



Interazione pantografo-catenaria rigida: un metodo di analisi semplificato

Pantograph-rigid overhead interaction: a simplified method of analysis

Massimiliano BRUNER (*)

(<https://www.medra.org/servlet/view?lang=it&doi=10.57597/IF04.2023.ART1.>)

Sommario - Lo studio definisce un metodo semplificato di analisi cinematica e dinamica dell'interazione tra un pantografo e una linea aerea rigida di contatto. La difficoltà nel reperire informazioni tecniche specifiche ha costretto a porre come riferimento bibliografico la norma EN sull'interazione tra pantografo e catenaria elastica convenzionale: ne consegue la verifica dell'applicabilità di un unico modello di massa ridotta in vibrazione verticale anziché di meccanismi a più gradi di libertà. Questo lavoro sviluppa casi di studio che considerano la variazione delle caratteristiche strutturali ed elastiche del pantografo e della linea di contatto rigida per un generico veicolo che si muove a velocità costante su una linea retta e orizzontale. La variazione della massa dell'aletta, la vibrazione verticale della cassa del veicolo e le irregolarità di posa della linea aerea di contatto completano le condizioni di comportamento del problema. La letteratura del settore sembra confermare un crescente interesse per lo studio di applicazioni di controllo "attivo" del comportamento del meccanismo, basate su valutazioni complesse effettuate mediante un uso esteso di sistemi di tecnologia intelligente (software di feedback, controller proporzionale integrativo-derivativo): amplificazione dinamica (risonanza) è gestita da dispositivi in grado di sviluppare parametri di smorzamento variabili e adatti a condizioni operative temporanee. Questo studio trascura l'analisi delle caratteristiche di smorzamento del pantografo durante l'interazione con la linea di contatto poiché la discussione non è volta a determinare o ottimizzare elettronicamente o software gli effetti di risonanza dell'interazione pantografo-catenaria rigida. Sebbene le conclusioni possano sembrare specialistiche per le operazioni ferroviarie metropolitane, attualmente identificate come i maggiori utilizzatori del sistema di raccolta dell'energia a catenaria rigida, il rapporto propone un'estensione dei risultati sui sistemi ferroviari con velocità vicine a quelle ad alta velocità.

1. Introduzione

L'utilizzo della catenaria rigida nasce in Europa e in Giappone con sperimentazioni presso diverse aziende di trasporto ferroviario urbano, finalizzate alla sostituzione

Summary - The study defines a simplified method of kinematic and dynamic analysis of the interaction between a pantograph and a rigid overhead contact line. The difficulty in finding specific technical information forced to place the EN standard on the interaction between pantograph and conventional elastic catenary as a bibliographic reference: it follows the verification of applicability of a single reduced mass model in vertical vibration instead of multi-degrees of freedom mechanisms. This work develops case studies that consider the variation of the structural and elastic characteristics of the pantograph and of the rigid contact line for a generic vehicle moving at a constant speed on a straight and horizontal line. The variation in the mass of the contact strip, the vertical vibration of the vehicle body and the laying irregularities of the overhead contact line complete the behaviour conditions of the problem. Literature of the sector seems confirming there is an increasing interest in studying "active" control application of the mechanism behaviour, based on complex evaluations performed by an extended use of intelligent technology systems (feedback software, proportional integrative-derivative controller): dynamic amplification (resonance) is managed by devices able to develop variable damping parameters and suitable for temporary operating conditions. This study neglects the analysis of the damping characteristics of the pantograph during the interaction with the contact line since the discussion is not aimed at determining or electronics or software optimization the resonance effects of pantograph-rigid catenary interaction. Although the conclusions may appear to be specialized for metropolitan railway operations, currently identified as the major users of the rigid catenary energy collection system, the report proposes an extension of the results on railway systems with speeds close to the high-speed ones.

1. Introduction

The use of the rigid catenary originates in Europe and Japan with experiments at various urban rail transport companies, experiments aimed at the partial or total replacement of the conventional flexible contact electrical power line, having an architecture composed of wire and /

(*) Reco S.r.l. (Gruppo Salcef S.p.A) - Ricerca e Sviluppo.

(*) Reco S.r.l. (Salcef Group S.p.A) - Research and Development.

parziale o totale della tradizionale linea elettrica di contatto flessibile, avente un'architettura composta da fili e/o cavi punti di vincolo e relativi dispositivi di sospensione e di tesatura.

L'interesse per la linea di contatto rigida [1] si sviluppa da un insieme di caratteristiche peculiari di cui ricordiamo, di seguito, le più importanti:

- a) limitato ingombro verticale;
- b) possibilità di maggiori sezioni conduttrive realizzabili con un unico elemento;
- c) eliminazione della tesatura e relativi dispositivi;
- d) possibilità di utilizzare i veicoli utilizzati in superficie con linee di contatto tradizionali anche in galleria, senza la necessità di installare a bordo treno due diversi dispositivi di presa di corrente.

Queste caratteristiche, e l'ultima di esse, hanno determinato, per primi, gli esperimenti condotti sui tram di Bochum in Germania nel 1993 (Fig. 1), in Giappone [2][3], e dalla Teito Rapid Transit Authority di Tokyo [4][5][6] del 1998 (Fig. 2).

In Italia, un primo tratto della Linea A della Metropolitana di Roma è stato dotato, in via sperimentale, di una linea aerea rigida di contatto. Da novembre 2014 la catenaria rigida è completamente installata sulla Linea C, che viene esercita in assenza del macchinista e in modalità operativa e funzionale completamente comandata e telecontrollata dalla sede del Dirigente Centrale Operativo (DCO) (Fig. 3).

A Milano il sistema di alimentazione della terza rotaia (alimentazione a contatto su trave rigida) è stato abbandonato per la linea 2 della metropolitana nel 1960-70 e sostituito con la tradizionale linea aerea. Si noti che quest'ultimo provvedimento rappresenta attualmente la possibile soluzione al problema della scelta della linea di contatto, che in Italia è condizionata da vincoli normativi che di fatto escludono l'opportunità di un'alimentazione elettrica della terza trazione ferroviaria. Infatti, la stringente gestione dell'esercizio deriva dall'impossibilità di autorizzare la circolazione in linea del personale a piedi con la terza rotaia tenuta in alimentazione elettrica. Si può quindi interpretare come in Italia, nel settore delle metropolitane, un sistema con linea di contatto "rigida" rivesta un interesse pari o maggiore di quello che ha determinato le sperimentazioni tedesche e giapponesi.

È storia comune, agli esperimenti precedentemente citati, l'aver riscontrato notevoli difficoltà nell'assicurare la stabilità del contatto tra il pantografo e la catenaria rigida, a causa dei modi composti di vibrazione del veicolo. Questi ultimi, sono determinati dalla variabilità dei modi di contatto ruota-rotaia [7][8][9][10][11] e dalla variabilità dei parametri strutturali dell'armamento ferroviario [12]: di fatto, sulla stessa linea e in galleria si possono ritrovare contemporaneamente posa su massicciata, su conglomerato cementizio, su basamenti metallici, su piastre in c.a.p.. È stato infatti evidenziato come i pantografi

or cables contact points and related suspension and stringing devices.

The interest in the rigid contact line [1] arises from a set of peculiar characteristics of which we recall, below, the most important ones:

- a) *limited vertical dimensions;*
- b) *possibility of larger conductive sections achievable with a single element;*
- c) *elimination of the stringing and related devices;*
- d) *possibility of using vehicles used on the surface with traditional contact lines also in tunnels, without the need to install two different power socket devices on board the train.*

These characteristics, and the last of them, first determined the experiments conducted by the Bochum tramways in Germany in 1993 (Fig. 1), in Japan [2][3], and from the Teito Rapid Transit Authority of Tokyo [4][5][6] of 1998 (Fig. 2).

In Italy, an initial section of Line A of the Rome Metro was equipped, on an experimental basis, with a rigid overhead contact line. Since November 2014, the rigid catenary has been fully installed on C Line, it operates in the absence of the driver and in operational and functional mode fully commanded and remotely controlled from the Operative Central Management (OCM) (Fig. 3).

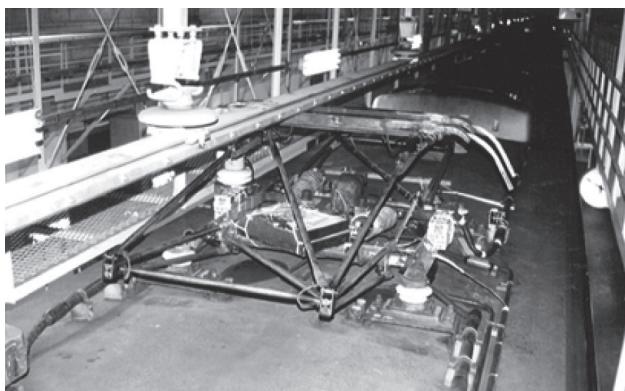
In Milan, the third-rail power supply system was abandoned for line 2 of the underground in 1960-70 and replaced with the traditional overhead line. Note that this last measure currently represents the possible solution to the problem of choosing the contact line, which in Italy is conditioned by regulatory constraints that effectively exclude



(Fonte - Source: Archivio cortesia Prof. Ing. G.R. CORAZZA - Courtesy archive Prof. Ing. G.R. CORAZZA)

Figura 1 – Il sistema tedesco (Linea U35) con trazione basata su alimentazione a catenaria rigida aerea.

Figure 1 – The German system (U35 Line) with traction based on rigid overhead power supply.



(Fonte – Source: Archivio cortesia Prof. Ing. G.R. CORAZZA, Japan Railway & Transport Review N. 16, Giugno 1998 – Courtesy archive Prof. Ing. G.R. CORAZZA, Japan Railway & Transport Review No. 16, June 1998)

Figura 2 – Il sistema sperimentale giapponese con trazione basata su trazione a catenaria rigido; un esempio di struttura portante a supporti rigidi.

Figure 2 – The Japanese experimental system with traction based on electric power supply on rigid overhead; an example of a load-bearing structure for rigid overhead.

normalmente utilizzati per le linee aeree siano adattabili al funzionamento con linee aeree rigide se non verificati da un'adeguata sperimentazione [13][14][15][16].

Questa memoria espone una metodologia semplificata di indagine cinematica e dinamica sull'interazione tra pantografo e linea rigida di contatto, di cui vengono individuati alcuni dei parametri funzionali che possono costituire rilevanza tecnica durante il moto in rettilineo di un generico veicolo. Sono pertanto esclusi dalla trattazione particolari problemi di interazione tra pantografo e catenaria, che meriterebbero una trattazione dedicata: a titolo esemplificativo si annotano gli effetti indotti dalla variabilità trasversale del contatto durante il transito del veicolo in curva, dagli spostamenti trasversali limite dovuti all'eccessiva souplesse, quelli dovuti al transito più o meno repentino del veicolo tra i due strutture di elettrificazione (a catenaria tradizionale flessibile e catenaria rigida), condizione rilevabile all'ingresso e all'uscita di una galleria.

2. Elementi di captazione dell'energia elettrica per la trazione ferroviaria

Negli ultimi anni si è evidenziata una crescente diffusione dell'architettura rigida della catenaria, come elemento strutturale per l'alimentazione della trazione ferroviaria: la letteratura tecnica è però scarsa e di difficile accesso. È possibile identificare gli elementi che compongono la catenaria rigida con una trave costituita da un binario in acciaio (Fig. 4 (A)) o da un estruso in lega metallica a forma di T (Fig. 4 (B)) che mantiene, con un vincolo, il filo di contatto nella sua parte inferiore. La trave viene poi vincolata, mediante opportuni supporti, a strutture por-

the opportunity of an electrical power supply of the third rail traction. In fact, severe management of the operation derives from the impossibility of authorizing the online movement of personnel on foot with the third rail kept under tension. It can therefore be understood that in Italy, in the subway sector, a system with a "rigid" contact line is of much greater interest than that which determined the German and Japanese experiments.

It is a common history of the previously cited experiments to have found considerable difficulties in ensuring the stability of the contact between the socket and the line, due to the composite modes of vibration of the vehicle. The latter, determined by the variability of the wheel-rail contact modes [7][8][9][10][11] and of the railway superstructure system [12], can be induced by the changing in the structural constructive parameters of the track: on the same line and in the tunnel it is possible to find tracks on ballast, on conglomerate, on metal bases, on prestressed concrete. In fact, it has been highlighted how the pantographs normally used for overhead wire lines are suitable for operation with rigid overhead lines if not verified by adequate experiment times [13][14][15][16].

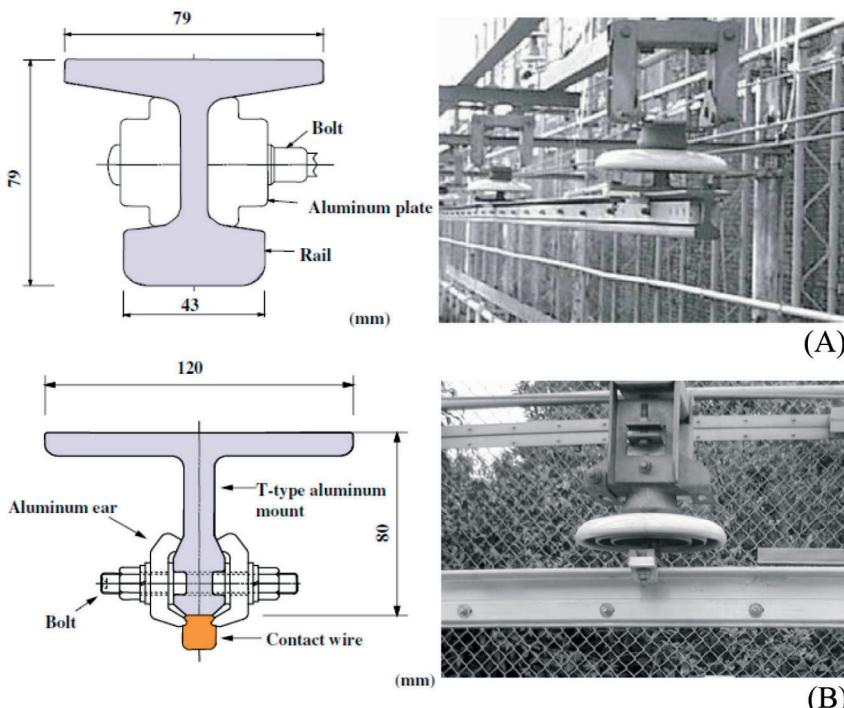
This memory exposes an exemplified methodology of kinematic and dynamic investigation on the interaction between pantograph and rigid contact line, of which some of the functional parameters that can constitute technical relevance during the straight motion of a generic vehicle are identified. Consequently, particular problems of interaction between pantograph and catenary, which deserve a dedicated discussion, are excluded from the discussion: by way of example, the effects induced by the transversal variability of the contact of the panto strip during the transit of the vehicle in curves, to the limit due to excessive souplesse, can



(Fonte – Source: M. BRUNER)

Figura 3 – Un sistema in esercizio italiano con trazione a catenaria rigida; vista laterale del treno Metro C nel Deposito/Impianto Manutenzione “Graniti”.

