cm] given by the following formula [4]:

$$B = 6 \cdot \frac{E_R I_R}{p^3} \quad (18)$$

E_R = Rail Young Modulus [N/cm²]

I_R = Rail Inertia [N/cm⁴]

p = distance between two consecutive sleepers

This parameter identifies the punctual load that, acting on the rail between two consecutive sleepers (assumed stiff), produces in the load application section, one cm displacement [16].

Typical range for usual configuration from about 700,000 N/cm (UIC50 $p=70$ cm) to 1,750,000 (UIC60 $p=60$ cm). This parameter will be implemented to take into account the reciprocal influence between the rail stiffness and the foundation softness, as described in the next chapters.

Elastic Track Coefficient

This [adimensional] parameter identifies the elastic track-system characteristic: elastic track coefficient, given by the ratio between the rail stiffness, and the track stiffness [4][16]:

$$\gamma = \frac{B}{K_{tf}} \quad (19)$$

The typical values, for standard rails and sleepers, are from 2 (stiff subgrade) to 9 (soft subgrade).

This parameter will be the pivot to estimate the stress characteristics in the components by ZIMMERMANN model.

Dynamic loads coefficient

In the following it is described one of the common load dynamic coefficient proposed by the current literature [8]. Some Authors [15] highlighted the dynamic effects in particular on the joints and/or irregularities, can be many times greater than the approach described above. So, particular attention as to be take into account during verification assessment in specific rail-jointed (e.g. fish-plates) conditions, increasing the effect of dynamic coefficient on the calculation load to better investigate about more realistic safety margins.

Tabella 4 – Table 4

Coefficiente di qualità del binario
Quality track coefficient

Track condition	δ
Molto buono Very good	0,1
Buono Good	0,2
Cattivo Bad	0,3

- δ dipende dalla qualità del binario (Tab. 4)
- η dipende dalla velocità del veicolo:
 - $\eta=1$ per velocità di veicolo fino a 60 km/h;
 - $\eta=1+(V-60)/140$ per velocità del veicolo compreso tra 60 e 200 km/h.

Nel nostro caso:

- poiché l'armamento è ritenuto molto importante per la sicurezza e l'affidabilità del traffico ferroviario si raccomanda un valore di $t = 3$;
- per binario in buone condizioni si assume per un valore pari a 0,2.

Il massimo carico sulla singola ruota è dato da:

$$G_{MAX} = d_f G$$

dove G è la metà del carico per asse (ovvero carico per singola ruota).

La Fig. 7 riporta l'implementazione del modello descritto, considerando $t=3$ e $\delta=0,2$.

3. Calcolo delle sollecitazioni nelle traversine

Nel seguito sono descritti alcuni metodi per il calcolo delle caratteristiche della sollecitazione nelle traversine comparati tra loro. In particolare:

1. Metodo proposto da HETÈNYI.
2. Metodo proposto da UIC713.
3. Metodo proposto da ESVELD.

3.1. Metodo di HETÈNYI

La soluzione di HETÈNYI deriva dall'approccio classico della trave elastica su terreno elastico, sotto le seguenti ipotesi:

In particular, in the following it is summarized the formulation proposed by ESVELD/EISEMANN [8], in which the DAF (Dynamic Amplification Factor) depends by the train speed, track quality and a "severity factor", according to the following formula:

$$\varphi = 1 + t \cdot \delta \cdot \eta \quad (20)$$

Where:

- t depends upon the chosen upper confidence limits defining the probability that the maximum rail stress will not be exceeded (Tab. 3).
- δ comes by the quality of the track (Tab. 4)
- η comes by the speed of the vehicle:
 - $\eta=1$ for the vehicle speeds up to 60 km/h;
 - $\eta=1+(V-60)/140$ for vehicle speeds in the range of 60 to 200 km/h.

In this case:

- since the trackwork is so important for the safety and reliability of rail traffic a value of $t = 3$ is recommended;
- for a track in a good condition it is assumed a value of 0,2.

The maximum load on the single rail is given by:

$$G_{MAX} = d_f G$$

where G is the half axle load (or load per single wheel).

Fig. 7 shows the implementation of the models described, assuming $t=3$ and $\delta=0,2$.

3. Stress parameters Calculation in sleepers

In the following it is described some approaches-methods, compared each with others, finalized to stress parameters calculation in the sleepers:

1. HETÈNYI method.
2. UIC 713 method.
3. ESVELD method.

3.1. HETÈNYI method

The Hetényi solution comes from the classic approach of elastic beam on elastic soil, under the following assumptions:

- 1) Under the bar-sleeper the system between the foundation and soils reacts as a spring-bed [$P=Ky$].
- 2) The Stiffness is homogenous along the sleeper.
- 3) The single spring works independently from the other ones.

The stress characteristics (bending, shear) and the vertical elastic displacement of the sleeper-bar, are calculated by the integration of differential equation of elastic line, under specific boundary conditions (par. 2.2).

- 1) Sotto la traversina il sistema tra fondazione e terreno reagisce come un letto di molle [$P=K_y$].
- 2) La rigidità è omogenea lungo tutta la traversina.
- 3) La singola molla lavora indipendentemente dalle altre.

Le caratteristiche di sollecitazione (flessione, taglio) e lo spostamento elastico verticale della traversa, sono calcolati mediante l'integrazione dell'equazione differenziale della linea elastica, per assegnate condizioni al contorno (par. 2.2).

La configurazione di calcolo è descritta nella Fig. 3.

Assunto che:

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K_s}{4E_t I_t}} \quad (21)$$

Dove:

K_s = Modulo di Compressione (par. 2.2); E_t e I_t rispettivamente il modulo di elasticità e l'inerzia della traversina.

Le caratteristiche della sollecitazione derivano dalle soluzioni seguenti [3]. Qui nel seguito alcuni risultati significativi.

speed dynamic coefficient

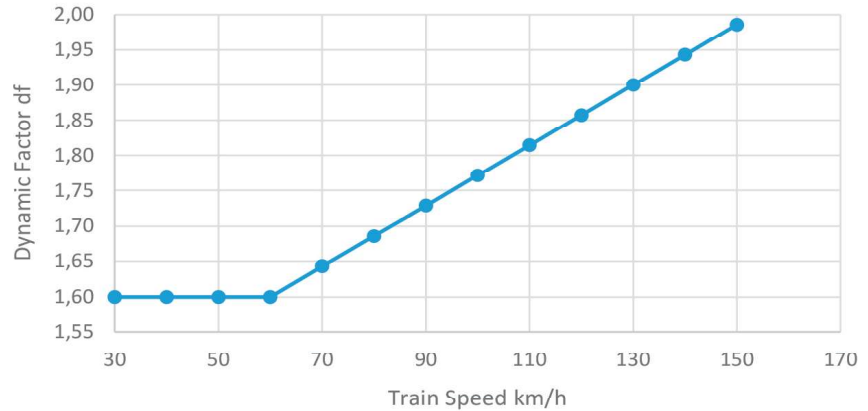


Figura 7 – Esempio di coefficiente dinamico.

Figure 7 – Dynamic Speed Coefficient Example.

The calculation configuration is described in the Fig. 3.

We assume:

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K_s}{4E_t I_t}} \quad (21)$$

Where:

K_s = Compression Modulus (par. 2.2); E_t and I_t are respectively elasticity and sleeper inertia.

The stress parameters calculation comes from following solutions [3]. Here in the following the main results.

Momento flettente:

Bending stress:

Centro traversina Middle	Sotto l'appoggio della rotaia Under rail seat
$M_o = \frac{P}{2\lambda} \frac{1}{\sinh\lambda l + \sin\lambda l} [\sinh\lambda c (\sin\lambda c + \sin\lambda(l-c))] + \sin\lambda c [\sinh\lambda c + \sinh\lambda(l-c)] + \cosh\lambda c \cos\lambda(l-c) - \cos\lambda c \cosh\lambda(l-c) \quad (22)$	$M_c = \frac{P}{4\lambda} \frac{1}{\sinh\lambda l + \sin\lambda l} [2\cosh^2\lambda a (\cos 2\lambda c + \cosh\lambda l) - 2\cos^2\lambda a (\cosh 2\lambda c + \cos\lambda l) - \sinh 2\lambda a (\sin 2\lambda c + \sinh\lambda l) - \sin 2\lambda a (\sinh 2\lambda c + \sin\lambda l)] \quad (23)$

Taglio sotto l'appoggio della rotaia:

Shear stress under rail seats:

$$Q_c = Q_D = \frac{P}{2} \frac{1}{\sinh\lambda l + \sin\lambda l} [\sinh 2\lambda a (\cos 2\lambda c + \cosh\lambda l) + \sin 2\lambda a (\cosh 2\lambda c + \cos\lambda l) - 2\sinh^2\lambda a \sinh\lambda l + 2\sin^2\lambda a \sin\lambda l] \quad (24)$$

Spostamento verticale:

Vertical displacement:

Centro traversina Middle	Sotto l'appoggio della rotaia Under rail seat
$y_o = \frac{P\lambda}{K_s} \frac{1}{\sinh\lambda l + \sin\lambda l} \{ \cosh\lambda c [\cos\lambda(l-c) + \cos\lambda c] + \cos\lambda c [\cosh\lambda(l-c) + \cosh\lambda c] - \sinh\lambda c \sin\lambda(l-c) + \sin\lambda c \sinh\lambda(l-c) \} \quad (25)$	$y_c = y_D = \frac{P\lambda}{2K_s} \frac{1}{\sinh\lambda l + \sin\lambda l} [2\cosh^2\lambda a (\cos 2\lambda c + \cosh\lambda l) + 2\cos^2\lambda a (\cosh 2\lambda c + \cos\lambda l) + \sinh 2\lambda a (\sin 2\lambda c - \sinh\lambda l) - \sin 2\lambda a (\sinh 2\lambda c - \sin\lambda l)] \quad (26)$

Ogni carico sulla rotaia/traversa corrisponde alla metà del carico per asse, incrementato del fattore di amplificazione dinamica (par. 2.2).