Figure 3 – Side view of the Metro C train in the “Graniti” Depot/Maintenance Plant.



(Fonte – Source: [4])

Figura 4 – Esempio (A) dell'architettura principale della catenaria rigida costituita da una rotaia ribaltata in acciaio e (B) da un profilo estruso in lega di alluminio con filo di contatto per l'alimentazione elettrica della trazione ferroviaria collegato mediante doppia staffa a "C" lateralmente.

Figure 4 – Example (A) of the main architecture of the rigid overhead consisting of an overturned steel rail and (B) of an extruded aluminium alloy profile with contact wire for electrical power supply of the railway traction supported in position by double lateral "C" clamping.

tanti poste su palificazione oppure a trefoli installati sull'arcata alta delle gallerie.

La ricerca bibliografica porta ad evidenziare le tipologie di pantografo e le loro variazioni strutturali e funzionali che sono proposte nei vari esercizi ferroviari (Fig. 5). In condizioni ideali, il dispositivo di contatto con la linea di alimentazione dovrebbe essere costituito da un elemento scorrevole di massa trascurabile ed esercitante su di essa una forza mediamente costante. Questa condizione può essere solo considerata ideale perché:

- il dispositivo di contatto (archetto) ha una massa limitata inferiore i cui effetti inerziali sono variabili e determinati dall'asportazione di materiale, a causa dell'eventuale contatto continuo concentrato con la linea di alimentazione e anche a causa di eventuali irregolarità verticali, similari all'usura geometrica ondulatoria (Fig. 6);
- sebbene siano disponibili meccanismi di movimentazione del pantografo in grado di generare una forza di contatto costante, il comportamento dinamico dovuto all'inerzia intrinseca alla struttura ne influenza ancora

be cited, or those due to the more or less sudden transit of the vehicle between the two electrification systems, a condition that can be detected at the entrance and exit of a tunnel.

2. Elements of electrical energy collection for railway traction

In recent years there has been a growing diffusion of the rigid architecture of the catenary, as a structural element for supplying railway traction: however, the technical literature is sparse and difficult to access. It is possible to identify the elements that make up the rigid catenary with a beam consisting of a steel rail (Fig. 4 (A)) or an extruded alloy T-shaped (Fig. 4 (B)) which forces, with a clamping constraint, the contact wire in its lower part. The beam is then constrained, by means of suitable supports, to supporting structures proposed on piling or, to strands installed on the high arch for installation in the tunnel.

The bibliographic research leads to highlighting the pantograph types and their structural and functional variations that have occurred in the railway operation (Fig. 5). In ideal conditions, the collection device should consist of a sliding element of negligible mass bound to the contact line and exerting constant force on it. This condition is far from being considered ideal because:

- the contact strip has a lower limit mass whose inertial effects are variable and determined by the removal of material from the contact strip itself, due to the continuous concentrated contact with the supply line and variable in extent also due to any vertical irregularities, like a wave wear (Fig. 6);
- although devices capable of generating a constant force to be applied to the contact strip are available, the reactions due to the inherent inertia still affect its kinematics and dynamics, applying not a constant force to the contact strip; these devices are mounted on the roof of the carbody and in any case undergo all the modes of vibration of the vehicle in the vertical direction to which those of any vertical irregularities in the laying of the contact line can be superimposed;
- the contact force between contact strip and contact line is influenced by the aerodynamic actions exerted on the pantograph; the intensity of these actions depends on the speed of the rolling stock, its shape and the width of the air space existing between its profile and that of the tun-

Pantografo simmetrico tipo FS 52: elementi costruttivi Symmetric panto FS 52 Type: element references	Pantografo a quadrilatero asimmetrico tipo AV: elementi costruttivi Asymmetric quadrilateral structure panto AV type: element references
1 – Linea di alimentazione elettrica - <i>Line contact feed</i>	1 – Linea di alimentazione elettrica - <i>Line contact feed</i>
2 – Elementi di contatto (archetto) - <i>Contact patches elements</i>	2 – Elemento (archetto) di contatto del pantografo - <i>Panto Head</i>
3 – Supporti agli elementi di contatto - <i>Support to contact patch elements</i>	3 – Aste di struttura superiori - <i>Upper beams</i>
4 – Elementi di rigidezza e di smorzamento - <i>Stiffness and damper</i>	4 – Aste di orientamento - <i>Orienting beam</i>
5 – Collegamento elettrico di alimentazione - <i>Power feeder</i>	5 – Aste di reazione - <i>Reaction beams</i>
6 – Aste incrociate di struttura - <i>Crossing structure beams</i>	6 – Asta principale - <i>Principal rod</i>
7 – Aste di struttura superiori - <i>Upper beams</i>	7 – Giunto di rotazione - <i>Rotational joint</i>
8 – Aste di struttura inferiori - <i>Lower beams</i>	8 – Rigidezza di equilibratura - <i>Equilibrating stiffness</i>
9 – Cilindro di movimentazione - <i>Lift-up cylinder</i>	9 – Rigidezza di discesa - <i>Lowering stiffness</i>
10 – Rigidezza di movimentazione - <i>Lift stiffness</i>	10 – Asta di discesa - <i>Lowering rod</i>
11 – Tetto del veicolo - <i>Vehicle roof</i>	11 – Alimentazione di aria - <i>Air inlet</i>
12 – Isolatore elettrico - <i>Insulator</i>	12 – Pistone - <i>Piston</i>
13 – Attuattore idraulico - <i>Hydraulic device</i>	13 – Asta bassa di guida - <i>Lowering rod guide</i>
14 – Aste di collegamento per l’innalzamento - <i>Joining lift-up beams</i>	14 – Aste di collegamento per l’innalzamento - <i>Joining lift-up beams</i>

(Fonte – Source: [21])

Figura 5 – Tipologie classiche di pantografi installati su rotabili metropolitani, regionali e AV.
Figure 5 – Classic types of pantographs installed on metropolitan, regional and HS rolling stock.

- la cinematica, avendo come risultato la applicazione di una forza non più costante contatto; tali dispositivi sono montati sul tetto del rotabile e comunque subiscono tutti i modi di vibrazione del veicolo in direzione verticale ai quali si possono sovrapporre quelli di eventuali irregolarità verticali nella posa della linea di contatto;
- c) la forza di contatto tra archetto e linea di alimentazione è influenzata dalle azioni aerodinamiche esercitate sul pantografo; l'intensità di queste azioni dipende dalla velocità del rotabile, dalla sua forma e dall'ampiezza dell'intercapedine esistente tra il suo profilo e quello della galleria: questo argomento esula dalla presente trattazione.

nel: this topic goes beyond the discussion presented in this brief.

For this reason, the considerations and the results of the analysis cannot be extended in their entirety to high-speed – high capacity (HS-HC) years, although the calculations supply indications that can be correlated to this area of railway transport. However, it should be emphasized that, about latest generation pantographs dedicated to installation on rolling stock addressed to the HS service, an extremely detailed study has been presented in [17][18][19][20].

The lower running speeds of underground vehicles and rolling stock used for the regional service authorize the ef-

Per queste considerazioni, i risultati dell'analisi proposta non possono essere estesi integralmente agli esercizi alta velocità – alta capacità (AV-AC), sebbene i calcoli forniscano indicazioni correlabili a tale settore del trasporto ferroviario. Va comunque sottolineato che, in merito ai pantografi di ultima generazione dedicati all'installazione su rotabili destinati al servizio AV, uno studio estremamente dettagliato è stato presentato in [17][18] [19][20].

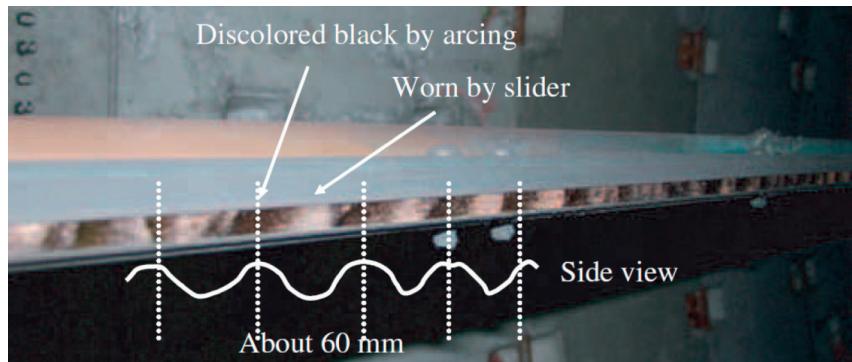
Le basse velocità di esercizio delle metropolitane e dei rotabili, utilizzati anche per il servizio regionale, autorizzano a trascurare gli effetti di tale azione. Tuttavia, le sezioni di galleria sempre più strette verso cui sono orientate le moderne costruzioni, non consentono di escludere, a priori, la possibilità di apprezzabili variazioni nella forza di contatto di origine aerodinamica. Considerare questo fenomeno all'interno dell'analisi proposta richiede l'introduzione di parametri quali la sezione della galleria, il profilo del corpo rotabile, la geometria superficiale della struttura del pantografo e calcoli basati sulle analisi di NAVIER-STOKES, che esulano dal tema tecnico delle finalità proposte in questo studio. D'altra parte, secondo fonti autorevoli [21][22], l'interazione tra pantografo e catenaria, considerando anche l'effetto aerodinamico, aumenterebbe la forza di contatto, trasformando l'archetto del pantografo in un elemento con sezione geometrica simile a quella di un profilo alare e quindi dotato di portanza (Fig. 7).

Questo fenomeno si tradurrebbe in una condizione di contatto tra pantografo e catenaria "maggiormente" stabile e continuativa, prodotta dalla somma di una spinta aerodinamica e di un sollevamento dell'attuatore, riducendo la probabilità che si verifichino indesiderati e dannosi fenomeni di distacco. Trascurare il contributo aerodinamico, nello studio proposto, conduce ad esporre risultati che esprimono condizioni cinematicamente e dinamicamente più sfavorevoli di quelle reali e quindi teoricamente più precauzionali.

3. Interazione cinematica e dinamica pantografo-catenaria rigida

3.1. Modello semplificato del pantografo

L'introduzione conoscitiva consente di stabilire le ipotesi di lavoro per lo studio dell'interazione cinematica e dinamica tra pantografo e catenaria rigida e di individuare i parametri vibrazionali di interesse, per un'analisi di primo approccio al problema dell'interazione. Come orientamento per similarità, la bibliografia di riferimento è costituita dai Regolamenti UE e dalla STI relativa alla



(Fonte – Source: [2])

Figura 6 – Presenza di irregolarità (usura ondulatoria) sulla superficie di contatto della catenaria rigida.

Figure 6 – Presence of unevenness (wear waves) on the contact surface of the rigid overhead.

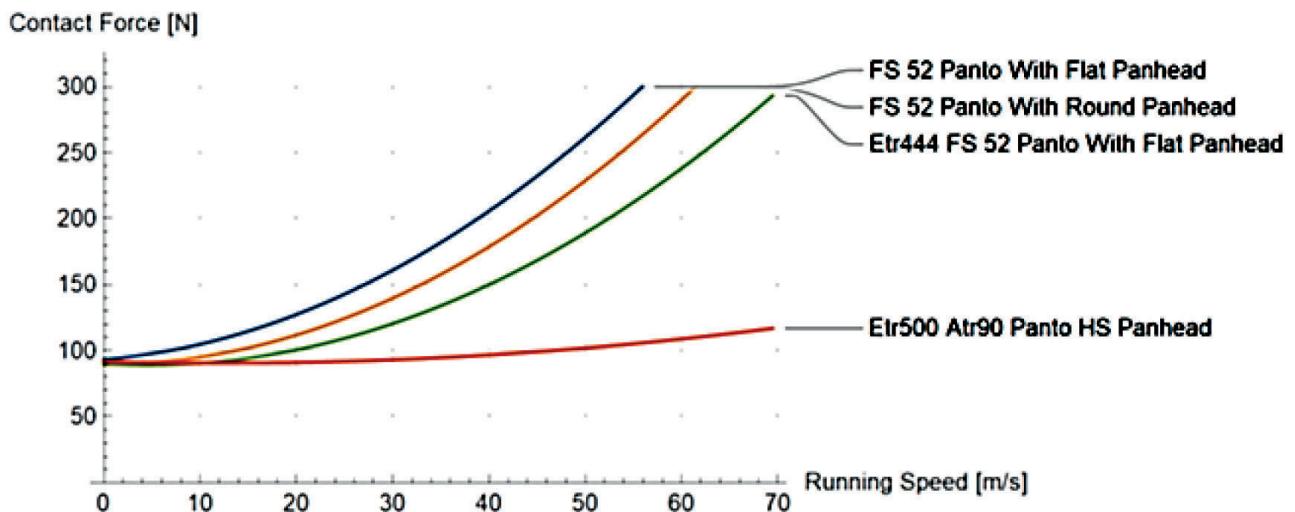
fects of this action to be neglected. However, the increasingly narrow tunnel sections towards which modern constructions are oriented, do not allow to exclude a priori the possibility of appreciable variations of aerodynamic origin in the contact force. Considering this phenomenon within the proposed analysis requires the introduction of parameters such as the tunnel section, the profile of the rolling stock body, the surface geometry of the pantograph structure and calculation based on NAVIER-STOKES theories, which are beyond the technical theme of the purposes proposed in this study. On the other hand, according to authoritative sources [21][22], the interaction between pantograph and catenary also considering the aerodynamic effect, would increase the contact force, transforming the pantograph collection element into an object (wing profile) with lift-up force (Fig. 7).

This would result in a contact condition between pantograph and catenary "effectively" stable and continuous, produced by the sum of an actuator thrust and lift, reducing the probability of unwanted and harmful detachment phenomena occurring. Neglecting the aerodynamic contribution in the proposed study leads to the reporting of results that express kinematically and dynamically more unfavourable conditions than the real ones and therefore theoretically more precautionary.

3. Kinematic and dynamic pantograph-rigid overhead interaction

3.1. Simplified model of the pantograph

The cognitive introduction allows to establish the working hypotheses for the study of the kinematic and dynamic interaction between pantograph and rigid catenary and to identify the vibrational parameters of interest, for first approach analysis to the interaction problem. As an orientation for similarity, the reference bibliography consists of the EU Regulations and the TSI relating to the geometry, struc-



(Fonte – Source: Elaborazione su dati in [21] - Elaboration on data in [21])

Figura 7 – Contributo aerodinamico alla forza di interazione durante l'esercizio in linea.
Figure 7 – Aerodynamic contribution to the interaction force during operation in line.

geometria, struttura, cinematica di interazione tra pantografo e catenaria elastica convenzionale.