Questa è un'ipotesi conservativa, essendo i carichi distribuiti anche sulle traversine adiacenti a quella caricata, grazie alla rigidità della rotaia di collegamento.

3.2. Metodo UIC713

L'UIC 713 (Fig. 8) definisce il calcolo delle sollecitazioni per le traverse solo in calcestruzzo sotto ipotesi specifiche, qui non riassunte in dettaglio (si veda UIC 713 [13]). Inoltre il modello di approccio UIC non tiene conto dell'elasticità della sovrastruttura/sottotondo. Al contrario, consente una stima delle caratteristiche della sollecitazione molto veloce anche se approssimativa rispetto alla soluzione analitica.

Si sintetizzano qui di seguito le principali fasi operative suggerite dalla norma.

1) Stima del carico

Each load on the rail/sleeper has assumed as half total axis load, increased by dynamic factor (par. 2.2).

This is conservative assumption, being the loads distributed over adjacent sleepers due to rail stiffness.

3.2. UIC 713 Method

The UIC 713 (Fig. 8) defines the stress-calculation for the concrete sleepers under specific assumptions, here not summarized in detail (please see at UIC 713 [13]). The UIC approach-model does not take into account the superstructure/subgrade elasticity, and it is valid only for concrete sleepers. On the contrary, it allows a very speed stress estimation even if approximate compared to the analytics solution approach.

The main operative steps suggested by the norm are here summarized.

1) Design load estimation

$$P_d = \frac{Q_0}{2} (1 + \gamma_p \cdot \gamma_v) \cdot \gamma_d \cdot \gamma_r$$

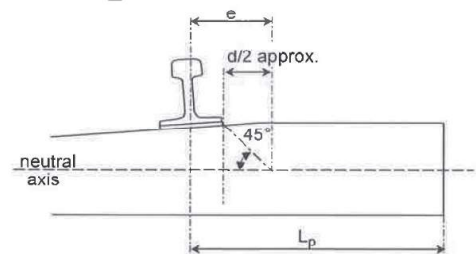
Axle Load kN	Speed km/h	Pad Factor γ_p	Speed Increment γ_v	Distribution Factor γ_d	P. factor Reaction γ_r	P. factor Irregularity γ_i	Design Load kN
250	120	1,0	0,50	0,5	1,35	1,6	127
225	200	1,0	0,75	0,5	1,35	1,6	133
180	300	1,0	0,75	0,5	1,35	1,6	106

Figura 8 – UIC 713 – Fattori di carico.

Figure 8 – UIC 713 – Load Factors.

2) Ipotezzato (Fig. 9) che:

$$\lambda = \frac{L_p - e}{2}$$



where: λ = effective lever arm

L_p = distance between the rail-seat axis and the end of the sleeper

d = depth of the sleeper at the rail-seat

e = width of the load distribution, derived from the rail-seat width, the sleeper depth and the assumed distribution angle of 45°. For UIC 60 (60E1) rail, $e = 0,15/2 + d/2$ approximately.

Figura 9 – UIC713 – Ipotesi Geometriche.

Figure 9 – UIC 713 – Geometrical assumptions.

3) Momento flettente è dato da:

$M_{dr+} = \gamma_i \cdot P_d^{1/2}$ al di sotto dell'appoggio della rotaia

$M_{dr-} = 0,5 \cdot M_{dr+}$ centro della traversina

3) Bending moment is given by:

$M_{dr+} = \gamma_i \cdot P_d^{1/2}$ under rail seat

$M_{dr-} = 0,5 \cdot M_{dr+}$ middle of the sleeper

3.3. Metodo di ESVELD

Alcuni Autori [8][12][14][16] hanno descritto metodi utili per stimare le sollecitazioni nelle traversine implementando approcci più semplificati rispetto alle soluzioni analitiche basate sulla trave elastica sul terreno elastico. Di seguito viene riproposto solo uno tra i più accreditati ed adoperati nella Comunità tecnica per le stime ingegneristiche, proposto dal Prof. ESVELD nel suo libro¹ [8]. Con riferimento allo schema di carico della Fig. 10.

Ipotizzando il DAF (par. 2.2) la forza massima sollecitante sul singolo supporto della rotaia dovuto al carico per ruota è [8]:

$$F_{max} = DAF \cdot \left(\frac{Q^4}{2} \sqrt{\frac{K_{tf} p^3}{4E_r I_r}} \right) \quad (27)$$

Dove:

- Q = Carico per ruota
- P = passo delle traverse
- K_{tf} = rigidezza del binario
- $E_r I_r$ = rigidezza flessionale della rotaia

Il momento massimo vale:

$$M_{max} = \frac{1}{4} F_{max} \cdot u \quad (28)$$

La distanza tra le traversine dimostra di avere un'influenza relativamente grande sulla forza di reazione.

3.4. Altri metodi

Recentemente alcuni articoli sono stati presentati alla comunità tecnica.

Interessante rassegna recentemente suggerita da A. VAN BELKOM [12] sui metodi semplificati per stimare lo stress nelle traversine.

In passato alcuni Autori [14][16] hanno proposto interessanti metodologie derivanti soprattutto dall'esperienza delle Ferrovie Italiane, qui non riassunte. I documenti originali sono solo in italiano.

3.5. Analisi di sensitività dei parametri

In questo paragrafo viene riassunto come variano alcuni parametri in funzione degli altri.

3.3. ESVELD method

Some Authors [8][12][14][16] have described useful methods to estimate the stresses in the sleepers implementing more simplified approaches than analytic solutions based on the elastic beam on the elastic soil. In the following it is summarized one of the most credited and implemented in the technical Community finalized to engineering calculations, proposed by Prof. ESVELD [8] in his book¹. With reference to the load diagram of Fig. 10.

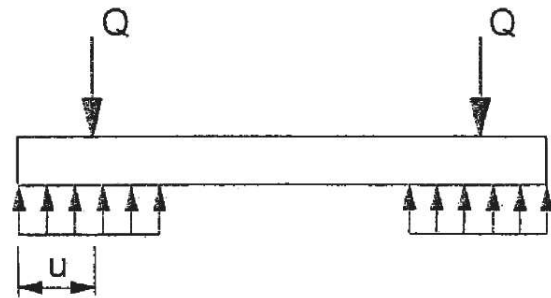


Figura 10 – Modello di calcolo – distribuzione della reazione sotto la traversa.

Figure 10 – Calculation model – stress distribution under the sleeper.

Using the DAF (chap. 2.2) the maximum bearing force on a single rail support due to the wheel load is [8]:

$$F_{max} = DAF \cdot \left(\frac{Q^4}{2} \sqrt{\frac{K_{tf} p^3}{4E_r I_r}} \right) \quad (27)$$

Where:

- Q = effective wheel load
- p = sleeper spacing
- K_{tf} = track stiffness
- $E_r I_r$ = single rail bending stiffness

The maximum moment is:

$$M_{max} = \frac{1}{4} F_{max} \cdot u \quad (28)$$

The sleeper spacing proves to have a relatively great influence on the support force.

¹ ESVELD [8] conferma che la traversina non può essere considerata come una trave di lunghezza infinita, né come una corta trave infinitamente rigida. Per garantire la stabilità nel ballast, la traversa è supportata solo alle estremità al di sotto le rotaie ($2 \cdot u$). Pertanto, ai fini del calcolo, si può presupporre che la forza di contatto sia distribuita uniformemente solo su detta superficie di contatto.

¹ ESVELD [8] confirms that the sleeper may neither be considered as a beam of infinitive length. Nor as a short infinitely stiff beam. To ensure stability in the ballast bed the sleeper is only supported at the ends under the rails ($2 \cdot u$). Therefore, for calculation purposes, it is normal to presuppose that the contact force is distributed evenly over the contact surface.

Le considerazioni seguenti sono riferite alla stima della variazione % della sollecitazione flessionale al piede delle rotaie per una tipica traversa in legno (24 cm · 14 cm · 260 cm) calcolata secondo i modelli HETÈNYI ed ESVELD, rispetto al coefficiente elastico del binario γ rapporto tra la rigidezza della rotaia [UIC50] e la rigidezza complessiva del binario.

La variazione della sollecitazione flessionale è compresa in circa il 10-15% rispetto ad un incremento del 100% di γ . Significa che lo sforzo di flessione nella barra è scarsamente dipendente dall'interazione tra la traversa ed il piano di posa. Per quanto riguarda le traverse in calcestruzzo questa % è estremamente ridotta, e lo sforzo flettente praticamente non dipende dalla variazione γ . Il modello mostra che migliore è il sottofondo, minore è la sollecitazione di flessione.

Implementando il modello di ESVELD, possiamo notare che la variazione della sollecitazione flessionale è inclusa in circa il 20% rispetto alla variazione del 100% del parametro γ .