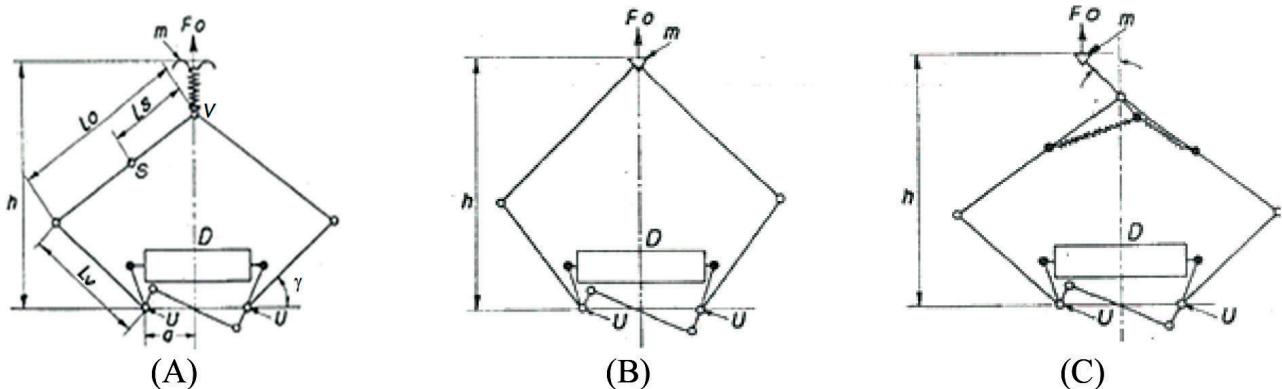
Il pantografo, nella sua architettura più classica (meccanismo simmetrico), è costituito da una o due aste, ad azionamento idraulico o elettrico, e da una o due aste che sostengono la traversa della striscia di contatto. Alcune varianti costruttive sono riportate in bibliografia (Fig. 8 (A), Fig. 8 (B), Fig. 8 (C)). Per il caso in esame è possibile fare riferimento allo schema esemplificativo (Fig. 8 (A)) da cui è derivato il modello meccanico utilizzato in questo studio.

Il meccanismo è costituito da un quadrilatero articolato, i cui vertici inferiori sono rigidamente collegati alla cassa del materiale rotabile. Qui viene applicato il dispositivo di movimentazione, mentre la striscia di scorrimento

ture, interaction kinematics between pantograph and conventional elastic catenary.

The pantograph, in its most classic architecture (symmetric mechanics), consists of one or two rods, hydraulically or electrically operated, and of one or two rods that support the cross beam of the contact strip. Several construction alternatives can be found in the bibliography (Fig. 8 (A), Fig. 8 (B), Fig. 8 (C)). For this problem, it is possible to refer to the typical scheme (Fig. 8 (A)) from which the mechanical model is derived in this study.

Mechanics consists of an articulated quadrilateral, the lower vertices of which are rigidly connected to the carbody. The handling device is applied there, while the sliding strip is connected to the upper vertex by means of an elastic system. The handling device (D in Fig. 8 (A)) provides in static



(Fonte – Source: [23])

Figura 8 – Definizione del modello meccanico del pantografo.
Figure 8 – Definition of the mechanical model of pantograph.

to è collegata al vertice superiore mediante un sistema elastico. Il dispositivo di movimentazione (D in Fig. 8 (A)) fornisce in condizioni statiche ed entro un ampio intervallo di variazione di altezza una forza costante diretta verso l'alto che mantiene la striscia di contatto premuta contro la linea aerea.

Le altre soluzioni costruttive delle prese di corrente a pantografo possono essere considerate come estensioni o modifiche della prima architettura meccanica considerata: ad esempio (Fig. 8 (B)) l'architettura (B) non ha rigidezza di connessione con la striscia di contatto.

Un ultimo esempio di architettura a pantografo (Fig. 8 (C)) mostra la massa della striscia di contatto m non influenzata dal suo momento di inerzia intorno al vertice superiore del quadrilatero, mentre la reazione elastica avviene attraverso una coppia piuttosto che una forza avente direzione dello spostamento. Infatti, questa architettura definisce un comportamento come quello proposto dal primo sistema, ad esempio per gli usuali valori costruttivi dell'angolo γ di sollevamento della parte inferiore del telaio e della rigidezza delle molle di reazione [21].

L'analisi dell'interazione tra pantografo e linea di contatto rigida può essere idealizzata mediante un modello con un'unica massa vibrante sospesa a rigidezza, richiamando le nozioni di Meccanica Applicata alle Macchine nell'ambito dello studio dei manovellismi e dell'equilibrio delle masse. Applichiamo quindi il processo alla complessità del telaio del pantografo introducendo una massa equivalente M , ridotta al vertice V del meccanismo, rappresentativa della struttura portante del pantografo (telaio inferiore, di massa M_u e lunghezza L_u , e telaio superiore di massa M_o e lunghezza L_o), esclusa la massa m appartenente allo strisciante. Poiché solo i vertici di tutti gli elementi del telaio articolato sviluppano un movimento verticale, il valore della massa del telaio, basato sul movimento dei vertici, non è costante. La variazione di questa caratteristica è funzione dell'angolo di apertura dell'asta bassa (manovella) o analogamente dell'allungamento verticale e risulta dall'espressione [23]:

$$M = \frac{2}{(h \operatorname{ctg}(\gamma) + a)^2} \left[\frac{J_u}{L_u^2} \left(\frac{h - L_u \sin(\gamma)}{\sin(\gamma)} \right)^2 + J_o + \dots + M_o \left[(h \operatorname{ctg}(\gamma) + a)^2 + L_s^2 - \frac{2L_s}{L_o} (h \operatorname{ctg}(\gamma) + a) (L_u \cos(\gamma) + a) \right] \right] \quad (1)$$

in cui si distinguono:

- J_u = momento d'inerzia intorno a U e relativo alla metà inferiore della struttura del pantografo;
- J_o = momento d'inerzia intorno al centro di massa S della metà superiore della struttura del pantografo;
- M_o = massa della metà superiore della struttura del pantografo.

La relazione (1) rappresenta la massa equivalente M derivata dal calcolo dei termini inerziali rotazionali della parte inferiore (pedice "u") e della parte superiore (pedice "o") del telaio del pantografo, rispetto al suo centro istantaneo di rotazione. Questo punto ideale può essere trovato

conditions and within a wide range of height variation a constant force directed upwards which keeps the contact strip pressed against the overhead line.

The other constructive solutions of the pantograph power sockets can be considered as extensions or modifications of the first mechanical architecture considered: for example (Fig. 8 (B)) the architecture (B) does not have a connection stiffness with the contact strip.

A final example of pantograph architecture (Fig. 8 (C)) shows the mass of the contact strip m not influenced by its moment of inertia around the upper vertex of the quadrilateral, while the elastic reaction occurs through a torque rather than by a force having direction of the displacement. In fact, this architecture defines a behaviour like that proposed by the first system, for example for the usual constructive values of the angle γ of raising the lower part of the frame and the stiffness of the reaction springs [21].

The analysis of the interaction between pantograph and rigid contact line can be idealized by means of a model with a single vibrating mass suspended at stiffness, recalling the notions of Mechanics Applied to Machines in the context of the study of swerved crank mechanisms and balancing of the masses. Therefore, we apply the procedure to the complexity of the pantograph frame by introducing an equivalent mass M , reduced to the vertex V of mechanism, representative of the supporting structure of the pantograph (lower frame, of mass M_u and length L_u , and upper frame of mass M_o and length L_o), excluding the mass m belonging to the contact strip. Since only the vertices of all the elements of the articulated frame develop a vertical movement, the value of the mass of the frame, based on the movement of the vertices, is not constant. The variation of this characteristic is a function of the opening angle of the low rod (crank) or similarly to the vertical elongation and it results from the expression [23]:

$$M = \frac{2}{(h \operatorname{ctg}(\gamma) + a)^2} \left[\frac{\frac{J_u}{L_u^2} \left(\frac{h - L_u \sin(\gamma)}{\sin(\gamma)} \right)^2 + J_o + \dots}{\dots + M_o \left[(h \operatorname{ctg}(\gamma) + a)^2 + L_s^2 - \frac{2L_s}{L_o} (h \operatorname{ctg}(\gamma) + a) (L_u \cos(\gamma) + a) \right]} \right] \quad (1)$$

in which the following are distinguished:

- J_u = moment of inertia around U and relative to the lower half of the pantograph structure;
- J_o = moment of inertia around the centre of mass S of the upper half of the pantograph structure;
- M_o = mass of the upper half of the pantograph structure.

The relation (1) represents the equivalent mass M derived by the computation of rotational inertial terms of lower frame (subscript "u") and upper frame (subscript "o") relative to its instantaneous centre of rotation of the mechanism. This ideal point can be found by crossing the extents of the lower and upper crank rods, at a distance $(h \operatorname{ctg}(\gamma) + a)$ from vertex V . It is observed that the relationship (1) is valid only, strictly speaking, for symmetrical pantographs. Single-arm pantographs or the ones with asymmetric structure (see Fig. 5 (B)) consist of an articulated semi-mechanism, in

incrociando i prolungamenti delle aste di manovella inferiore e superiore, alla distanza $(h \operatorname{ctg}(\gamma) + a)$ dal vertice V. Si osservi che la relazione (1) vale solo, in senso stretto, per pantografi simmetrici. I pantografi monobraccio oppure con struttura asimmetrica (cfr. Fig. 5 (B)), sono costituiti da un semi meccanismo articolato, in cui il punto di collegamento dello strisciante appartiene alla biella ed è esterno alla cerniera di collegamento con il braccio (l'albero motore nel caso di pantografo): ne risulta un moto rotatorio degli elementi del telaio articolato diverso.

Ricordiamo che per la normativa, STI ed EN, [25][30][31][32] l'altezza della sagoma del pantografo è standardizzata a livello internazionale e ad essa correlata l'altezza statica del filo di contatto della catenaria elastica. Fissando tale altezza a 3.0 m ÷ 3.5 m (valore medio) dal piano di rotolamento dei veicoli più comuni, per il pantografo è possibile ipotizzare un campo di lavoro in altezza h_{\max} pari ad almeno 2.0 m, in accordo all'indirizzo fornito in merito all'intervallo di lavoro della normativa.

Tuttavia, la presenza di termini variabili in funzione dell'allungamento della struttura portante del pantografo stesso può far sorgere dubbi sulla validità dell'uso della relazione (1). Il pantografo, nella configurazione fissa, può essere idealizzato con un meccanismo a doppia manovella-biella deviato, avente la massima altezza verticale del piede di biella (altezza utile del vertice del pantografo fatta eccezione per l'altezza sviluppata dalla struttura di contatto), raggiungibile quando il bottone della manovella forma un angolo di circa $\gamma \approx 60^\circ$, con il perno principale posto a circa 0,6 m (deviazione del manovellismo). Si noti che la funzione di sollevamento delle due manovelle decentrali, costituenti il pantografo, è sviluppata applicando un antiparallelogramma articolato, avente ulteriori due manovelle rotanti solidali alle manovelle dei due pantografi. A titolo esemplificativo, per una validazione della relazione proposta e sulla base dei dati disponibili nella letteratura commerciale dei più comuni produttori di dispositivi di captazione, sono state calcolate e rappresentate le funzioni che descrivono la variabilità della massa equivalente M del telaio (Fig. 9) del pantografo sulla base di tre valori della massa statica totale derivata dalle aste componenti il dispositivo. I calcoli sono stati sviluppati in accordo con i dati geometrici generali di un pantografo tipo FS 52.

I risultati dell'applicazione della procedura di riduzione geometrica ad una massa oscillante si ripetono anche al variare delle masse specifiche dei singoli componenti del cinematismo. Se si stima un utilizzo minimo del pantografo al massimo allungamento e al minimo (per ipotesi non lontano dalla realtà nell'intervallo di escursione di lavoro $h = [h_0 = 0,25 \text{ (m)} \div h_{\max} = 2,25 \text{ (m)}]$), la riduzione alla massa equivalente M determina una differenza percentuale (errore) rispetto al valore strutturale non superiore al 5%. Un risultato simile è stimato in [24]. Si noti infine che il modello non considera i sistemi di smorzamento delle vibrazioni del pantografo e focalizza quindi l'analisi esclusivamente sul comportamento elastico della meccanica.

which the connection point of the head is a connecting rod point external to the connection hinge with the arm (the crankshaft in the case of the pantograph), whose link with the rotational motion of the articulated frame elements is different.

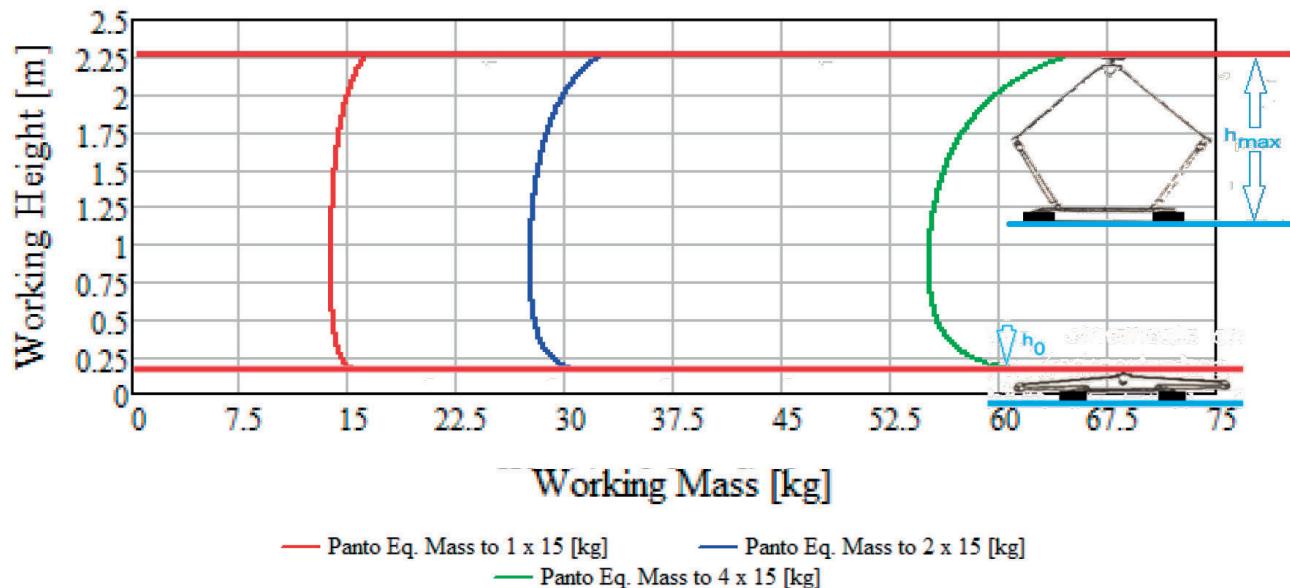
We remind that for technical regulation, TSI and EN, [25][30][31][32] the height of the pantograph shape is internationally standardized and related to it the static height of the contact wire of the elastic catenary. By setting this average height from the rail plane of the most common vehicles in 3.0 m ÷ 3.5 m, for the pantograph it is possible to hypothesize a working field in height h_{\max} equal to at least 2.0 m, finding the address provided regarding the working interval of the regulation.