3.6. Note Comparative tra i differenti approcci (HETÈNYI, UIC 713, ESVELD)

La soluzione HETÈNYI rilascia risultati generalmente più conservativi. Per quanto riguarda sottofondi ben consolidati, i valori calcolati sono più o meno gli stessi per entrambi gli algoritmi di HETÈNYI e di ESVELD. Il divario tra questi due metodi aumenta (e diverge) a fronte di sottofondi scadenti (modulo di fondazione basso) – HETÈNYI è sempre più conservativo di circa il 15/20%. Per esempio, al diminuire del modulo di fondazione di circa il 70% (es. da 160 a 50 N/cm³), lo scarto tra i due metodi aumenta di circa il 20% ovvero i valori calcolati con il metodo ESVELD sono circa l'80% rispetto a quelli di HETÈNYI. I risultati della UIC 713 risultano in media meno conservativi del 20/30% rispetto a quelli di HETÈNYI/ESVELD.

3.7. Caso studio

Nel seguito è descritto un esempio di calcolo di verifica (Fig. 11) relativo alla seguente configurazione, derivante dalla esperienza dell'autore per un progetto in Asia, dove la configurazione standard era differente rispetto alle usuali, a causa di speciali vincoli come ad esempio utilizzo di par-

3.4. Other solutions from current literature

Recently some papers have been submitted to the Technical Trackwork community.

Interesting review recently suggested by A. VAN BELKOM [12] about simplified methods to estimate the stress in the sleepers.

In the past some Authors [14][16] have proposed methodologies coming from Italian Railways experience, here not summarized. The original papers are only in Italian.

3.5. Analysis of Parameters Sensitivity

In this paragraph it is summarized how some parameters change in function of the others.

The following notes are referred to variation % of bending stress under rail seats of a typical timber sleeper (24 cm · 14 cm · 260 cm) calculated according to the HETÈNYI and ESVELD models, against the Elastic Track Coefficient γ (ratio between rail stiffness [rail UIC50] and track stiffness).

The variation of bending stress is included in about 10-15% against a more of 100% of γ variation. It means that the bending stress in the bar is poorly dependent by the interaction between the sleeper and the laying. As far as concrete sleeper this % is extremely reduced, and the bending stress practically does not depend by the γ variation. The model shows that better is the subgrade, lower is the bending stress.

Implementing the ESVELD model, we can see that the variation of bending stress is included in about 20% against a more of 100% of γ variation.

3.6. Comparison Notes between approaches (HETÈNYI, UIC 713, ESVELD)

HETÈNYI solution releases generally more conservative results. As far as good subgrades the calculated values are more or less the same for both HETÈNYI and ESVELD algorithms. The gap between these two ones methods increases (and diverges) against poor subgrades (low foundation modulus) – HETÈNYI more conservative. E.g. as foundation modulus decreases of about 70% (e.g. from 160 to 50 N/cm³), the gap between two methods increases of about 20%: the values calculated by ESVELD method are about the

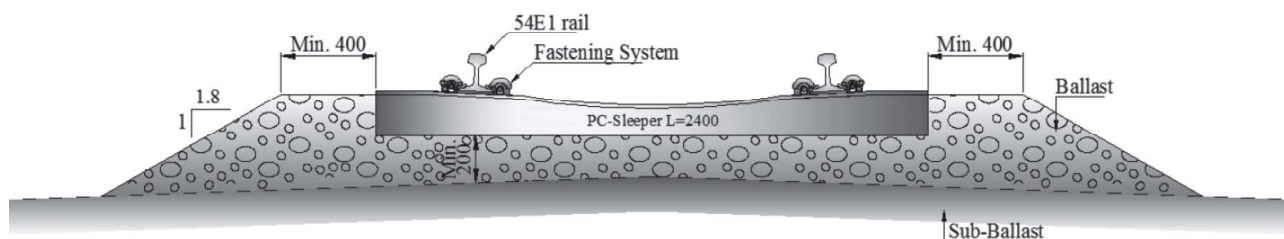


Figura 11 – Configurazione da verificare.
Figure 11 – Configuration to verify.

icolare componentistica, lay-out della massicciata, ed altre configurazioni non standard, e non erano disponibili informazioni di dettaglio dai fornitori dei materiali circa i metodi di calcolo di alcuni componenti. Il processo di verifica tramite modello alternativo fu quindi molto utile per investigare, nei ridotti tempi a disposizione per l'attività, i margini di sicurezza assunti dal progettista del fornitore di materiali ed in particolare delle traversine.

Ad esempio, durante la fase impostativa il progettista del fornitore delle traversine condusse un calcolo di verifica di resistenza dei componenti seguendo il metodo "per analogia" rispetto ad omologhi effettuati su impianti simili in Asia, implementando il metodo UIC713 descritto nei paragrafi precedenti.

Detto progettista comparò le sue stime con le caratteristiche di resistenza ultime dei componenti standard similari, fornendo confidenza circa i coefficienti di sicurezza. Per investigare sulla sostenibilità dei coefficienti di sicurezza dichiarati, si decise di procedere con una verifica alternativa implementando un modello di calcolo dedicato, anche in considerazione del fatto che i sottofondi si erano degradati in alcune zone rispetto alle condizioni iniziali. Nel seguito sono riassunti i principali parametri di comparazione tra i differenti approcci.

• Implementazione del progettista

Di seguito sono riepilogate le ipotesi di base ed i principali risultati delle calcolazioni fornite dal progettista del fornitore dei materiali.

Input di progetto:

Requisiti di base

- Carico per asse: 16 t.
- Velocità del treno: 110 km/h.
- Scartamento: 1435 mm.
- Calcoli effettuati in accordo alla EN13230-4 e UIC 713.

Traversina

- Lunghezza: 240 cm.
- Altezza: 21 cm.
- Spessore (alto/basso): 24/30 cm.
- Distanza tra le traverse: 60 cm.
- Numero di cavi: 8x7,0.
- Qualità dei cavi: 1700 N/mm².
- Sforzo di pretensionamento: 392.000 N.

Caratteristiche del calcestruzzo:

- Resistenza a trazione: 40 Mpa.
- Resistenza ultima: 60 Mpa.

Il Progettista rilasciò i seguenti principali risultati dichiarando un coefficiente di sicurezza globale pari a circa 2,5, in linea con la pratica tecnica comune in contesti similari:

- Carico al piede della rotaia: 81.000 N.
- Momento flettente massimo positivo: 1.170.000 Ncm.
- Momento flettente massimo negativo: 900.000 Ncm.
- Momento flettente di resistenza ultimo: 2.150.000 Ncm.

• Implementazione della verifica del progetto

Come anticipato, non essendo disponibili dettagli circa i dimensionamenti effettuati, poiché derivanti da metodo

80% than HETENYI ones. The UIC 713 releases results in average less than 20/30% than HETENYI/ESVELD ones.

3.7. Case-Study

In the following it is described an example of verification-calculation (Fig. 11) related to the following configuration, coming from a recent experience of the author for a Asian Project, where the technical standard configurations were different than usual ones, due to specific constraints e.g. components not usually standardized, ballast laying layout, and additional not-standard configurations, and it was not available additional information about calculation methods from suppliers of components. The verification process by alternative calculation was very useful to investigate, during much reduced time available, about the safety margins assumed by the designer of materials supplier, in particular the sleepers.

E.g. During the design phase, the designer of the sleepers supplier, produced a sizing calculation by "analogies" method, using the same input data of similar projects developed in Asia, implementing the UIC 713 process model already described in the previous sections.

This one compared his estimation to the ultimate stress-strength of similar standard components, giving "confidence" about the safety margins assumed by the supplier of components. In order to investigate about the effective safety margins assumed, it was decided to perform an alternative verification, by implementation of specific calculation model, also due to the fact that the subgrade degraded in some locations. The following sheet summarizes the main results, compared to the ones provided by our independent verification.

• Designer implementation

In the following it is summarized the main basic assumptions and calculation results by the designer of the materials supplier.

Design inputs:

Basic requirements

- Axle load: 16 t.
- Speed: 110 km/h.
- Gauge: 1435 mm.
- Calculation according to EN13230-4 and UIC 713.

Sleeper

- Lengths: 240 cm.
- Heights: 21 cm.
- Width (top/bottom): 24/30 cm.
- Bearer spacing: 60 cm.
- No. of wires: 8x7,0.
- Quality of wires: 1700 N/mm².
- Pre-stressing force: 392.000 N.

Concrete requirements:

- Transfer strength: 40 MPa.
- Final strength: 60 MPa.

The designer released the following main results, declar-

di ri-proporzionamento di contesti simili, si decise di procedere con una verifica alternativa per indagare sulla sostenibilità dei coefficienti di sicurezza, in considerazione anche che durante la fase di costruzione i sottoponti avevano subito un degrado rispetto alle condizioni standard a cui aveva fatto riferimento inizialmente il progettista.

La verifica fu eseguita con il modello di HETÈNYI, che, come visto nei paragrafi precedenti, rilascia risultati più conservativi rispetto agli omologhi.

I risultati sono sintetizzati nel seguito, in accordo ai medesimi input implementati dal progettista, considerando anche le caratteristiche della sottostruttura multistrada, non inclusa nella stima dello stesso (Fig. 12).

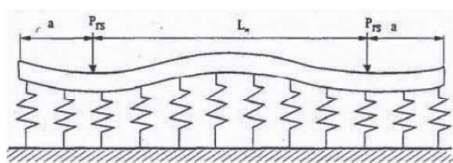
ing global safety margins of about 2,5, in line with the common practice acceptance for similar contexts:

- Design Rail Seat Load: 81,000 N.
- Positive Design Bending Moment: 1,170,000 Ncm.
- Negative Design Bending Moment: 900,000 Ncm.
- Ultimate moment of resistance: 2,150,000 Ncm.

• Design Verification implementation

As anticipated, since no details were available about the sizing carried out, because coming from re-proportioning method of similar contexts, it was decided to proceed with an alternative verification to investigate about the reliable sustainability of the safety margins, taking into account also that during the construction phase the subgrades degraded

CALCULATION STEP 1 - TRACKS - LAYERING INTERACTION



Elastic Modulus of the ballast/subgrade foundation [E_s]

$$E_s = \left(\frac{h_1^3 \sqrt{E_1} + h_2^3 \sqrt{E_2} + h_3^3 \sqrt{E_3}}{E_1 + E_2 + E_3} \right)^3 = 7972 \text{ N/cm}^2$$

Poisson coefficient ballast/subgrade foundation [μ_s]:

$$\mu_s = \left(\frac{h_1 \mu_1 + h_2 \mu_2 + h_3 \mu_3}{h_1 + h_2 + h_3} \right) = 0,19$$

Modulus of Compression [k_s]:

$$k_s = \frac{0,65 E_s^{1/2} \sqrt{E_s b^4}}{1 - \mu_s^2 \sqrt{E_s I_t}} = 4095 \text{ N/cm}^2$$

Sleeper stiffness:

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K_s}{4 E_t I_t}} = 0,011 \text{ cm}^{-1}$$

Adimensional parameter deriving by Hetényi solution:

$$H(\lambda, D) = 1,589$$

K_{tf} track stiffness (D):

$$K_{tf} = \frac{2 K_s}{\lambda H(\lambda, D)} = \frac{2 \times \sqrt[4]{K_s^3 \times 4 E_t I_t}}{H(\lambda, D)} = 469215 \text{ N/cm}$$

Static under-rail-pad stiffness K_v:

$$= 3420000 \text{ N/cm}$$

Global Track Stiffness:

$$k_{eq} = \frac{k_{tf} \times k_v}{k_{tf} + k_v} = 412607 \text{ N/cm}$$

TRACK MODULUS:

$$TKM = \frac{k_{eq}}{P} = 6877 \text{ N/cm}^2$$

Figura 12 – Interazione tra livelli dell'armamento ferroviario; stima del coefficiente di carico dinamico.

Figure 12 – Tracks layering interaction; load dynamic coefficient estimation.

La Fig. 13 riporta I diagrammi del momento flettente, abbassamenti e taglio nella traversina.

La verifica confermò che i valori calcolati dal progettista erano generalmente inferiori di circa il 30% rispetto agli omologhi calcolati tramite il modello di HETÈNYI, a testimonianza che la procedura suggerita dalla UIC713 rilascia risultati meno conservativi, e deve essere applicata con cautela, specialmente quando le condizioni al contorno non sono standard e possono influire in modo più significativo rispetto alle configurazioni usuali per le quali la UIC713 è stata scritta.

Questi risultati, ancorché derivanti dal modello di verifica semplificato (tuttavia fruibile in tempi richiesti ad un processo di verifica), furono molto utili al management tecnico incaricato della attività di verifica indipendente, per evidenziare la riduzione dei coefficienti di sicurezza a causa delle condizioni al contorno non più standard, fornendo quindi la opportunità di suggerire in tempo utile, senza ricorrere a dettagliati approfondimenti non compatibili con la situazione, efficaci azioni correttive tese al miglioramento del progetto, per riportare le condizioni alle ipotesi standard.

4. Calcolo dei parametri di stress nelle rotaie

Nei prossimi paragrafi vengono descritti due approcci semplici per stimare preliminarmente i parametri di sollecitazione nelle rotaie: i metodi classici di ZIMMERMANN e il cosiddetto “alla WINKLER”.

4.1. ZIMMERMANN III Caso

Di seguito è riassunto il classico approccio di ZIMMERMANN III caso (Fig. 14) [2][4][16] per calcolare la sollecitazione nelle rotaie (flessione, taglio) e lo spostamento verticale globale della traversina.

Il modello si basa sul presupposto che il sistema rotaie-traverse sia una trave continua (le rotaie) su supporti morbidi (le traverse/fondazione), caricata solo da sforzi verticali (ruote).

L'approccio di calcolo deriva dalla soluzione dell'equazione dei “3 momenti” applicata alla seguente configurazione [4][16].

ed compared to the standard conditions to which the designer had referred.

The design verification was performed implementing the HETÈNYI model, more conservative than other ones, as highlighted in the previous chapters.

The results are summarized in the following, according to the same input implemented by the designer, taking into account the substructure multilayer features, not included by the designer in his estimation (Fig. 12).

The Fig. 13 describes: bending moment, vertical displacement, and shear effort in the sleeper.

The verification confirmed that the values calculated by the designer were generally less than about 30% against the ones estimated by HETÈNYI model, noting that the UIC713 procedure, due to simplified approach, has to apply with chariness, especially when the specific boundaries conditions are not standard, and can have more influence against the not-usual configurations not included in the UIC 713 assumptions.

These results, even if coming from our simplified verification model (however available on time as needed by typical verification process), were very useful for the technical management staff in charge of the independent verification activity, to highlight the safety margin reduction due to standard boundaries modification, giving the opportunity to suggest effective corrective actions in useful time, without specific detailed calculations not compliant to the context, to improve the design details addressed to the standard conditions.

4. Rails Parameters Stress calculation

In the next paragraphs two simple approaches are described to estimate the stress parameters in the rails: classic Zimmermann and Winkler methods.

4.1. ZIMMERMANN III Case approach

In the following it is summarized the classic ZIMMERMANN III case approach (Fig. 14) [2][4][16] to calculate the stress in the rails (bending, shear) and the global sleeper vertical displacement.

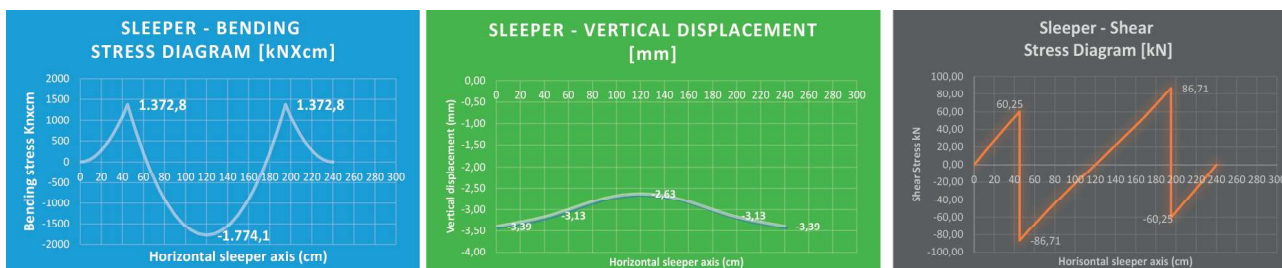


Figura 13 – Implementazione soluzione.
Figure 13 – Solution implementation.

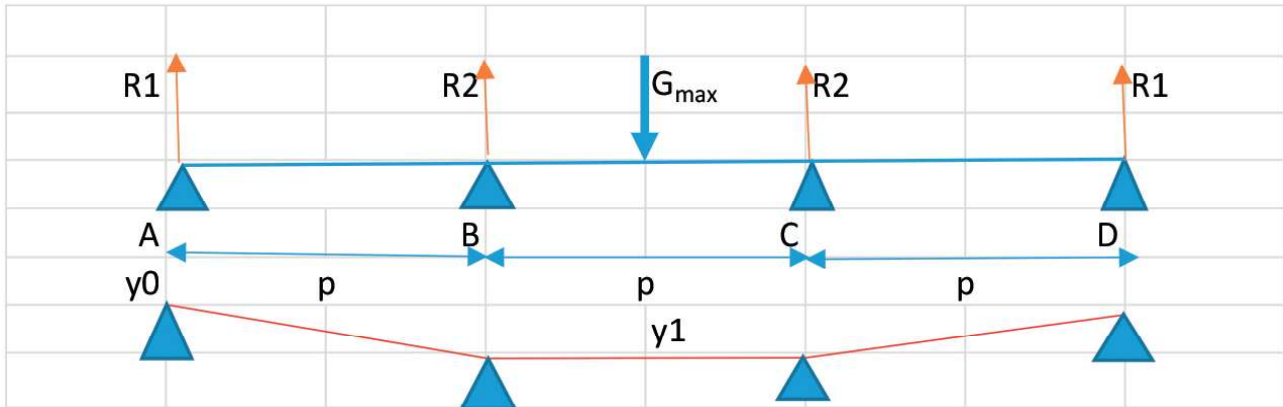


Figura 14 – ZIMMERMANN III caso – modello di calcolo.
Figure 14 – ZIMMERMANN III case – calculation model.

La soluzione proposta da TESORIERE [4] e ROBERT [16] è guidata dal coefficiente elastico del binario γ [rapporto tra la rigidezza della rotaia e la cedevolezza della fondazione nel suo complesso (par. 2.2)].

Momento flettente:

$$M_{MAX-BC} = \frac{1}{4} \frac{8\gamma+7}{4\gamma+10} p G_{max} \quad (29)$$

$$M_{MAX-B} = \frac{4\gamma-3}{40+16\gamma} p G_{max} \quad (30)$$

$$R_2 = \frac{G_{max} - 2R_1}{2} \quad R_1 = \frac{M_{max(B)}}{p} \quad (31)$$

Spostamento verticale della traversina sotto carico:

$$Y_1 = \frac{R_1}{K_{tf}} \quad Y_2 = \frac{R_2}{K_{tf}} \quad (32)$$

4.2. Approccio alla WINKLER

Di seguito è riassunto il classico approccio denominato nel lessico corrente “alla WINKLER” nella soluzione declinata da HETËNYI [3] per calcolare la sollecitazione nelle rotaie (flessione, taglio) e lo spostamento verticale della traversina.