However, the presence of variable terms as a function of the elongation of the bearing structure of the pantograph itself can give rise to doubts about the functionality of the relation (1). The pantograph, in the fixed configuration, can be idealized with a double crank-connecting rod mechanism deviated, having the maximum vertical height of the connecting rod foot (working height of the pantograph vertex except for the height developed by the contact strip structure), reachable when the button of the crank forms an angle of approximately $\gamma \approx 60^\circ$, with the main journal placed at approximately 0.6 m (crank deviation). It should be noted that the raising function of the two deviated crank mechanisms, making up the pantograph, is developed by applying an articulated anti-parallelogram, having the two rotating cranks integral with the cranks of the two pantographs. By way of example, for a validation of the proposed relationship and based on data available in the commercial literature of the most common manufacturers of captative devices, the functions that describe the variability of the equivalent mass M of the frame have been calculated and represented (Fig. 9) of the pantograph based on three values of the total static mass of the rods making up the device. The calculations were developed in accordance with the general geometric data of a pantograph type FS 52.

The results of the application of the geometric reduction procedure to an oscillating mass are also repeated when the specific masses of the individual components of the linkage change. If we estimate a minimum use of the pantograph at the maximum elongation and at the minimum (by hypothesis not far from reality in the range of the working height $h = [h_0 = 0,25 \text{ (m)} \div h_{\max} = 2,25 \text{ (m)}]$), the reduction to equivalent mass determines a percentage difference (error) from the structural value not greater than 5%. A similar result is estimated in [24]. Finally, note that the model does not summarize vibration damping systems of the pantograph, thus focusing the interest on the analysis exclusively on the elastic behaviour of mechanics and excluding extremely complex topics from the discussion, such as the mitigation of the critical conditions (resonance) of the vibration control system, which, although of great interest, deserve an expressly dedicated study.

The mass M , in turn, is connected to the roof of the rolling stock through the device D which supplies the system

Panto Equivalent Mass - Reduction Evaluation



Panto Equivalent Mass - % Error in Evaluation

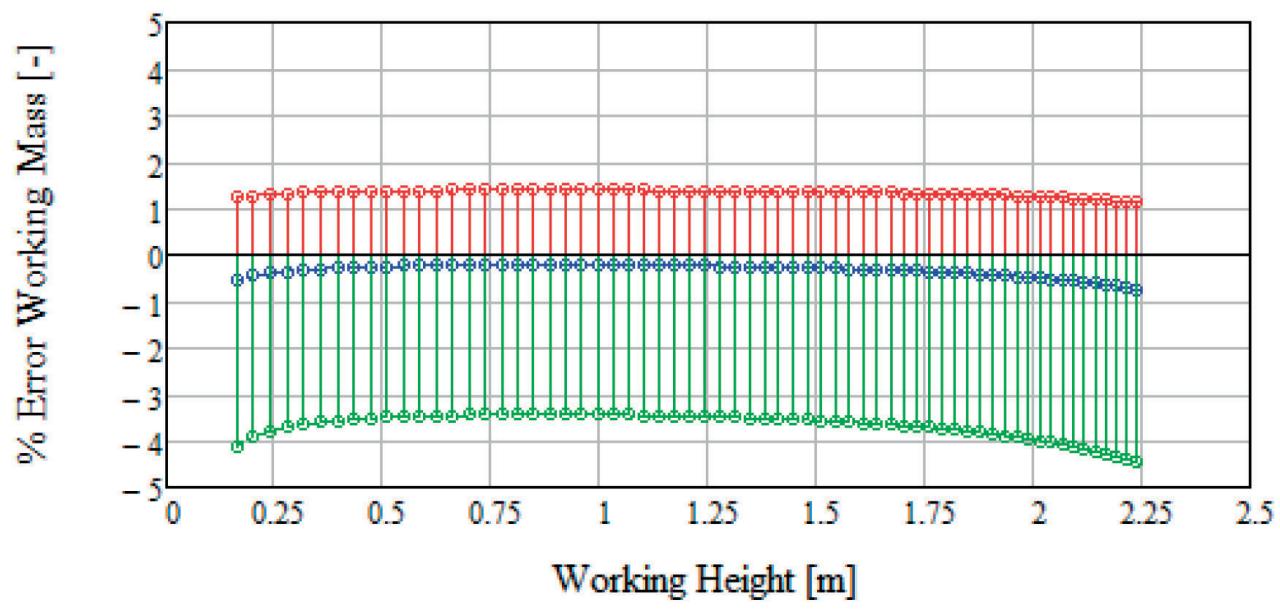


Figura 9 – Variazione della massa ridotta equivalente relativa alla struttura del pantografo in funzione dell'escursione verticale di lavoro ed errore % nell'utilizzo dell'approssimazione (tre ipotesi di valore applicate alla massa dell'intero telaio del pantografo).

Figure 9 – Changing of the reduced mass equivalent to the pantograph structure in relation to the vertical working excursion and % error in the use of the approximation (three hypotheses of value applied to the mass of the entire pantograph frame).

Sono esclusi dalla trattazione temi estremamente complessi, quali la mitigazione delle condizioni critiche (risonanza), applicati da sistemi di controllo delle vibrazioni, che, pur essendo di grande interesse, meritano uno studio espressamente dedicato.

La massa M , a sua volta, è collegata al tetto del rotabile tramite il dispositivo D che fornisce al sistema una forza F_0 costante, qualunque sia la posizione relativa dei componenti del sistema stesso. Si ricorda che il calcolo della massa oscillante M [22][23], equivalente ai fini inerziali alle parti mobili del telaio, ad eccezione della massa m dello strisciante, nello schema proposto, può essere generalizzato a pantografi monobraccio o a quadrilatero asimmetrico in modo estremamente immediato.

3.2. Modello di interazione pantografo-catenaria rigida

La teoria, presentata nel paragrafo precedente, affronta l'idealizzazione di un modello (schema principale con una sola massa in vibrazione verticale) del pantografo, in cui m rappresenta la massa dello strisciante ed M quella del telaio mobile (Fig. 10). Le due masse sono collegate tra loro da un sistema elastico (costante di rigidezza k).

Dal punto di vista funzionale, il modello meccanico proposto non differisce in modo apprezzabile dal sistema reale. Ha un grado di libertà per lo spostamento verticale,

with a constant force F_0 , whatever the relative position of the components of the system itself. It should be remembered that the calculation of the oscillating mass M [22][23], equivalent for inertial purposes to the moving parts of the frame, except for the mass m of the contact stripes, in the proposed scheme can be generalized for "single-side or asymmetrical quadrilater" pantographs in extremely fast way.

3.2. Pantograph-rigid overhead line interaction model

The theory, presented in the previous paragraph, addresses the idealization of a model (principal scheme with a single mass in vertical vibration) of the pantograph, in which m represents the mass of the contact strip and M that of the mobile frame (Fig. 10). The two masses are connected to each other by an elastic system (stiffness constant k).

From a functional point of view, the proposed mechanical model does not appreciably differ from the real system. It has a degree of freedom for vertical displacement, a function of the elastic constraint and of the device D ; the external excitations are induced by the vertical oscillations of the rolling stock body and by those deriving from the continuous or discontinuous vertical irregularities of the rigid overhead line. Formally, the complete system should have included the mass of the rolling stock and its suspensions and

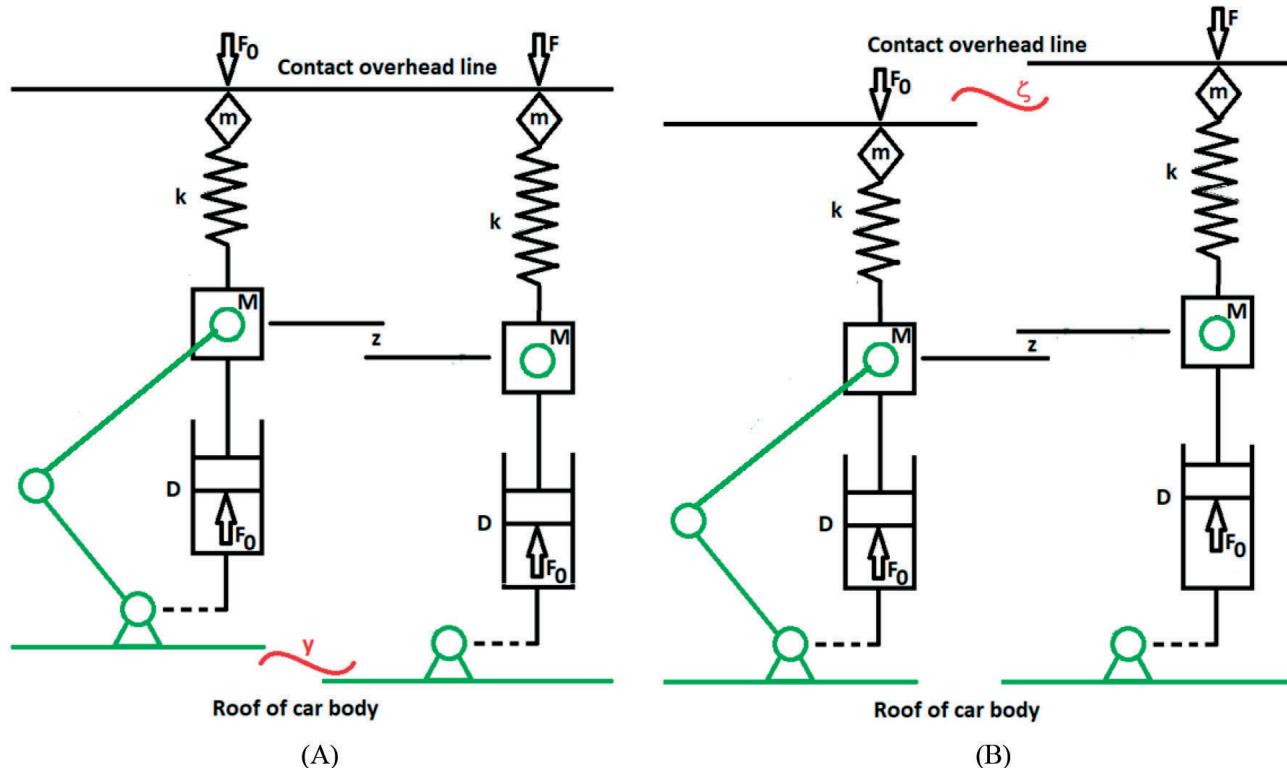


Figura 10 – Idealizzazione in schemi di principio del comportamento cinematico del pantografo.
Figure 10 – Idealization in principle schemes of the kinematic behaviour of the pantograph.

funzione del vincolo elastico e del dispositivo D; le sollecitazioni esterne sono indotte dalle oscillazioni verticali della carrozza e da quelle derivanti dalle irregolarità verticali continue o discontinue della linea aerea rigida. Formalmente il sistema completo avrebbe dovuto includere le masse del rotabile e con le sue sospensioni, assumendo come prima funzione di eccitazione quella derivante dalle irregolarità verticali del binario. Il rapporto tra la massa M del pantografo e la massa della carrozza è tale che le oscillazioni della prima non risentono in alcun modo dell'eventuale presenza delle irregolarità della via. Pertanto, le oscillazioni del corpo, la cui natura sarà discussa in seguito, vengono fatte intervenire come funzione di eccitazione indipendente.

Per maggiore chiarezza e semplicità di presentazione, la determinazione delle equazioni del moto avviene considerando separatamente l'eccitazione proveniente dalla cassa e quella proveniente da eventuali irregolarità della linea di contatto rigida (rispettivamente, Fig. 10 (A) e Fig. 10 (B)).

In Fig. 10 (A) è rappresentato lo schema di principio del biellismo per la semi struttura del pantografo nel caso in cui la cassa del veicolo vibra con spostamento y verticale, per questo caso in discesa. La massa M produce uno spostamento assoluto z anche verso il basso, mentre si ottiene uno spostamento relativo in ascesa pari alla quantità (y-z), in riferimento al piano del tetto della cassa. L'altezza della massa m dello strisciante del pantografo rimane invariata. Il bilancio delle forze, secondo queste due condizioni geometriche, si scrive come:

$$F_0 - kz = F_0 - M \frac{d^2}{dt^2} (y - z) \quad (2)$$

Il primo membro della relazione (2) esprime l'azione esercitata dalla rigidezza k sulla massa M, mentre il secondo membro evidenzia la reazione del dispositivo D, ridotta dall'inerzia della massa M che è generata dallo spostamento dovuto alle vibrazioni del materiale rotabile. Eliminando F_0 dalla relazione (2), l'eq. (3) fornisce la forma analitica finale della legge del moto:

$$M \frac{d^2}{dt^2} z + kz = M \frac{d^2}{dt^2} y \quad (3)$$

Si consideri ora il caso studio rappresentato in Fig. 10 (B), in cui si assume che la linea di contatto abbia un'oscillazione verticale ζ . L'altezza del tetto del veicolo rimane invariata. L'equilibrio del sistema si scrive nella forma (4):

$$F_0 - k(\zeta - z) = F_0 - M \frac{d^2}{dt^2} z \quad (4)$$

da cui eliminando F_0 si ottiene:

assumed as the first excitation function that deriving from the vertical irregularities of the road. The relationship between pantograph mass M and the mass of the rolling stock body is such that the vibrations of the first one are not affected in any way by the possible presence of track irregularities. Therefore, the oscillations of the carbody, the nature of which will be discussed later, are made to intervene as an independent excitatory function.

For greater clarity and simplicity of presentation, the determination of the equations of motion takes place by considering separately the excitation coming from the carbody and that coming from any rigid contact line irregularities (respectively, Fig. 10 (A) and Fig. 10 (B)).