Per un singolo carico concentrato per ruota P applicato verticalmente sulla rotaia, come descritto nella Fig. 2, l'equazione della linea elastica della rotaia è [11]:

$$w(x) = \frac{P\beta}{2TKM} e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x) = \frac{P\beta}{2TKM} \eta(x) \quad (33)$$

Il corrispondente momento flettente è dato da:

$$M(x) = \frac{P}{4\beta} e^{-\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x) \quad (34)$$

This is based on the assumption that the system rail-sleepers is a continuous beam (the rails) on soft supports (the bar-sleepers/foundation), loaded only by vertical efforts (wheels).

The calculation approach comes from the solution of “3 moments” equation applied to the following configuration [4][16].

The solution proposed by TESORIERE [4] and ROBERT [16] is pivoted by the Elastic Track Coefficient γ , [ratio between the Rail Stiffness and the Track Stiffness (par. 2.2)].

Bending moment:

$$M_{MAX-BC} = \frac{1}{4} \frac{8\gamma+7}{4\gamma+10} p G_{max} \quad (29)$$

$$M_{MAX-B} = \frac{4\gamma-3}{40+16\gamma} p G_{max} \quad (30)$$

$$R_2 = \frac{G_{max} - 2R_1}{2} \quad R_1 = \frac{M_{max(B)}}{p} \quad (31)$$

Vertical displacement:

$$Y_1 = \frac{R_1}{K_{tf}} \quad Y_2 = \frac{R_2}{K_{tf}} \quad (32)$$

4.2. WINKLER approach

In the following it is summarized the classic approach in the current lexical as “WINKLER” solved by HETËNYI [3] to calculate the stress in the rails (bending, shear) and the sleeper vertical displacement.

For a single concentrated wheel load P applied vertically on the rail, as described in Fig. 2, the equation of elastic yields the following rail deflection curve is [11]:

Momento max nel centro tra due traversine:

$$M_{MAX} = \frac{P}{4\beta} \quad (35)$$

Il taglio è:

$$T(x) = -\frac{P}{2} e^{-\beta x} (\cos \beta x) \quad (36)$$

dove:

$$\beta = \left(\frac{TKM}{4EI} \right)^{\frac{1}{4}}$$

TKM è il Modulo di Binario;

E = Modulo di Elasticità della rotaia (N/cm²);

I = Inerzia della Rotaia (cm⁴).

4.3. Analisi di sensitività dei parametri

In questo capitolo viene discussa un'analisi di base della sensibilità dei parametri, al fine di stimare l'"elasticità" dei modelli.

I parametri monitorati sono la percentuale di sollecitazione flessionale a metà tra due traverse consecutive e lo spostamento verticale rispetto al Coefficiente Elastico del Binario **g**, come definito nel cap. 2.2 e la % di sollecitazione flessionale rispetto alla distanza tra due traverse consecutive per uno specifico modulo di fondazione.

Questo per tener conto del comportamento relativo dell'intero sistema di binari: rotaia+traversa+fondazione.

4.3.1. Modello di ZIMMERMANN

Utilizzando il modello di ZIMMERMANN, risulta che, a fronte di un aumento del 100% del Coefficiente Elastico del Binario, la sollecitazione flessionale sulla rotaia aumenta solo del circa il 15%. Quindi, in termini di sensibilità del parametro di sollecitazione a flessione, la differenza tra un sottofondo morbido e un buon sottofondo è di circa il 15-20%. Lo spostamento verticale aumenta di circa il 100% nelle stesse ipotesi per il sottofondo di cui sopra.

Per un dato modulo di fondazione assegnato, lo sforzo di flessione aumenta del 5-10% linearmente rispetto ad un aumento del 25% della distanza tra due traverse consecutive [es. da 60 a 75 cm].

4.3.2. Modello di WINKLER

Utilizzando il modello di WINKLER, risulta che la sollecitazione flessionale sulla rotaia aumenta di circa il 15% rispetto ad un aumento del 100% del Coefficiente Elastico del Binario. Quindi, in termini di sensibilità del parametro di sollecitazione a flessione, la differenza tra un sottofondo morbido e un buon sottofondo è di circa il 15-20%. Lo spostamento verticale aumenta invece di circa il 100% nelle stesse ipotesi per il sottofondo di cui sopra.

Per un dato modulo di fondazione assegnato, lo sforzo di flessione aumenta del 5% linearmente rispetto ad un aumento del 25% della distanza tra due traverse consecutive [es. da 60 a 75 cm].

$$w(x) = \frac{P\beta}{2TKM} e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x) = \frac{P\beta}{2TKM} \eta(x) \quad (33)$$

And the corresponding bending moment is given by:

$$M(x) = \frac{P}{4\beta} e^{-\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x) \quad (34)$$

The max bending moment in the middle of two sleepers:

$$M_{MAX} = \frac{P}{4\beta} \quad (35)$$

The shear is:

$$T(x) = -\frac{P}{2} e^{-\beta x} (\cos \beta x) \quad (36)$$

where:

$$\beta = \left(\frac{TKM}{4EI} \right)^{\frac{1}{4}}$$

TKM is the Track Modulus;

E = Elasticity Module of rail (N/cm²);

I = Rail Inertia (cm⁴).

4.3. Analysis of Parameters Sensitivity

In this chapter it is discussed a basic analysis of parameters sensitivity, in order to estimate the "elasticity" of the models.

The parameters monitored are the percentage of bending stress in the middle between two consecutive sleepers and the vertical displacement vs the Elastic Track Coefficient **g**, as defined in the chap. 2.2, and the % of bending stress vs the distance between two consecutive sleepers for a specific Foundation Modulus.

This to take into account the relative behavior of the overall track-system: rail+sleeper+foundation.

4.3.1. ZIMMERMANN model

By ZIMMERMANN model, we can see that increasing of 100% of the Elastic Coefficient the bending stress on the rail increases only of about 15%. So, in terms of the bending stress parameter sensitivity, the difference between a soft subgrade and a good subgrade is of about 15-20%. The vertical displacement increases of about 100% in the same assumptions for the subgrade of above.

As far as a specific Foundation Modulus, the bending stress increases of 5-10% linearly with the distance between two consecutive sleepers increasing of 25% [e.g. from 60 to 75 cm].

4.3.2. WINKLER model

By WINKLER model, we can see that the bending stress on the rail increases about of 15% against an increasing of 100% of the Elastic Coefficient. So, in terms of the bending stress parameter sensitivity, the difference between a soft

5. Considerazioni

Il modello ZIMMERMANN è “rigido” rispetto al momento flettente quando il sottofondo è buono. (lo stress da flessione aumenta del 5% contro l'aumento del 25% della distanza tra due traversine consecutive). Man mano che il sottofondo diminuisce la sua elasticità, il modello è meno “rigido”: il momento flettente aumenta del 10% rispetto all'aumento del 25% della distanza tra due traversine consecutive.

Il modello WINKLER è rigido indipendentemente dall'elasticità del sottofondo: il momento flettente aumenta del 5% rispetto ad un aumento del 25% della distanza tra due traversine consecutive.

Alla luce di quanto sopra, il modello di ZIMMERMANN sembra più conservativo di quello di WINKLER, soprattutto quando dobbiamo stimare le sollecitazioni nei componenti su sottofondi scadenti o materassini di appoggio molto morbidi.

5.1. Comparazione tra I modelli ZIMMERMANN e WINKLER/HETÈNYI

Nelle stesse condizioni di input, il momento flettente della rotaia tra due traversine consecutive calcolato dall'approccio ZIMMERMANN è in media superiore al 10/15% di quello calcolato dalle soluzioni di WINKLER/HETÈNYI.

Tale differenza si riduce per sottofondi più morbidi.

5.2. Caso studio - Esempio di implementazione

Il seguente caso di studio nasce dall'esperienza dell'autore coinvolto in un processo di verifica per un progetto ferroviario asiatico². La verifica progettuale fu necessaria a causa di una modifica della configurazione del sistema di armamento durante la fase di costruzione, unitamente alla variazione nel tempo di alcuni parametri di input progettuali.

Durante le fasi di progettazione esecutiva, il progettista calcolò e dimensionò i principali componenti dell'armamento attuando il metodo del “ri-proporzionamento”, secondo requisiti di base derivanti da analoghe esperienze e linee guida tecniche per soluzioni standard. Approccio condivisibile in relazione alle configurazioni usuali da implementare. Tuttavia, dopo l'approvazione del progetto e l'inizio dei lavori, a causa del degrado del sottofondo in alcuni punti dovuto ad un drenaggio insufficiente, e della diversa configurazione del sistema (fu necessario un aumento del passo delle traversine, modificazioni alle caratteristiche dell'acciaio per le ganasce, differenti bulloni, ecc.), fu necessario indagare sui margini di sicurezza as-

subgrade and a good subgrade is only of about 15-20%. The vertical displacement increases of about 100% in the same assumptions for the subgrade of above.

As far as a specific Foundation Modulus, the bending stress increases of 5% linearly with the distance between two consecutive sleepers increasing of 25% [e.g. from 60 to 75 cm].

5. Discussion

The ZIMMERMANN model is “rigid” against the bending moment when the subgrade is good. (bending stress increases of 5% against the increasing of 25% of distance between two consecutive sleepers). As the subgrade decreases its elasticity, the model is less “rigid”: bending stress increases of 10% against the increasing of 25% of distance between two consecutive sleepers.

The WINKLER model is rigid independently by the elasticity of subgrade: bending stress increases of 5% against the increasing of 25% of distance between two consecutive sleepers.

In the light of above, ZIMMERMANN model seems more conservative than the WINKLER one, especially when we have to estimate the stresses in the components while poor subgrades, or very soft pads.