In Fig. 10 (A) the diagram stands for the case in which the car body of vehicle vibrates with y vertical displacement, i.e., downward. Mass M produces an absolute displacement z also downward, while goes upward for the quantity (y-z) referring to the carbody. The height of the mass m of the pantograph stripes is still unchanged. The balance of forces, according to these two geometrical conditions, is written as:

$$F_0 - kz = F_0 - M \frac{d^2}{dt^2} (y - z) \quad (2)$$

The first member of (2) express the action exerted by the spring k on the mass M, while the second member underline the reaction of the device D, reduced by the inertia of the mass M which is generated by its displacement due to the body of rolling stock vibration. Eliminating F_0 from (2), eq. (3) provides the final analytic form:

$$M \frac{d^2}{dt^2} z + kz = M \frac{d^2}{dt^2} y \quad (3)$$

Now consider the case study represented in Fig. 10 (B), in which it is assumed that the contact line has a vertical oscillation ζ . The height of the vehicle roof remains unchanged. The equilibrium of the system is written in the form (4):

$$F_0 - k(\zeta - z) = F_0 - M \frac{d^2}{dt^2} z \quad (4)$$

from which eliminating F_0 , we obtain:

$$M \frac{d^2}{dt^2} z + k(z + \zeta) = 0 \quad (5)$$

It should be noted that relations (3) and (5) describe the absolute motion of the mass M, while it is interesting to know the relative displacement of M with respect to the contact line, to determine the dynamic force between the creep and the line. Thus we can setup:

$$\eta = z + \zeta$$

If there are no oscillations in the geometry of the overhead, it applies:

$$M \frac{d^2}{dt^2} z + k(z + \zeta) = 0 \quad (5)$$

$$\zeta = 0 \rightarrow \eta \equiv z$$

Si noti che le relazioni (3) e (5) descrivono il moto assoluto della massa M , mentre è interessante conoscere lo spostamento relativo di M rispetto alla linea di contatto, in modo da determinare l'interazione dinamica con lo strisciante del pantografo. Quindi fissiamo:

$$\eta = z + \zeta$$

Se non ci sono modifiche nella geometria della catenaria, abbiamo:

$$\zeta = 0 \rightarrow \eta \equiv z$$

che si trasforma in:

$$M \frac{d^2}{dt^2} \eta + k\eta = M \frac{d^2}{dt^2} y \quad (6)$$

Inoltre, essendo:

$$z = \eta - \zeta$$

la relazione (5) si trasforma nella:

$$M \frac{d^2}{dt^2} \eta + k\eta = M \frac{d^2}{dt^2} \zeta + M \frac{d^2}{dt^2} y \quad (7)$$

Imponendo la sovrapposizione degli effetti, per i due casi di moto analizzati, troviamo:

$$M \frac{d^2}{dt^2} \eta + k\eta = M \frac{d^2}{dt^2} \zeta + M \frac{d^2}{dt^2} y \quad (8)$$

I due casi (Fig. 13 (A) e Fig. 13 (B)) consentono di determinare l'entità della forza di contatto F , dipendente dall'aumento di inerzia della massa m della striscia di contatto, mediante la relazione:

$$F = F_0 - m \frac{d^2}{dt^2} \zeta - k\eta \quad (9)$$

Per risolvere l'equazione (8), è necessario stabilire la natura delle funzioni:

$$y = y(t) \quad \text{e} \quad \zeta = \zeta(t) \quad (10)$$

che possono essere genericamente assimilate alle funzioni:

$$y = y_0 \cos(\beta t) \quad \text{e} \quad \zeta = \zeta_0 \cos(\alpha t) \quad (11)$$

La prima delle relazioni (11) mostra una soluzione che dipende dall'ampiezza di oscillazione verticale y_0 della cassa del veicolo e dalla pulsazione β . Infatti, la funzione $y(t)$

and (3) turns into:

$$M \frac{d^2}{dt^2} \eta + k\eta = M \frac{d^2}{dt^2} y \quad (6)$$

Furthermore, being:

$$z = \eta - \zeta$$

relation (5) turns into:

$$M \frac{d^2}{dt^2} \eta + k\eta = M \frac{d^2}{dt^2} \zeta \quad (7)$$

Superimposing the effects of the two motions, we can find:

$$M \frac{d^2}{dt^2} \eta + k\eta = M \frac{d^2}{dt^2} \zeta + M \frac{d^2}{dt^2} y \quad (8)$$

The two cases (Fig. 13 (A) and Fig. 13 (B)) allow to determine the magnitude of the contact force F , dependent on the inertia increase of the mass m of the contact strip, by means of the relationship:

$$F = F_0 - m \frac{d^2}{dt^2} \zeta - k\eta \quad (9)$$

To solve equation (8), it is necessary to establish the nature of the functions:

$$y = y(t) \quad \text{and} \quad \zeta = \zeta(t) \quad (10)$$

which can be generically assimilated to the functions:

$$y = y_0 \cos(\beta t) \quad \text{and} \quad \zeta = \zeta_0 \cos(\alpha t) \quad (11)$$

The first of relations (11) shows a solution that depends on the vertical oscillation amplitude y_0 of the vehicle body and on the rotational frequency β . In fact, the $y(t)$ function represents the kinematic effect caused by the set of modes of vibration of the body of a pure type of vehicle, such as the rolling, or of the type also composed (i.e.: overlapping of rotational and translational movements) such as pitching. In general, except for the proper way of snaking, all the other modes of vibration of the vehicle have slightly variable kinematic characteristics with the speed of travel but remain in any situation dependent on track irregularities, the genesis of which depends on the type of operation, stiffness and by the damping of the track. In this regard, a clarification becomes necessary. In this work, problems related to the non-linearities induced by the variability of the stiffness and damping of the track are not developed. The reason lies in the evidence that the influence of the elastic energy applied to the vehicle by the effects of the variability of the stiffness

rappresenta l'effetto cinematico indotto dall'insieme dei modi di vibrazione puri del telaio di un veicolo, come il rollio, o di tipo complesso (sovraposizione dei moti di rotazione e traslazione), come il beccheggio. In generale, salvo il modo proprio di serpeggi, tutti gli altri modi di vibrazione del veicolo hanno caratteristiche cinematiche leggermente variabili con la velocità di marcia ma rimangono comunque dipendenti dalle irregolarità del binario, la cui genesi dipende dal tipo di esercizio, dalla rigidezza e dallo smorzamento dell'armamento. A questo proposito si rende necessaria una precisazione. In questo lavoro non vengono sviluppati problemi relativi alle non linearità indotte dalla variabilità della rigidezza e dello smorzamento dell'armamento. La ragione sta nell'evidenza che l'influenza dell'energia elastica applicata al veicolo dagli effetti della variabilità della rigidezza e dello smorzamento del binario risulta estremamente bassa sulla cassa del veicolo (Fig. 11).

Questa considerazione discende dagli studi e dalla teoria sviluppata in [33] che conferma come la variabilità di rigidezza e smorzamento dell'armamento, corresponsabili della genesi delle irregolarità del binario, sono da ritenersi irrilevanti agli effetti della cinematica (accelerazioni) del veicolo. Un metodo applicativo più rapido è rappresentato dal "Normogramma di Sperling" [27], introdotto negli anni '70 che consente di valutare le prestazioni (qualità di marcia e comfort del passeggero) in base al calcolo delle caratteristiche vibrazionali del veicolo. Negli anni successivi alla sua introduzione, il metodo ha subito evoluzioni e modifiche. Per una nozione di tipo generale, è possibile fare riferimento all'indice originale basato sul rapporto W_z o "Wertungszahl":

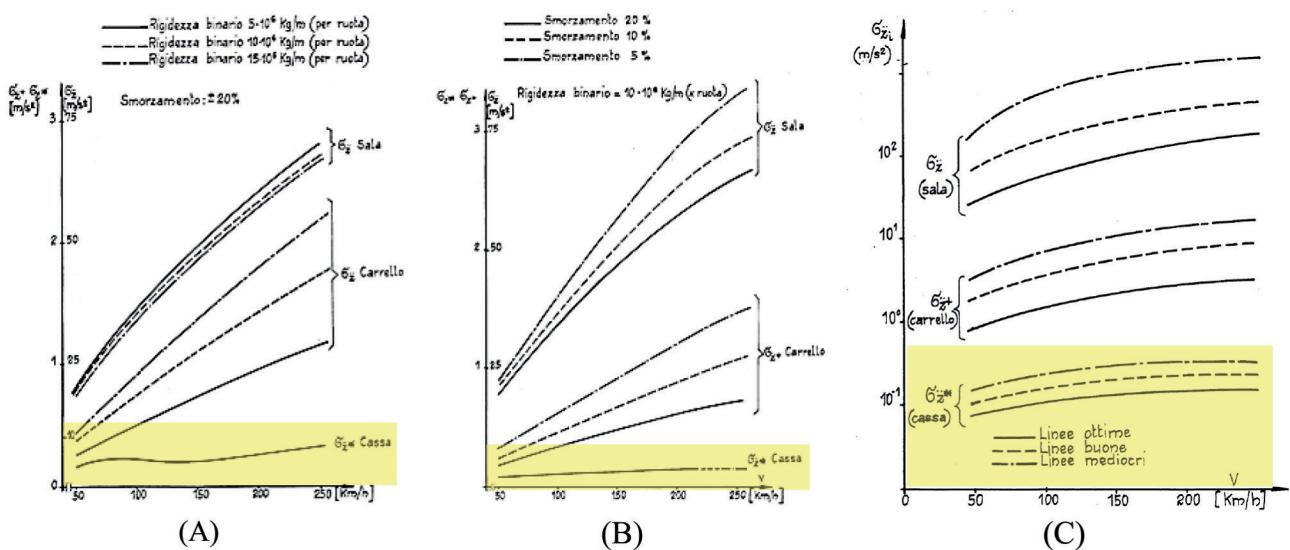


Figura 11 – A) Effetto della rigidezza verticale dell'armamento ferroviario sui moti verticali del veicolo; (B) effetto dello smorzamento verticale dell'armamento ferroviario sui moti verticale del veicolo; (C) effetto delle irregolarità verticali della di binario (livello verticale) sulle accelerazioni verticali del veicolo [33].

Figure 11 – A) Effect of the track stiffness on the vertical movements of the vehicle; (B) effect of the track damping on the vertical motion of the vehicle; (C) effect of vertical track irregularities (vertical level) on the vertical accelerations of the vehicle [33].

and damping of the track are extremely low for the carbody of the vehicle (Fig. 11).

This consideration is learned from the studies and from the theory developed in [33] which confirms that the variability of stiffness and damping, co-responsible for the genesis of the irregularities of the route, are to be considered as irrelevant to the effects of the kinematics (accelerations) of the body. A more rapid application method is represented using the "Sperling Normogram" [27], introduced in the 1970s. The method makes it possible to evaluate performance (ride quality and passenger comfort) based on the calculation of the vibrational characteristics. In the years following its introduction, the method has undergone refinements and modifications. For general information, please refer to the original W_z or "Wertungszahl" index ratio:

$$W_z = \sqrt[10]{a^3/f} \quad \text{running quality level}$$

$$W_z = 0.896 \sqrt[10]{a^3/f} F(f) \quad \text{passenger comfort level}$$

where f is the oscillation frequency evaluated in Hz, a is the amplitude of the acceleration measured in (cm/s^2) and $F(f)$ is a weighting factor, a function of the frequency and different according to the direction of the axis of vibration (vertical or horizontal). It should be noted that the use of W_z , in defining the amplitude of the vertical displacements of the vehicle and in particular of the body, introduces an approximation in the theoretical estimate since its value represents a statistical synthesis (i.e. it integrates, averaging, several vibrations with different frequency). The considerations set out so far, although they may appear reductive of a broader

$$W_z = \sqrt[10]{a^3/f} \quad \text{livello di qualità di marcia}$$

$$W_z = 0.896 \sqrt[10]{a^3/f} F(f) \quad \text{livello di qualità del comfort}$$

dove f è la frequenza di oscillazione, valutata in Hz, a è l'ampiezza dell'accelerazione misurata in (cm/s^2) e $F(f)$ è un fattore di ponderazione, funzione della stessa frequenza e variabile in base alla direzione dell'asse di vibrazione (verticale o orizzontale). Si noti che l'uso di W_z , nel definire l'ampiezza degli spostamenti verticali del veicolo ed in particolare della cassa, introduce un'approssimazione nella stima teorica, in quanto il suo valore rappresenta una sintesi statistica (cioè la relazione integra, mediando, numerose vibrazioni a diversa frequenza). Le considerazioni fin qui esposte, sebbene possano apparire riduttive di una più ampia valutazione tecnica, in via del tutto generale e per un calcolo di prima approssimazione, consentono comunque di ipotizzare ed accettare l'ipotesi di:

$$\beta = \beta(v) = \text{Cost} \quad (12a)$$

Per la seconda delle relazioni (11), consideriamo il veicolo in moto a velocità costante v e in oscillazione verticale lo strisciante del pantografo. Sia ζ_0 l'ampiezza dell'oscillazione verticale imposta dalla massima irregolarità di posa che lo strisciante del pantografo subisce seguendo la linea di contatto. Il moto relativo mostra una pulsazione (e quindi frequenza) di transizione tra campate della linea di contatto pari a:

$$\alpha = \frac{2\pi v}{L_c} \quad (12b)$$

dove L_c è precisamente la lunghezza di una campata della linea di contatto tra due blocchi di ancoraggio. Sostituendo le variazioni seconde delle relazioni (11) in (7):

$$M \frac{d^2}{dt^2} \eta + k\eta = M (\zeta_0 \alpha^2 \cos(\alpha t) + y_0 \beta^2 \cos(\beta t)) \quad (13)$$

dalla quale dividendo per M e ponendo:

$$\omega^2 = \frac{k}{M} \quad (14)$$

quindi:

$$\frac{d^2}{dt^2} \eta + \omega^2 \eta = \zeta_0 \alpha^2 \cos(\alpha t) + y_0 \beta^2 \cos(\beta t) \quad (15)$$

L'equazione (15) ammette come soluzione particolare:

$$\eta = A \cos(\alpha t) + B \cos(\beta t) \quad (16)$$

Le derivate seconde della (16) devono essere introdotte nella relazione (15), ottenendo:

technical evaluation, in a completely general way and for a first approximation calculation, however, allow us to hypothesize and accept the hypothesis of:

$$\beta = \beta(v) = \text{Cost} \quad (12a)$$

For the second of relations (11), we consider the vehicle running at constant speed v and in vertical oscillation the pantograph slider. Let ζ_0 be the amplitude of the vertical oscillation imposed by the maximum laying irregularity that the head of pantograph undergoes, following the contact line. The relative motion shows a transition frequency between spans of the contact line equal to:

$$\alpha = \frac{2\pi v}{L_c} \quad (12b)$$

where L_c is precisely the length of a span of the contact line between two anchor blocks. Substituting the second variations of (11) into (7):

$$M \frac{d^2}{dt^2} \eta + k\eta = M (\zeta_0 \alpha^2 \cos(\alpha t) + y_0 \beta^2 \cos(\beta t)) \quad (13)$$

from which dividing by M and placing:

$$\omega^2 = \frac{k}{M} \quad (14)$$

and then:

$$\frac{d^2}{dt^2} \eta + \omega^2 \eta = \zeta_0 \alpha^2 \cos(\alpha t) + y_0 \beta^2 \cos(\beta t) \quad (15)$$

Equation (15) admits the particular solution:

$$\eta = A \cos(\alpha t) + B \cos(\beta t) \quad (16)$$

The second derivatives of (16) must be replaced in (15), getting:

$$-A\alpha^2 \cos(\alpha t) + A\omega^2 \cos(\alpha t) - B\beta^2 \cos(\beta t) + B\omega^2 \cos(\beta t) = \dots \\ \dots \zeta_0 \alpha^2 \cos(\alpha t) + y_0 \beta^2 \cos(\beta t) \quad (17)$$

Comparing trigonometric factors both in (16) and in (20), factoring the operators and then simplifying, equation (17) becomes:

$$A(\omega^2 - \alpha^2) \cos(\alpha t) + B(\omega^2 - \beta^2) \cos(\beta t) = \dots \\ \dots \zeta_0 \alpha^2 \cos(\alpha t) + y_0 \beta^2 \cos(\beta t) \quad (18)$$

from which it is possible to derive the two constants A and B of the particular integral for equality between addends with the same trigonometric operators:

$$-A\alpha^2 \cos(\alpha t) + A\omega^2 \cos(\alpha t) - B\beta^2 \cos(\beta t) + B\omega^2 \cos(\beta t) = \dots \quad (17)$$

$$\dots \zeta_0 \alpha^2 \cos(\alpha t) + y_0 \beta^2 \cos(\beta t)$$

Per mezzo del confronto tra parametri trigonometrici in (16) e in (20) e della fattorizzazione e semplificazione degli operatori, l'equazione (17) diviene:

$$A(\omega^2 - \alpha^2) \cos(\alpha t) + B(\omega^2 - \beta^2) \cos(\beta t) = \dots \quad (18)$$

$$\dots \zeta_0 \alpha^2 \cos(\alpha t) + y_0 \beta^2 \cos(\beta t)$$

dalla quale è possibile derivare le due costanti A e B, relative all'integrale della soluzione particolare, per mezzo dell'uguaglianza tra gli addendi degli stessi operatori:

$$A = \frac{\zeta_0 \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \quad \text{e} \quad B = \frac{y_0 \beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \quad (19)$$

L'integrale generale della relazione (15) può essere posto nella sua forma completa come:

$$\eta = C \sin(\omega t) + D \cos(\omega t) + \frac{\zeta_0 \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \cos(\alpha t) + \frac{y_0 \beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \cos(\beta t) \quad (20)$$

per la quale è necessario determinare le costanti C e D. A tale proposito è possibile considerare due condizioni limitate per il sistema di interazione tra pantografo e catenaria rigida:

I) Per $t = 0$, tempo di inizio della marcia, si stabilisce che:

$$\dot{\eta} = 0 \rightarrow C = 0 \quad (21)$$

II) ed ancora per $t = 0$, la seconda condizione si scrive:

$$\eta = 0 \rightarrow D = \frac{\zeta_0 \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} + \frac{y_0 \beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \quad (22)$$

Introducendo le (21) e (22) nella relazione (20):

$$\eta = \left(\frac{\zeta_0 \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} + \frac{y_0 \beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \right) \cos(\omega t) + \frac{\zeta_0 \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \cos(\alpha t) + \quad (22)$$

$$+ \frac{y_0 \beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \cos(\beta t)$$

che, opportunamente modificata per fattori comuni, porge:

$$\eta = \left(\frac{\zeta_0 \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \right) (\cos(\omega t) + \cos(\alpha t)) + \left(\frac{y_0 \beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \right) (\cos(\omega t) + \cos(\beta t)) \quad (23)$$

Come accennato in precedenza, la sollecitazione F applicata alla linea di contatto dal pantografo può essere riassunta con la relazione (9). Se sostituiamo in questa relazione le espressioni della derivata seconda di ζ (prima relazione di (11)) e della funzione integrale generale di η (23), si trova:

$$A = \frac{\zeta_0 \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \quad \text{and} \quad B = \frac{y_0 \beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \quad (19)$$

The general integral of (15) can be placed in the complete form:

$$\eta = C \sin(\omega t) + D \cos(\omega t) + \frac{\zeta_0 \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \cos(\alpha t) + \frac{y_0 \beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \cos(\beta t) \quad (20)$$

for which it is necessary to determine the constants C and D. We therefore consider two boundary conditions of the rigid pantograph-catenary system.

I) For $t = 0$, initial time of running, the following holds:

$$\dot{\eta} = 0 \rightarrow C = 0 \quad (21)$$

II) and, as the same $t = 0$, the second condition is:

$$\eta = 0 \rightarrow D = \frac{\zeta_0 \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} + \frac{y_0 \beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \quad (22)$$

Introducing (21) and (22) into (20):

$$\eta = \left(\frac{\zeta_0 \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} + \frac{y_0 \beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \right) \cos(\omega t) + \frac{\zeta_0 \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \cos(\alpha t) + \quad (22)$$

$$+ \frac{y_0 \beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \cos(\beta t)$$

which, rearranged as a common factor, provides:

$$\eta = \left(\frac{\zeta_0 \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \right) (\cos(\omega t) + \cos(\alpha t)) + \left(\frac{y_0 \beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \right) (\cos(\omega t) + \cos(\beta t)) \quad (23)$$

As mentioned, the force F applied to the contact line by the pantograph can be summarized with relation (9). If we substitute in this relation the expressions of the second derivative of ζ (first relation of (11)) and of the general integral function of η (23), can be found the relation:

$$F = F_0 - m \frac{d^2}{dt^2} \zeta - k \eta = F_0 + m \zeta_0 \alpha^2 \cos(\alpha t) - k \left(\frac{\zeta_0 \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \right) \quad (24)$$

$$(\cos(\omega t) + \cos(\alpha t)) + \dots - k \left(\frac{y_0 \beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \right) (\cos(\omega t) + \cos(\beta t))$$

which can also be written in the form:

$$\Delta F = F - F_0$$

as:

$$F = F_0 - m \frac{d^2}{dt^2} \zeta - k\eta = F_0 + m \zeta_0 \alpha^2 \cos(\alpha t) - k \left(\frac{\zeta_0 \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \right) (cos(\omega t) + cos(\alpha t)) + \dots - k \left(\frac{y_0 \beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \right) (cos(\omega t) + cos(\beta t)) \quad (24)$$

la quale può essere scritta anche nella forma:

$$\Delta F = F - F_0$$

o come:

$$\begin{aligned} F = & \left[\left(m \alpha^2 - \frac{k \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \right) \zeta_0 \right] \cos(\alpha t) + \dots \\ & \dots - \left[\left(\frac{\zeta_0 \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} + \frac{y_0 \beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \right) k \right] \cos(\omega t) + \dots \\ & \dots + \left[-k \left(\frac{y_0 \beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \right) \right] \cos(\beta t) \end{aligned} \quad (25)$$

Se si esclude dal calcolo, per ipotesi teorica, la forza premente iniziale F_0 (posizione questa plausibile e dovuta alla variabilità delle architetture dei pantografi utilizzabili per esigenze di esercizio), il valore della variazione ΔF coincide con la risultante forza F di interazione tra pantografo e catenaria rigida. Se si vuole riferire l'analisi ad uno specifico tipo di pantografo con un valore iniziale fissato di forza di contatto F_0 , è sufficiente calcolare la differenza $\Delta F = F - F_0$ nella relazione (25). Quest'ultima relazione può assumere, in due casi, forme esemplificate. Infatti, durante la fase di avviamento del moto del rotabile (a velocità nulla), non è ipotizzabile alcuna oscillazione verticale della cassa, condizione questa che si può tradurre nelle seguenti relazioni:

$$y_0 = 0 \quad \text{e} \quad \alpha = \frac{2\pi v}{L_c} \approx 0 \Leftrightarrow v \approx 0$$

La relazione (25) si modifica in:

$$F = \left[\left(m \alpha^2 - \frac{k \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \right) \zeta_0 \right] \cos(\alpha t) + \left[-k \left(\frac{\zeta_0 \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \right) \right] \cos(\omega t) \quad (26)$$

Nell'intervallo di tempo immediatamente successivo alla fase di avviamento, solitamente, la geometria del pantografo tende ad adattarsi all'altezza della linea aerea, senza discontinuità di contatto tra strisciante e conduttore. Fanno eccezione a questa considerazione le fasi di moto influenzate da problemi generati dalle reazioni di attrito coulombiano di primo distacco, che qui non vengono tratte. Ad alte velocità (quindi al limite per $v \rightarrow \infty$ da cui derivano $\alpha \rightarrow \infty$ e $\beta \rightarrow \infty$), si verificano le seguenti condizioni:

$$-k \frac{\alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \cong -k \cdot -1 = k \quad \text{e} \quad -k \frac{\beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \cong -k \cdot -1 = k \quad (27)$$

Ne consegue che la relazione (25) può essere scritta come:

$$\begin{aligned} F = & \left[\left(m \alpha^2 - \frac{k \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \right) \zeta_0 \right] \cos(\alpha t) + \dots \\ & \dots - \left[\left(\frac{\zeta_0 \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} + \frac{y_0 \beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \right) k \right] \cos(\omega t) + \dots \\ & \dots + \left[-k \left(\frac{y_0 \beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \right) \right] \cos(\beta t) \end{aligned} \quad (25)$$

If we exclude from the calculation, by theoretical hypothesis, the initial pressing force F_0 (plausible position due to the variability of the architectures of the pantographs that can be used operating needs), the value of the variation ΔF coincides with the resulting force F of interaction between the pantograph and the catenary rigid. If you want to refer the analysis to a specific type of pantograph with a fixed initial value of pressing force F_0 , it is sufficient to calculate the difference $\Delta F = F - F_0$ in the relationship (25). The latter relationship can take, in two cases, exemplified forms. In fact, during the starting phase (at zero speed) of the motion of the rolling stock, no vertical oscillation of the carbody can be assumed, a condition that can be translated into the following relationships:

$$y_0 = 0 \quad \text{and} \quad \alpha = \frac{2\pi v}{L_c} \approx 0 \Leftrightarrow v \approx 0$$

Relation (25) changes into:

$$F = \left[\left(m \alpha^2 - \frac{k \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \right) \zeta_0 \right] \cos(\alpha t) + \left[-k \left(\frac{\zeta_0 \alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \right) \right] \cos(\omega t) \quad (26)$$

In the time interval immediately following the start-up phase, usually, the geometry of the pantograph tends to adapt to the height of the overhead line, without interruption in the contact between the contact strip and the conductor. An exception to this consideration is the phases of motion influenced by problems generated by the coulomb friction reactions of first detachment, which are not dealt with here. At high speeds (therefore at the limit for $v \rightarrow \infty$ from which derive $\alpha \rightarrow \infty$ and $\beta \rightarrow \infty$), the following conditions occur:

$$-k \frac{\alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \cong -k \cdot -1 = k \quad \text{and} \quad -k \frac{\beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \cong -k \cdot -1 = k \quad (27)$$

It follows that the relation (25) can be written as:

$$F = [(m \alpha^2 + k) \zeta_0] \cos(\alpha t) + [(\zeta_0 + y_0) k] \cos(\omega t) + [y_0 k] \cos(\beta t) \quad (28)$$

Lasting, for all those kinematic conditions far from the two limit events, the general solution to the problem is provided by the relation (25), which will, in any way, constitute the analytical reference for the numerical case studies. As an example of the mathematical formulation, it is possible to rewrite the relation (28) in compact form:

$$F = [(m\alpha^2 + k)\zeta_0] \cos(\alpha t) + [(\zeta_0 + y_0)k] \cos(\omega t) + [y_0 k] \cos(\beta t) \quad (28)$$

In definitiva, per tutte quelle condizioni cinematiche lontane dai due eventi limite considerati, la soluzione generale al problema è data dalla relazione (25), che costituirà comunque il riferimento analitico per i casi studio numerico. Come esempio della formulazione matematica, è possibile riscrivere la relazione (28) in forma compatta:

$$F = [K_1] \cos(\alpha t) + [K_2] \cos(\omega t) + [K_3] \cos(\beta t) \quad (29)$$

dove:

$$[K_1] = \left[\left(m\alpha^2 + k \frac{\alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \right) \zeta_0 \right] \quad (30a)$$

$$[K_2] = \left[- \left(y_0 \frac{\beta^2}{\omega^2 - \beta^2} + \zeta_0 \frac{\alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \right) k \right] \quad (30b)$$

$$[K_3] = \left[\left(y_0 \frac{\beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \right) k \right] \quad (30c)$$

Pertanto, nella (29), partendo dalla condizione statica di assenza di moto F_0 , F esprime la forza (incremento) al contatto tra il pantografo e la catenaria e può essere considerata come una componente reale della somma di tre vettori rotanti di argomento K_1 , K_2 e K_3 con frequenze α , β e ω rispettivamente. Analiticamente è evidente che le condizioni meccanicamente critiche nel campo delle vibrazioni si verificheranno quando i tre vettori saranno tutti in fase tra loro. Ancora una volta, se è necessario richiamare la forza premente statica iniziale F_0 , l'analisi della fase dei tre vettori rotanti può permettere di determinare il valore di pulsazione (e quindi di frequenza) a cui tale evento può verificarsi e per il quale risulta:

$$\Delta F \geq F_0 \quad (31)$$

Tuttavia, l'analisi va oltre l'indagine proposta nel contesto di questo lavoro. Pertanto, il calcolo numerico dei casi studio si baserà sull'utilizzo della seguente relazione, in funzione della velocità del veicolo v :

$$F = |K_1| + |K_2| + |K_3| \quad (32)$$

Questa relazione, che opera esclusivamente sul modulo dei vettori rotanti (poiché non si è considerato l'effetto delle anomalie (αt) , (βt) e (ωt)), consente di valutare immediatamente l'influenza delle variazioni dei parametri m , M , k , y_0 e ζ_0 . L'argomento del vettore K_1 , rotante con pulsazione α , è costituito dal termine:

$$m\alpha^2\zeta_0 \quad (33)$$

ad andamento parabolico crescente con α , e quindi con velocità v . La sua importanza diventa sensibile e quindi preponderante rispetto all'altro termine,

$$\frac{\alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} k \zeta_0 \quad (34)$$

$$F = [K_1] \cos(\alpha t) + [K_2] \cos(\omega t) + [K_3] \cos(\beta t) \quad (29)$$

where:

$$[K_1] = \left[\left(m\alpha^2 + k \frac{\alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \right) \zeta_0 \right] \quad (30a)$$

$$[K_2] = \left[- \left(y_0 \frac{\beta^2}{\omega^2 - \beta^2} + \zeta_0 \frac{\alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} \right) k \right] \quad (30b)$$

$$[K_3] = \left[\left(y_0 \frac{\beta^2}{\omega^2 - \beta^2} \right) k \right] \quad (30c)$$