5.1. Comparison: ZIMMERMANN vs WINKLER/HETÈNYI solutions

In the same input conditions, the bending moment in the rail between two consecutive sleepers calculated by ZIMMERMANN approach is in average greater than 10/15% of the ones calculated by WINKLER/HETÈNYI solutions.

The gap reduces for soft subgrades.

5.2. Case-Study Example of implementation

The following case study comes from the experience of the Author involved as design verification process-manager for an Asian railway Project.² The design verification was needed due to a design change of the trackwork system configuration during the construction phase, together to variation of some design input parameters (subgrade consolidation, materials features).

During the detailed design phases, the designer calculated and sized the main trackwork components implementing the “re-proportioning” method, in accordance to basic requirements coming from similar experiences and technical guidelines. Correct approach, due to usual configuration to implement. However, after the design acceptance and works

² Il Processo di Verifica fu guidato insieme all'Ing. P. MANFERLOTTI a cui vanno i ringraziamenti per la implementazione del metodo.

² Verification process was owned together with Eng. P. MANFERLOTTI to whom the acknowledgement for the method implementation.

sunti durante la fase di progettazione iniziale, se ancora accettabili o meno.

Il modello semplificato di verifica fu quindi utile per avere una verifica quantitativa preliminare nel breve tempo a disposizione per l'attività, suggerendo azioni correttive per migliorare la robustezza della soluzione, senza interferire in modo significativo sulla produzione in atto.

• Implementazione del Progettista

Il progetto iniziale fu sviluppato in accordo ai seguenti parametri principali:

- Rotaia: UIC54.
- Traversina: cemento 24 cm · 21 cm · 240 cm.
- Spessore Ballast: 20 cm – Modulo di Elasticità [ipotesi progettuale]: 15500 N/cm².
- Spessore Sub-ballast: 10 cm – Modulo di Elasticità [ipotesi progettuale]: 10000 N/cm².
- Valore minimo di consolidamento del sottofondo: 110 N/cm².
- Elasticità stimata del sottofondo: 7700 N/cm².
- Distanza tra due traversine consecutive: 60 cm.
- Carico per ruota: 81000 N.
- Velocità del treno: 35 km/h.

Il progetto e dimensionamento dei componenti fu effettuato in accordo a “contesti simili”, ovvero riproponendo opportunamente i parametri progettuali a soluzioni standard; in altre parole, in fase di progettazione si ipotizzò che i parametri progettuali potessero essere gli stessi dei contesti simili già dimensionati in dettaglio con metodi quantitativi provenienti anche da specifici calcoli FEM. Quindi, in base a questi presupposti, tutti i margini di sicurezza erano correttamente rispettati e conformi alla gamma comune di accettabilità, proprio perché riferiti a configurazioni standard.

Purtroppo però, durante la fase di installazione, si verificò in alcune sezioni un degrado del sottofondo, stimato intorno al 50% del valore di progetto iniziale. Inoltre fu incrementata di alcuni cm la distanza tra le traversine per consentire la installazione di particolari giunti. Quindi il dimensionamento doveva essere rivisto, per essere confidenti che i margini di sicurezza fossero ancora accettabili, principalmente per quanto riguardava alcuni punti singolari, dove si dovevano installare i cosiddetti fish-plates (giunti tra due binari) in configurazione “sospesa”. Fu pertanto condotta la verifica di seguito descritta.

• Implementazione della verifica del progetto

A causa dei vincoli di tempo e dei lavori in corso, fu caldamente suggerito di condurre rapidamente il processo di verifica preliminare, implementando il modello semplificato di WINKLER/ZIMMERMANN, tenendo conto degli input modificati, e di provare a rilevare in tempo utile eventuali debolezze da migliorare, in modo da pianificare eventuali azioni gestionali.

Fondamentale fu la stima del parametro K_{if} , calcolato grazie al metodo descritto in 2.6, tenendo conto delle caratteristiche geo-meccaniche tipiche dei componenti, per alimentare correttamente i ben noti algoritmi descritti in questa recensione.

started on site, due to subgrade elasticity degradation in some locations (poor drainage), and different arrangement of trackwork configuration (e.g. distance between two consecutive sleepers increased, different steel features of fish-plates, bolts, etc.), it was needed to investigate about the safety margins assumed during the initial design phases, if still acceptable or not.

The simplified model was useful to have a preliminary quantitative check in the short time available during the verification process, suggesting corrective actions to improve the robustness of solution avoiding to perturb the ongoing delivery.

• Designer implementation

The initial design was developed in accordance to the following main parameters:

- Rail: UIC54.
- Sleeper: concrete 24 cm · 21 cm · 240 cm.
- Ballast thickness: 20 cm – Design Elasticity [assumption]: 15,500 N/cm².
- Sub-ballast thickness: 10 cm – Design Elasticity [assumption]: 10,000 N/cm².
- Minimum value of subgrade consolidation: 110 N/cm².
- Subgrade elasticity estimated: 7,700 N/cm².
- Distance between two consecutive sleepers: 60 cm.
- Wheel load: 81,000 N.
- Train speed: 35 km/h.

The design-sizing was done according to similar contexts that is the re-proportioning of the design parameters; in other words, during the design phase was assumed that the design parameters had to be the same of the similar contexts already sized in detail, by quantitative methods coming also by specific FEM calculations. So, under these assumptions, all the safety margins were fulfilled, and compliant to the common range of acceptability.

During the installation phase, unfortunately, subgrade degradation occurred in some location, estimated about 50% of initial design value. In addition the distance between the sleepers was increased. So the sizing had to review, in order to be confident that the safety margins were still acceptable, mainly as far as some singular locations, were the fish-plates (joints between two rails) had to be installed. It was implemented the verification in the following described.

• Design Verification implementation

Due to time constraints and working in progress on site, it was warmly suggested to start with the preliminary verification process, implementing the simplified WINKLER/ZIMMERMANN model, taking into account the input modified, and try to detect in useful time eventual weakness to improve.

Crucial was the estimation of K_{if} parameter, calculated thanks to method described in 2.2, taking into account the typical geo-mechanical features of the components.

La variazione del margine di sicurezza fu stimata in termini %, confrontando, con lo stesso modello, entrambe le configurazioni: iniziale e variata.

Nuovi parametri:

- Elasticità del sottofondo stimata: 3000 N/cm² Poisson coeff: 0,20.
- Distanza tra due traversine consecutive: 75 cm.

Risultati:

Di seguito sono stati riassunti i principali risultati del calcolo confrontando la condizione iniziale di progetto con quella variata.

Progetto iniziale:

- Rigidità elastica equivalente: 412607 N/cm.
- Modulo di Fondazione: 150 N/cm³.
- Massimo Momento Flettente: 2.400.000 Ncm.
- Cedimento verticale: 0,14 cm.

Nella Fig. 15 sono mostrati i diagrammi del momento flettente, spostamento verticale, taglio nella rotaia.

Configurazione variata:

- Rigidità elastica equivalente: 178075 N/cm
- Modulo di fondazione: 63 N/cm³
- Momento flettente massimo: 3.075.000 Nxm
- Cedimento verticale sotto traversina: 0,28 cm

Nella Fig. 16 sono mostrati i diagrammi del momento flettente, spostamento verticale, taglio nella rotaia.

In termini % fu riscontrata una riduzione di circa il 30/35% del margine di sicurezza rispetto allo sforzo flessionale nelle rotaie/giunti, ancora accettabile per le rotaie, ma da attenzionare assolutamente per i giunti, per effetto

The safety margin variation was estimated comparing with the same model, both the configurations: initial and changed.

Updated parameters:

- Subgrade elasticity estimated: 3,000 N/cm²- Poisson ratio: 0,20.
- Distance between two consecutive sleepers: 75 cm.

Results:

In the following it has been summarized the main results of the calculation comparing the design initial condition to the new one.

Initial design:

- Track Stiffness: 412,607 N/cm.
- Foundation Modulus: 150 N/cm³.
- Max Bending moment in the rail-beam between two sleepers: 2,400,000 Ncm.
- Vertical displacement: 0.14 cm.

In the Fig. 15 the rail bending moment, vertical displacement, shear diagrams are shown.

Changed configuration:

- Track Stiffness: 178,075 N/cm
- Foundation Modulus: 63 N/cm³
- Max Bending moment: 3,075,000 Ncm
- Vertical displacement: 0.28 cm

In the Fig. 16 the rail bending moment, vertical displacement, shear diagrams are shown.

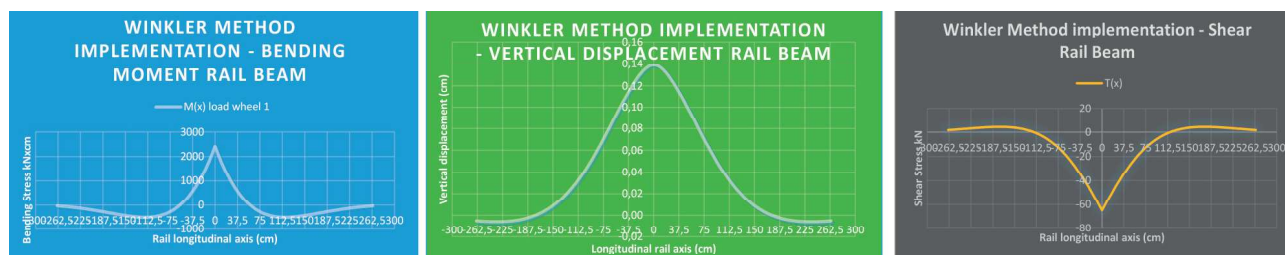


Figura 15 – Implementazione del metodo di WINKLER - Fase iniziale di progetto.
Figure 15 – WINKLER method implementation - Initial Design Configuration.

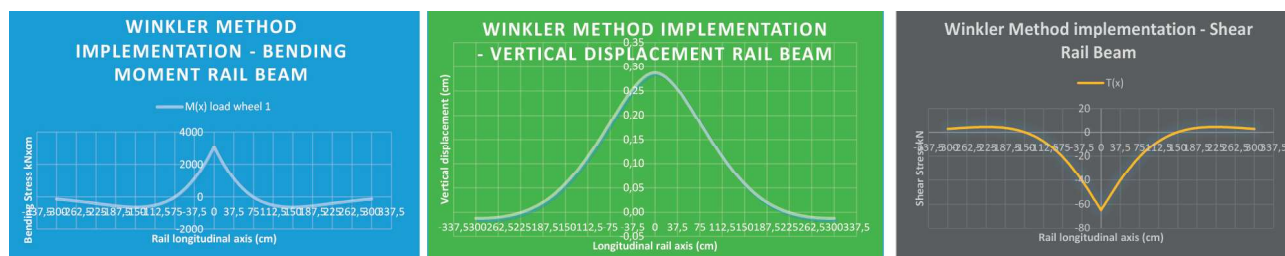


Figura 16 – Implementazione del metodo di WINKLER - Configurazione variata.
Figure 16 – WINKLER method implementation - Changed Configuration.

anche dell'incremento localizzato dei carichi dinamici [15]; inoltre si riscontrò un aumento dello spostamento verticale delle traverse sotto carico di oltre il 100% (da 1,5 mm a 3mm) rispetto allo standard di progetto, giudicato rischioso per garantire il corretto allineamento dei binari, quindi da mantenere assolutamente sotto controllo.

I risultati di questa verifica, ottenuta in tempi estremamente brevi grazie anche ai modelli proposti in quest'articolo, contribuirono a prendere decisioni in tempo utile per migliorare la configurazione del sistema, prescrivendo ad es. la riduzione "controllata" della distanza tra due traverse consecutive soprattutto in prossimità dei giunti (le cosiddette traversine accoppiate non erano fattibili per vincoli installativi), attivando un approfondimento progettuale dello stato tensio-deformativo nei giunti stessi tramite modellizzazione FEM 3D presso un centro studi specialistico, e cambiando la tipologia delle ganasce fornite con analoghe più robuste nelle sezioni più critiche. Inoltre furono presi provvedimenti per incrementare la consistenza del sottofondo, predisponendo miglioramenti al drenaggio globale e locale, ed inserendo geo-griglie per una migliore portanza e distribuzione dei carichi dal sub ballast al sottofondo.

6. Conclusioni

Questo articolo ha riproposto alcuni metodi ben noti dalla letteratura tecnica declinati organicamente per contribuire alla impostazione/verifica quantitativa preliminare del progetto di armamento su ballast. L'obiettivo è stato quello di raccogliere e rendere disponibile in modo semplice un metodo per ottenere "ordini di grandezza" quantitativi delle configurazioni tecniche, in particolare non standard, dando supporto principalmente ai coordinatori di progetto coinvolti nel processo di verifica, che spesso, in breve tempo e con vincoli organizzativi, devono evidenziare eventuali criticità e intraprendere azioni tecnico-ge-stionali, perturbando il meno possibile la produzione.

I principali elementi sono riassunti:

- 1) sono stati implementati differenti approcci e confrontati i risultati quantitativi; in termini di differenza percentuale, gli approcci meccanicistici "classici" (WINKLER-HETÉNYI, ZIMMERMANN) rilasciano risultati comparabili: i gap sono inclusi nel 10/15% nelle stesse condizioni di input. Si registrano invece maggiori divari tra i calcoli meccanicistici più rigorosi ed i modelli di calcolo proposti dalle norme vigenti (es. UIC713); questi modelli (a volte ulteriormente semplificati) sono generalmente meno conservativi di quelli più rigorosi di circa il 20%.
- 2) Specifica enfasi è stata data non tanto ai risultati numerici assoluti rilasciati dai modelli di calcolo, ma alle relative variazioni dei parametri interagenti in modo da meglio controllare i rapporti reciproci tra le variabili in gioco (sensibilità). In particolare è stato evidenziato che la consistenza dei sottofondi non influenza in modo percentualmente significativo le sollecitazioni

In % terms, a reduction of about 30/35% of the safety margin against the bending stress in the rails / joints was highlighted, still acceptable for the rails, but to be absolutely careful for the joints, due to the localized dynamic loads increasing [15]; moreover, vertical displacement increasing of over 100% was detected, considered risky to guarantee the correct rails alignment, therefore to be kept absolutely under control.

The results of this verification, made in very short time thanks also to the models proposed in this review, helped to make decisions in time to improve the system configuration, prescribing e.g. the reasoned/tuned reducing of distance between two consecutive sleepers especially near the joints (the so-called coupled sleepers were not feasible due to installation constraints), activating a design study of the stress-strain state in the joints through FEM 3D modeling at a specialized study center, and change the type of the joints replacing the existing ones with similar stronger in the most critical sections. In addition, measures were taken in charge to improve the subgrade strength, providing improvements of global and local drainage, and laying geo-grids for a better capability and loads distribution coming from sub ballast to subgrade.

6. Conclusions

This review has summarized some well-known methods from technical literature organically described to contribute for a preliminary quantitative design verification of ballasted trackwork systems. The aim was to collect and make available in simple way a method to obtain quantitative "magnitude orders" of technical configurations, giving support mainly to the project-design managers involved in the verification process coordination, that often, in short time and organization constraints, have to highlight eventual criticalities and to start technical-managerial actions minimizing the perturbation to the delivery.

The main spots are summarized in the following.

- 1) *Different approaches implemented and quantitative results ones compared; in terms of difference of percentage, the "classic" mechanistic approaches (WINKLER-HETÉNYI, ZIMMERMANN) release comparable results: the gaps are included in 10/15 % in the same inputs-conditions. Instead, greater gaps between the rigorous mechanistic outcomes and the calculation models proposed by current norms have been recorded (e.g. UIC713); these (sometimes-simplified) models are generally less conservative than the rigorous ones of about 20%.*
- 2) *Specific relevant has been focused not on the absolute numeric results released by the models, but on the relative variation of the parameters interacting: this to better understand the mutual interaction between the magnitudes playing ("sensitivity"). In particular, it was highlighted that the subgrades consolidation does not signif-*

flessionali e di taglio nei principali componenti, ma influisce in modo determinante sull'allineamento dei binari e sollecitazioni nei giunti, con ciò che ne può conseguire in termini di sicurezza.

- 3) L'applicazione dei modelli preliminari di verifica a situazioni reali ha dimostrato la utilità degli stessi, per individuare in tempo le opportune azioni correttive tecniche e gestionali, contribuendo a risolvere circostanze potenzialmente nocive per i progetti, se non evidenziate/gestite in tempo. In alcuni casi studio proposti, grazie anche a questi modelli, è stato infatti evidenziato che la pratica tecnica ancora sovente utilizzata basata sul "ri-proporzionamento" di configurazioni standard, può portare a sottostime non compatibili con i requisiti di sicurezza ed operativi posti.

7. Appendice - Termini e Definizioni

Lo scopo di questo glossario è specificare la semantica adoperata in questo articolo, in relazione ai diversi termini e significati che circolano su questo argomento nella letteratura tecnica corrente. Non è da intendersi come una descrizione esaustiva, ma finalizzata alla sola definizione di un lessico da condividere per un'agevole lettura del testo.

icantly affect the bending and shear stresses in the main components in percentage terms, but has decisive influence on the alignment of the tracks and stress in the joints, impacting the safety.

- 3) The implementation of the verification models to actual situations demonstrated their effectiveness, finalized to propose in useful time technical and managerial corrective actions, contributing to solve potentially harmful circumstances for the Projects, if not detected/managed on time. In some proposed case-studies, thanks also to these models, it has been highlighted that the technical practice still frequently focused on the "re-proportioning" of standard configurations, can lead underestimation not compatible with the safety and operational requirements.

7. Appendix - Glossary

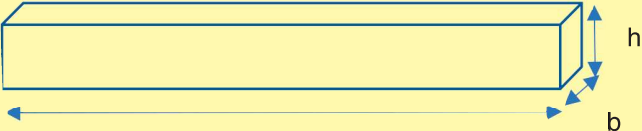
The aim of this glossary is to specify the semantic here implemented due to different wording and meanings circulating on this topic in the current technical literature. This is not exhaustive description, but finalized only to define a lexical to share for an easier reading of the paper.