Therefore, in (29), starting at F_0 standstill condition, F expresses the force (increase) at the contact between the pantograph and the catenary and can be considered as a real component of the sum of three rotating vectors of argument K_1 , K_2 and K_3 with frequencies α , β and ω respectively. Analytically it is evident that the mechanically critical conditions in the field of vibrations will occur when the three vectors are all in phase with each other. Once again, if it is necessary to recall the initial static pressing force F_0 , the analysis of the phase of the three rotating vectors can allow the determination of the frequency value at which this event can occur and for which it results:

$$\Delta F \geq F_0 \quad (31)$$

However, this analysis goes beyond the investigation proposed in the context of this work. Therefore, the numerical calculation of the case studies will be based on the use of the following relationship, as a function of the vehicle speed v :

$$F = |K_1| + |K_2| + |K_3| \quad (32)$$

This formula, which operates exclusively on the modulus of rotating vectors (since the effect of the angular parameters (αt) , (βt) and (ωt) has not been considered), allows to immediately evaluate the influence of the variations of the parameters m , M , k , y_0 and ζ_0 . The argument of the vector K_1 , rotating with frequency α , is made up of the term:

$$m\alpha^2\zeta_0 \quad (33)$$

with an increasing parabolic trend with α , and therefore with speed v . Its importance becomes sensitive and therefore preponderant with respect to the other term,

$$\frac{\alpha^2}{\omega^2 - \alpha^2} k \zeta_0 \quad (34)$$

as the travel speed increases and in any case for $\alpha > \omega$. This second term consists of the resonance factor of the inertial mass M ($\omega^2 = k/M$), multiplied by the force $k\zeta_0$. This term grows from zero to ∞ as α varies between 0 and ω respectively, while it tends to 1 for α as ∞ . Precisely to the condition $\alpha = \omega$ it is possible to associate a critical speed (v_{crit}) defined by the relation:

all'aumentare della velocità di spostamento e comunque per $\alpha > \omega$. Questo secondo termine è costituito dal fattore di risonanza della massa inerziale M ($\omega^2 = k/M$), moltiplicato per la forza $k\xi_0$. Questo termine cresce da zero a ∞ , al variare di α tra 0 e ω rispettivamente, mentre tende a 1 per α al variare di ∞ . Proprio alla condizione $\alpha = \omega$ è possibile associare una velocità critica (v_{crit}) definita dalla relazione:

$$v_{crit} = \frac{L_c}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}} \quad (35)$$

L'argomento del vettore K_2 , rotante con pulsazione ω , è costituito da due termini in cui il fattore di risonanza compare in α e in β , moltiplicato rispettivamente per le forze $k\xi_0$ e ky_0 . Per il fattore di risonanza in α vale quanto già detto a proposito di K_1 . Per quello in β si osservi che esso non varia significativamente con la velocità v e che per l'ipotesi inizialmente fissata ($\beta = \beta(v) = \text{costante}$), risulterà anche nel caso studio specifico una costante, la cui entità sarà tanto maggiore (al limite ∞) quanto più ω tende al valore di β .

L'argomento del vettore K_3 , rotante con pulsazione β è costituito dalla forza ky_0 moltiplicata per il fattore di risonanza in β già esaminato.

L'equazione (32), costituita dai moduli K_1 , K_2 e K_3 , può essere idealizzata come una funzione di secondo grado, con punto di discontinuità all'infinito per $\alpha = \omega$ ma con sviluppo che tende a divenire parabolico per $\alpha > \omega$. Il diagramma relativo trasla quindi lungo l'asse delle ordinate al variare del fattore di risonanza in β . Si noti infine che la curva non è definita per velocità nulla a causa dell'ipotesi sull'invariabilità di β e y_0 , in funzione della velocità v .

4. Applicazione del metodo ed interpretazione dei risultati

4.1. Attribuzione dei valori ai parametri di analisi

La selezione dei valori da attribuire ai vari parametri che compaiono nella relazione (25), è stata effettuata considerando i suggerimenti derivanti dall'esperienza relativa ai dispositivi esistenti [16][18][19][20][22], dalle indicazioni normative [25][28][29][30][31] e, infine, dalla necessità di fornire un quadro sufficientemente esaustivo e sintetico del problema in esame.

Da quanto esposto nelle ipotesi di lavoro, per la pulsazione β si stabilisce "a priori" una relazione generale del tipo $\beta = \beta(v) = \text{costante}$. Inoltre, non si introduce ampia incertezza se, riferendosi alla conoscenza della progettazione del veicolo (caratteristiche dei modi propri di vibrazione della cassa di un veicolo ferroviario) e utilizzando il primo dei due intervalli di interesse ($0 \text{ (Hz)} \div 5 \text{ (Hz)}$) proposti dalla EN50318, sono fissati due valori di limite per la frequenza, $f_{min} = 2.5 \text{ (Hz)}$ e $f_{max} = 5.0 \text{ (Hz)}$: a questi corrispondono le due pulsazioni $\beta_{fmin} = 15.7 \text{ (rad/s)}$ e $\beta_{fmax} = 31.4 \text{ (rad/s)}$. Per i valori da attribuire all'ampiezza di oscillazione verticale y_0 , si consideri la condizione di marcia (Fig. 12) del veicolo più gravosa (disagevole) corrispon-

$$v_{crit} = \frac{L_c}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}} \quad (35)$$

The argument of the vector K_2 , rotating with frequency ω , consists of two terms in which the resonance factor appears in α and in β multiplied by the forces $k\xi_0$ and ky_0 respectively. For the resonance factor in α , what has already been said about K_1 is valid. For the one in β it must be observed that it does not vary significantly with the speed v and that for the initially fixed hypothesis of $\beta = \beta(v) = \text{cost}$, it will also result in the specific case study a constant, the entity of which it will be the greater (at the limit ∞) the more ω tends to the value of β .

The argument of the vector K_3 , rotating with frequency β is constituted by the force ky_0 multiplied by the resonance factor in β already examined.

The equation (32), based on the absolute values of the arguments K_1 , K_2 and K_3 , can be idealized as a second-degree function with a discontinuity point at infinity for $\alpha = \omega$ but with a trend that becomes parabolic for $\alpha > \omega$. The relative diagram then translates along the ordinate axis as the resonance factor in β varies. Finally, note that the curve is not defined for zero speed due to the hypothesis on the invariability of β and y_0 , as a function of speed v .

4. Application of the method and interpretation of the results

4.1. Assigning values to analysis parameters

The selection of the values, to be attributed to the various parameters that appear in the report (25), was carried out considering the suggestions deriving from the experience relating to existing devices [16][18][19][20][22], from the normative indications [25][28][29][30][31] and, finally, from the need to provide a sufficiently exhaustive and concise picture of the phenomenon in question.

From what has been explained in the working hypotheses, for the parameter β a general relationship of the type $\beta = \beta(v) = \text{Cost}$ is established "a priori". Furthermore, no extensive uncertainty is introduced if, from the common knowledge of vehicle design (characteristics of the proper modes of vibration of the body of a railway vehicle) and using the first of the two reference intervals ($0 \text{ (Hz)} \div 5 \text{ (Hz)}$) proposed from EN50318, two values of interest for the frequency are fixed, $f_{min} = 2.5 \text{ (Hz)}$ and $f_{max} = 5.0 \text{ (Hz)}$ to which the two frequencies $\beta_{fmin} = 15.7 \text{ (rad/s)}$ and $\beta_{fmax} = 31.4 \text{ (rad/s)}$ correspond. For the values to be attributed to the vertical oscillation amplitude y_0 , consider the driving condition (Fig. 12) of the most demanding (uncomfortable) vehicle corresponding to a quality index (Ride Index) $W_z = 4$ ([26] and [27], note that the condition may be typical for the motion of a freight wagon). To this value of W_z correspond the accelerations of $a_{fmin} = 2.0 \text{ (m/s}^2)$ and $a_{fmax} = 2.5 \text{ (m/s}^2)$, based on which we obtain respectively for y_0 ($y_0 = a/\beta^2$) the values $y_{fmin} = 8.1 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}$ and $y_{fmax} = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}$. The running index W_z is assumed to be constant in the entire speed

dente ad un indice di qualità (*Ride Index*) $Wz = 4$ ([26] e [27]: si noti che la condizione può essere tipica del moto di un carro merci). A questo valore di Wz corrispondono le accelerazioni di $a_{f\min} = 2.0 \text{ (m/s}^2)$ e $a_{f\max} = 2.5 \text{ (m/s}^2)$, in base alle quali si ottengono rispettivamente ($y_0 = a/\beta^2$) i valori $y_{0f\min} = 8.1 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}$ e $y_{0f\max} = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}$. Inoltre, si assume costante l'indice di marcia Wz in tutto l'intervallo di velocità, per le stesse ragioni esposte in relazione alla funzione $\beta(v)$. L'aver assunto β e y_0 costanti al variare della velocità comporta una valutazione per eccesso delle variazioni di forza F , in particolare nel campo delle basse velocità di marcia. Queste approssimazioni portano a condizioni operative più severe di quelle reali. Per la funzione $\zeta = \zeta(t)$ si è assunto:

$$\zeta = \zeta_0 \cos(\alpha t) \quad (36)$$

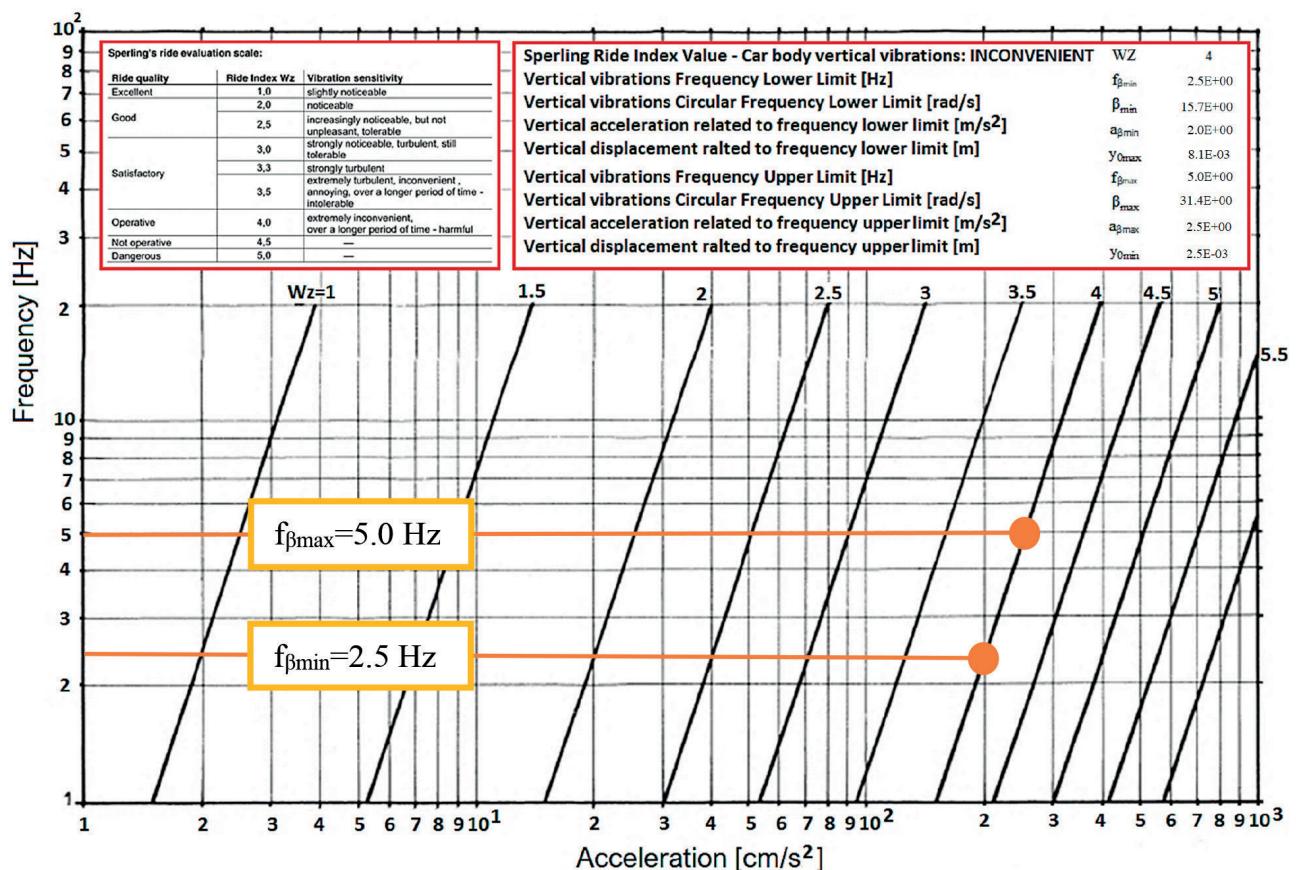
Si noti che questa funzione rappresenta l'unica irregolarità geometrica che la trave portante della catenaria può assumere per inflessione gravitazionale o per non conformità di installazione ma non per fenomeni di usura, causati dal contatto ripetuto con lo strisciante di captazione del pantografo. Questo secondo tipo di difetto, paragona-

range, for the same reasons explained in relation to the $\beta(v)$ function. By assuming constant β and y_0 as the velocity varies, means to set the analysis in evaluation for excess of the F variation, particularly in the low velocity field. These approximations lead to operating conditions that are more severe than the real ones. For the function $\zeta = \zeta(t)$ has been assumed:

$$\zeta = \zeta_0 \cos(\alpha t) \quad (36)$$

It should be noted that this function represents the only geometric irregularity that the catenary beam can assume due to gravitational inflection or due to non-conformity of installation but not due to wear phenomena caused by contact with the pantograph contact strip. This second type of defect, comparable to wave wear (see Fig. 6), has dimensions of about two orders of magnitude less than the anchoring distance of the rigid catenary, generally they are determined by the operating characteristics of the materials in contact.

For these considerations and depending on the analysis of the problem, the genesis of this phenomenon is not the subject of in-depth analysis. The architecture of the rigid ca-



(Fonte – Source: [26][27])

Figura 12 – Nomogramma per la stima dell'indice di qualità della marcia.

Figure 12 – Nomogram for estimating the running quality index.

bile all'usura ondulatoria (cfr. Fig. 6), ha dimensioni di circa due ordini di grandezza inferiori rispetto alla distanza di installazione dei giunti isolanti di ancoraggio della catenaria rigida e, generalmente, risulta determinato dalle caratteristiche operative dei materiali a contatto.

Per queste considerazioni e in funzione dell'analisi del problema, la genesi di tale fenomeno non è oggetto di approfondimenti. L'architettura della catenaria rigida, nel tratto compreso tra due ancoraggi adiacenti (vincoli), subisce effetti deformativi riconducibili a quelli di una trave doppiamente incastriata alle estremità e sollecitata dal proprio peso. L'ampiezza della deformazione, misurata da picco a picco, può essere individuata in un intervallo di valori i cui estremi sono rappresentati:

- da una condizione di linea aerea di contatto nello stato funzionale iniziale e priva di non conformità di montaggio (valore $\zeta_0 = \zeta_{0\min}$, come limite inferiore);
- da una condizione di avanzato stato di degrado strutturale e geometrico, pari ad un ipotetico raddoppio del valore stimato per la condizione a) e che definisce un limite superiore quantificabile in circa $\zeta_{0\max} = 2 \zeta_{0\min}$. L'individuazione di tali valori ha imposto al sistema condizioni geometriche di interazione tra linea aerea di contatto e strisciante del pantografo ancora una volta più gravose di quelle reali, come ipotizzato per la scelta del parametro y_0 .