Parameter <i>Parameter</i>	Simbolo <i>Symbol</i>	Unità <i>Unit</i>	Descrizione <i>Description</i>
Modulo di Fondazione <i>Foundation Modulus</i>	K_0	N/cm ² /cm	Rappresenta il valore della reazione superficiale (pressione) quando si abbia l'abbassamento di un centimetro della traversina. (spostamento verticale unitario della traversina per una determinata pressione). Alcuni autori lo definiscono "coefficiente di appoggio" (ordine di grandezza 50-300 N/cm ³). <i>It represents the value of the contact reaction (pressure) when the sleeper is vertical displaced by one centimetre (sleeper vertical displacement unit under a specific pressure). Some authors identify it as the "bedding modulus" (magnitude order 50-300 N/cm³).</i>
Modulo di Compressione <i>Ballast/Subgrade Modulus</i> (Compression Modulus)	K_s	N/cm/cm	Rappresenta la rigidità complessiva della fondazione del binario definita come la forza di reazione per unità di lunghezza della traversina per unità di deflessione della stessa (ordine di grandezza 1000-5000 N/cm/cm). <i>It represents the overall stiffness of the rail foundation is defined as the supporting force per unit length of sleeper per unit deflection (magnitude order 1000-5000 N/cm/cm).</i>
Rigidezza del binario <i>Track Stiffness</i>	K_{tr}	N/cm	Rigidità elastica equivalente (per rotaia) offerta da una traversina adagiata sulla fondazione; è il rapporto tra forza agente al piede della rotaia ed il corrispondente spostamento verticale nel medesimo punto di applicazione [ordine di grandezza: 20-50 x 10 ⁶ N/m]. <i>Equivalent spring stiffness (per rail) offered by a sleeper lying on the track foundation; it is the ratio between acting force at the rail feet and the related vertical displacement in the same section of the load acting [magnitude order: 20-50 x 10⁶ N/m].</i>

(segue... - follows...)

OSSERVATORIO

(segue "Appendice - Termini e Definizioni" - follows "Appendix - Glossary")

Rigidezza della piastra sottorotaia <i>Rail Pad/Sleeper Stiffness</i>	K_v	N/cm	Rigidità verticale combinata della traversina e della piastra sottorotaia (ordine di grandezza: 10^6 N/m). <i>Combined vertical stiffness of the sleeper and the rail pad (Magnitude order: 10^6 N/m).</i>
Rigidezza equivalente del binario <i>Track Stiffness Equivalent</i>	K_{tfeq}	N/cm	$K_{tfeq} = \frac{k_{tf} \cdot k_v}{k_{tf} + k_v}$
Distanza tra due traversine consecutive <i>Step of the sleepers</i>	p	cm	Valori usuali da 60 a 75 cm <i>Distance between two consecutive sleepers</i>
Modulo del binario <i>Track Modulus</i>	TKM	N/cm/cm	Questa è la "rigidità elastica complessiva del binario". Il "Modulo di binario" è un numero (in N/cm ² o MPa) che aggrega le rigidezze di tutti i componenti della struttura del binario distribuiti per unità di lunghezza del binario stesso. $TKM = K_{tfeq}/p$ <i>This is the "overall elastic stiffness of the track". The "Track Modulus" is a single number (in N/cm² or MPa) which aggregates the stiffnesses of all the components of the track structure distributed per unit of long of the track.</i> $TKM = K_{tfeq}/p$
Distanza tra due piani di appoggio delle rotaie <i>Distance between two rail seats</i>	L_{2c}	cm	Corrispondente allo scartamento maggiorato della larghezza della testa della rotaia (Per scartamento nominale $L_{2c} = 1500$ mm). <i>Corresponding to the gauge increased by the width of the rail head (for nominal gauge. $L_{2c} = 1500$ mm).</i>
Larghezza traversa <i>Sleeper width</i>	B	cm	
Altezza traversa <i>Sleeper height</i>	H	cm	
Lunghezza traversa <i>Sleeper length</i>	L	cm	
Distanza tra il punto di applicazione della forza ed il centro del binario <i>Distance between stress enforcement and the center of tracks</i>	R	cm	Corrispondente a $L_{2c}/2$ <i>Corresponding to $L_{2c}/2$</i>
Modulo elastico della rotaia <i>Rail Young Modulus</i>	E_r	N/cm ²	Acciaio 20600000 N/cm ² <i>Steel assumed 20600000 N/cm²</i>
Inerzia della rotaia <i>Rail inertia</i>	I_r	cm ⁴	UIC50 1940 cm ⁴ UIC54 2337 cm ⁴ UIC60 3055 cm ⁴
Modulo di elasticità della traversa <i>Sleeper Young Modulus</i>	E_t	N/cm ²	Legname: 1200000 N/cm ² Calcestruzzo: 3800000 N/cm ² Polimerico (e.g. SEKISUI patent): 600000 N/cm ² <i>Timber: 1200000 N/cm²</i> <i>Concrete: 3800000 N/cm²</i> <i>Polimeric (e.g. SEKISUI patent): 600000 N/cm²</i>

(segue... - follows...)

(segue "Appendice - Termini e Definizioni" - follows "Appendix - Glossary")

Inerzia della traversa <i>Sleeper inertia</i>	I_t	cm ⁴	Assumed: $(b \cdot h^3)/12$ Assumed: $(b \cdot h^3)/12$
Carico statico verticale	G	N	Carico per ruota <i>Load per wheel [Half axle load]</i>
Spessore dello strato di ballast	H_1	cm	Spessore tra la base di appoggio della traversa e la superficie del sottoballast suggerito: 25-30 cm <i>Thickness between the base of sleeper and the gravel surface suggested: 25-30 cm</i>
Elasticità del ballast	E_1	N/cm ²	Tipico: 15500 N/cm ² <i>Typical: 15500 N/cm²</i>
Modulo di Poisson del ballast <i>Poisson ratio ballast</i>	μ_1	Adimensional	Tipico: 0,10 <i>Typical: 0,10</i>
Spessore del subballast <i>Thickness sub Ballast/Gravel</i>	H_2	cm	Spessore del subballast Tipico: 10 cm <i>Thickness between gravel layer and the subgrade Typical: 10 cm</i>
Elasticità del subballast <i>Elasticity Sub Ballast/gravel</i>	E_2	N/cm ²	Tipico: 15000 N/cm ² <i>Typical: 15000 N/cm²</i>
Modulo di Poisson del ballast <i>Poisson ratio ballast</i>	μ_2	Adimensional	Tipico: 0,10 <i>Typical: 0,10</i>
Spessore del sottofondo <i>Thickness sub sub-grade</i>	H_3	cm	Tipico > 5 m <i>Typical: > 5 m</i>
Elasticità del sottofondo <i>Elasticity sub-grade</i>	E_3	N/cm ²	Alcuni valori tipici: - Argilla: 900 N/cm ² - Limo: 2000 N/cm ² - Sabbia: 3000 N/cm ² - Strato di copertura: 3000 N/cm ² - Roccia: 15000 N/cm ² <i>Some typical values:</i> - Clay: 900 N/cm ² - Silt: 2000 N/cm ² - Sand: 3000 N/cm ² - Capping layer: 3000 N/cm ² - Rock/shale: 15000 N/cm ²
Modulo di Poisson del sottofondo <i>Poisson ratio sub-grade</i>	μ_3	Adimensional	Alcuni valori tipici: - Argilla: 0,3 - Limo: 0,3 - Sabbia: 0,2 - Strato di copertura: 0,2 - Roccia: 0,1 <i>Some typical values:</i> - Clay: 0,3 - Silt: 0,3 - Sand: 0,2 - Capping layer: 0,2 - Rock/shale: 0,1

BIBLIOGRAFIA - REFERENCES

- [1] WINKLER (1875), *"Der Eisenbahnoerbau"*, Praga.
- [2] ZIMMERMANN H. (1930), *"Die Brechnung des Eisenbahnoerbaues"*, Verlag W. Ernst und Sohn, Berlin.
- [3] HETÉNYI M. (1979), *"Beams on elastic foundation"*, Ann Arbor: The University of Michigan Press.
- [4] TESORIERE G. (1984), *"Strade Ferrovie Aeroporti"* – Vol. 2 – UTET. Italy 1984.
- [5] ZHANG Y.J, MURRAY M., FERREIRA L. (1998), *"A Mechanistic Approach for Estimation Of Track Modulus"* – Conference on Railway Engineering – Queensland University Brisbane 7-9 Sept 1998.
- [6] VESIC A.B. (1961), *"Beams on Elastic Subgrade and the Winkler's Hypotesis"* – International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering – Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia.
- [7] TERZAGHI-PECK (1967), *"Geotecnica"* – UTET 1987 – translation of: Soil Mechanics in Engineering Practicies – John Wiley and Son, New York.
- [8] ESVELD C. (2001), *"Modern Railway Track"* - Second Edition 2001 MRT-Productions.
- [9] National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine (2012), *"Track Design Handbook for Light Rail Transit"*, Second Edition. Washington, DC: The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/22800>.
- [10] Eurocodes.
- [11] CAI Z., BATHURST R.J., *"Estimate of Static Track Modulus Using Elastic Foundation Models"* – Transportation Research Record 1470.
- [12] VAN BELKOM A. (2020), *"A simplified method for calculating load distribution and rail deflections in track, incorporating the influence of sleeper stiffness"* - Advances in Structural Engineering 2020, Vol. 23(11) 2358–2372. <https://journals.sagepub.com/doi/full/10.1177/1369433220911144#bibr1-1369433220911144>.
- [13] UIC Code 713 (2004), *"Design of monoblock concrete sleepers"* – International Union of Railways 1st edition, November.
- [14] BONO, FOCACCI, LANNI (1997), *"La Sovrastruttura Ferroviaria"* – Collegio Ingegneri Ferroviari Italiani.
- [15] JENKINS H.H., STEPHENSON J.E., CLAYTON G.A., MORLAND G.W., LYON D. (1974), *"The Effect of Track and Vehicle Parameters on Wheel/Rail Vertical Dynamic Forces"* – REJ January.
- [16] ROBERT G. (1950), *"Calcolo del binario"* – Ingegneria Ferroviaria – Febbraio, Marzo, Aprile – CIFI – Italia.
- [17] BRUNER M., CIOFFI E., CORAZZA R., KAJON G. (2005), *Modelli Analitici di Armamento e loro impiego nello studio del degrado della via* – Ingegneria Ferroviaria – Novembre – CIFI – Italia.