Si consideri lo schema della catenaria rigida che identifica una porzione della struttura sospesa a due isolatori elettrici (Fig. 13), riconducibile a quanto evidenziato nei paragrafi introduttivi (vedi Fig. 4(B)).

Siano L_c la lunghezza della linea di contatto tra due vincoli adiacenti (giunti isolanti), E_c il modulo di Young del materiale costituente la linea (per un'ipotesi di trave portante in lega di alluminio, densità 2700 (kg/m^3), e inserimento del filo di contatto in rame, densità 9000 (kg/m^3) si stima una densità media di circa 3000 (kg/m^3)) ed infine I_c il momento di inerzia alla flessione attorno ad un asse trasversale ed orizzontale rispetto alla linea di installazione della struttura. Per un calcolo di prima approssimazione che valuti il valore del parametro ζ_0 sono stati utilizzati i dati disponibili nelle più comuni pubblicazioni relative alla Scienza delle Costruzioni (Tab. 1).

Considerando in prima approssimazione per la trave di sostegno al filo di contatto una sezione a T rovesciata di 180° e di dimensioni medie uguali per tutti gli spessori, troviamo i valori di $\zeta_{0\min} = 7.6 \cdot 10^{-3}$ (m) e $\zeta_{0\max} =$

tenary, in the portion between two adjacent anchors (constraints), undergoes deformation effects attributable to those of a beam wedged at the ends and stressed by its own weight. The amplitude of the deformation, measured from peak to peak, can be identified in a range of values whose extremes are represented:

- from an overhead contact line condition in initial operating state and free from assembly non-conformities (value $\zeta_0 = \zeta_{0\min}$ as lower limit);*
- from a condition of advanced state of structural and geometric degradation, equal to a hypothetical doubling of the estimated value for condition a) which defines an upper limit that can be quantified as approximately $\zeta_{0\max} = 2 \zeta_{0\min}$. The identification of these values imposed on the system geometric interaction conditions between overhead contact line and sliding contact once again more burdensome than the real ones, as was assumed for the choice of parameter y_0 .*

Consider then the rigid catenary scheme that identifies a portion of the structure suspended from two electrical insulators (Fig. 13), referable to what is highlighted in the introductory paragraphs (see Fig. 4(B)).

Let L_c be the length of the contact line connected to two adjacent restraints (insulators), E_c the Young's modulus of the material making up the line (for a hypothesis of an aluminium alloy load-bearing beam, density 2700 (kg/m^3), and insertion of copper contact wire, density 9000 (kg/m^3), an average density of about 3000 (kg/m^3) is estimated) and fi-

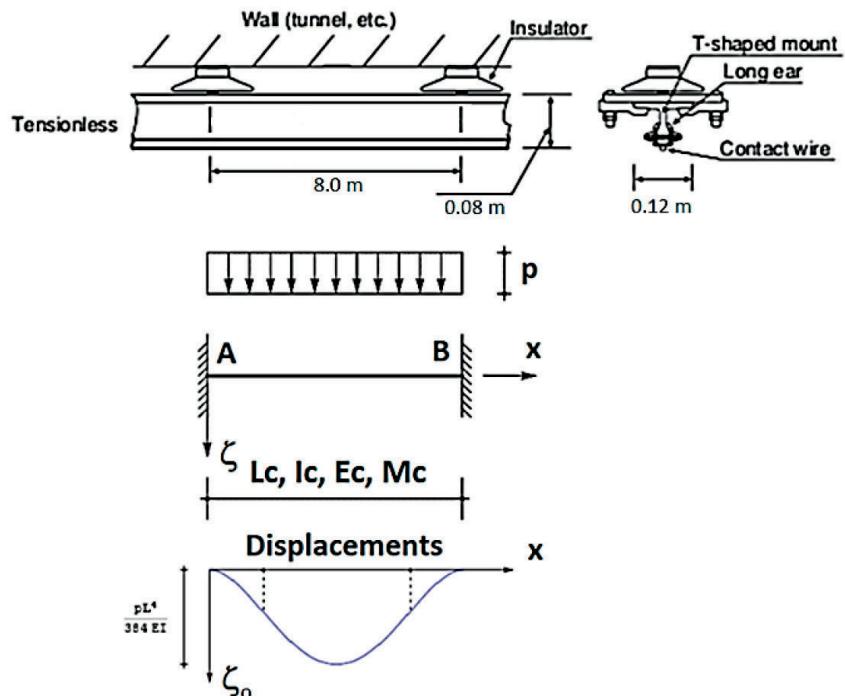


Figura 13 – Porzione di linea di contatto rigida soggetta ad inflessione per gravità.
Figure 13 – Part of rigid contact line subject to deflection by gravity.

Tabella 1 – Table 1

Caratteristiche geometriche della struttura portante della linea aerea rigida
Geometric characteristics of the supporting structure of the rigid line overhead

L_c (m):	distanza tra i vincoli di supporto della catenaria rigida <i>distance between standstill constraints of rigid overhead</i>	8.00(*)
A_c (m ²):	area a T della sezione trasversale della catenaria rigida <i>T beam section area of rigid overhead</i>	$4 \cdot 10^{-3}$
E_c (N/m ²):	modulo di Young (per l'intera struttura, lega di alluminio e di rame) <i>Young modulus (whole structure, aluminium/copper alloy)</i>	$0.72 \cdot 10^{11}$
I_c (m ⁴):	momento di inerzia alla flessione della trave a T attorno all'asse trasversale <i>T beam bending moment about transversal axis</i>	$2.3 \cdot 10^{-6}$
p_c (N/m):	peso distribuito per unità di lunghezza della trave a T (intera struttura, lega alluminio/rame) <i>T beam distributed gravity load (whole structure, aluminium/copper alloy)</i>	117.72
H_c (m):	altezza della sezione trasversale a T della catenaria rigida <i>T beam height of the rigid overhead</i>	0.080
W_c (m):	larghezza della catenaria rigida <i>T beam width</i>	0.120
T_c (m):	spessore della catenaria rigida (valore medio) <i>T beam thickness (average)</i>	0.02
<p>(*) Il valore riscontrato nelle installazioni metropolitane varia da 4,00 m a 6,00 m, come stimato mediamente dai dati di consultazione pubblici e dai dépliant dei principali produttori. In questo caso di studio si sceglie il valore di lunghezza della campata pari al limite inferiore (8,00 m) dell'intervallo definito da Rete Ferroviaria Italiana. A titolo informativo, la Specifica Tecnica RFI DTC ST E SP IFS TE 097 A del 13.12.2018 "Contatto rigido fisso aereo per installazione in galleria a 3 kVdc" prevede un'estensione della campata di 12,0 m per velocità di esercizio fino a 160 km/h, pari a 10,0 m per velocità di esercizio fino a 120 km/h e infine pari a 8,0 m per velocità di esercizio fino a 80 km/h. Quest'ultimo valore di velocità del treno è coerente con un esercizio di metropolitana e con riferimento a questo è possibile stimare un valore L_c per il caso studio.</p> <p>(*) The value found in underground installations varies from 4.00 m to 6.00 m, as estimated on average from public consultation data and brochures from the major manufacturers. In this study case, the span length value equal to the lower limit (8.00 m) of the interval defined by the Italian Railway Network is chosen. For information, the Technical Specification RFI DTC ST E SP IFS TE 097 A of 13.12.2018 "Fixed rigid contact overhead for installation in tunnels at 3 kVdc" provides for a span extension of 12.0 m for operating speeds up to 160 km/h, equal to 10.0 m for operating speeds up to 120 km/h and finally equal to 8.0 m for operating speeds up to 80 km/h. This last train speed value is consistent with an underground operation and with reference to this, a L_c value can be estimated for the case study.</p>		

15.2 10⁻³ (m). In sintesi, le ipotesi di lavoro messe a punto hanno fornito un indirizzo di prima approssimazione ai valori da attribuire ai parametri β , y_0 e ζ_0 . Va però sottolineato che, a parità di livello della qualità di marcia del rotabile, i valori assunti dalla coppia (β , y_0) consentono di esaminare i seguenti casi di studio:

- condizioni vicine alla risonanza tra ω e β ;
- grande escursione verticale della cassa;
- piccola escursione verticale della cassa.

Inoltre, l'aver ipotizzato un intervallo di variabilità anche per il parametro ζ_0 , permette di analizzare due ipotetiche situazioni estreme:

- linea di contatto in condizione di prima installazione;
- linea di contatto in condizioni di installazione con non conformità dovute ad errori di installazione o mancata manutenzione.

Come evidenziato (Cfr. Tab. 1), la lunghezza della campata L_c è stata fissata in 8 (m) (vedi Fig. 13), sulla base del-

nally I_c the moment of inertia when bending around a transverse and horizontal axis with respect to axis of installation of the structure. For a first approximation calculation that evaluates the value of the parameter ζ_0 , data available in the most common publications relating to the Science of Construction were used (Tab. 1).

Considering the support beam to the contact wire having the section of a T overturned by 180° and equal average dimensions for all thicknesses, we find the values of $\zeta_{0min} = 7.6 \cdot 10^{-3}$ (m) and $\zeta_{0max} = 15.2 \cdot 10^{-3}$ (m). In summary, the working hypotheses set up have supplied a first approximation address to the values to be attributed to the parameters β , y_0 and ζ_0 . However, it must be highlighted that, with the same running quality of the rolling stock, the values assumed by the couple (β , y_0) allow to examine the following cases of study:

- conditions close to the resonance between ω and β ;
- large vertical excursion of the carbody;
- small vertical excursion of the carbody.

la letteratura tecnica di RFI (Gestore dell'Infrastruttura Ferroviaria Italiana). La relazione (12) permette invece di generalizzare l'applicazione a qualsiasi valore si voglia attribuire a questo parametro, determinando le grandezze che da esso dipendono. L'effetto della lunghezza L_c è ampiamente considerato nell'intervallo di variabilità assunto da ζ_0 e pertanto non si ritiene necessaria alcuna ulteriore indagine.

Infine, per la scelta dei valori relativi ai parametri m , M , k , è opportuno precisare quanto segue. Lo studio intende produrre un confronto tra i valori delle funzioni di amplificazione della forza di contatto $F(v)$ nello spazio cartesiano $[v, F]$ e la zona di accettazione delle forze di interazione definita dai limiti funzionali di progetto e di omologazione. A tal fine, una possibile indicazione è fornita dalla metodologia di validazione (progetto-approvazione) presentata e sviluppata nella EN50367:2020 e inserita nella STI ENE. La normativa tecnica comunitaria definisce i limiti prestazionali dell'interazione tra pantografo e catenaria (forza media di contatto F_m) differenziando la valutazione in relazione al tipo di pantografo (per trazione in corrente alternata AC e per trazione in corrente continua DC), all'intervallo delle velocità di marcia per valori inferiori e superiori a 200 (km/h) (55,6 (m/s)).

Come ipotesi di lavoro, l'indagine proposta in questa memoria vuole proporre una metodologia per l'analisi dell'interazione di contatto dinamico tra pantografo e catenaria che sia generalizzabile e indipendente dall'architettura del pantografo. Questa ipotesi porta a considerare, quali condizioni più cautelative per i limiti di confronto dell'interazione dinamica tra pantografo e catenaria, i valori compresi nell'intervallo relativo ai pantografi destinati alla trazione in corrente alternata (F_m (AC)) e verificabili anche nello schema correlato alle tabelle EN50367: 2020 (Fig. 14 (A) e Fig. 14 (B)).

Per completare quanto finora esposto, si sottolinea che il limite di variabilità del valore della forza di contatto nella Normativa UE è correlato ad una deviazione standard $\sigma = 0.3xF_m$. Questa incertezza coincide con una probabilità di perdita di contatto tra pantografo e linea aerea di contatto inferiore al 27%, che potrebbe corrispondere ad una perdita di forza premente, da parte del pantografo, inferiore a $0,1xF_m$ (limite inferiore di accettazione per la formazione di archi elettrici). Tale condizione è evidenziata anche nel diagramma riepilogativo relativo ai limiti di interazione tra pantografo e linea aerea di contatto (cfr. Fig. 14 (B), area coperta in azzurro). Ipotizzando una valutazione più prudente dell'analisi, i limiti della fascia di accettazione sono quindi riferiti ai pantografi dedicati alla trazione in corrente alternata (cfr. Fig. 14, DC – grafici in linea punteggiata). In questo contesto, la EN50318 [29] fornisce il miglioramento dei parametri strutturali del modello del pantografo vibrante, sebbene diverso da quello adottato in questa discussione. I valori sono ben definiti e riconducibili ad un modello a parametri inerziali ed elastici concentrati (Fig. 15), per pantografi idonei alla trazione in corrente alternata (AC) e in corrente continua

Furthermore, having assumed an interval of variability also for the parameter ζ_0 , allows us to analyze two hypothetical extreme situations:

- contact line in initial installation condition;*
- contact line in conditions of installation with non-conformities due to installation errors or lack of maintenance.*

As highlighted (Cfr. Tab. 1), the length of the span L_c has been fixed at 8 (m) (see Fig. 13), based on the technical literature of RFI (Italian Railway Infrastructure Manager). On the other hand, the relation (12) allows you to generalize the application to any value you want to attribute to this parameter, determining the quantities that depend on it. The effect of the length L_c is widely considered in the range of variability assumed by ζ_0 and therefore no further investigation is deemed necessary.

Finally, for the choice of the values relating to the parameters m , M , k , it is appropriate to state the following. The study intends to produce a comparison between the values of the functions $F(v)$ in the cartesian space $[v, F]$ and the acceptance zone of the interaction forces between the design and approval functional limits. For this purpose, a possible indication is provided by the validation methodology (project-approval) presented and developed in EN50367:2020 and included in the TSI ENE. The EU technical legislation defines the performance limits of the interaction between pantograph and catenary (average contact force F_m) differentiating the evaluation in relation to the type of pantograph (for traction in alternating current AC and for traction in direct current DC), in the speed range of gear below and above 200 (km/h) (55,6 (m/s)).

As a working hypothesis, the investigation methodology proposed in this paper is aimed at proposing a methodology for the analysis of the dynamic contact interaction between pantograph and catenary that is generalizable and independent from the architecture of the pantograph. This hypothesis leads to consider, as more precautionary conditions for the comparison limits of the dynamic interaction between pantograph and overhead contact line, the values included in the interval relating to pantographs intended for traction in alternating current (F_m (AC)) and verifiable also in the correlated diagram to tables EN50367: 2020 (Fig. 14 (A) and Fig. 14(B)).

To complete what has been described, it is emphasized that the limit defined for the variability of the contact force value in the EU Normative is correlated to a standard deviation $\sigma = 0.3xF_m$. This uncertainty coincides with the probability of loss of contact between pantograph and overhead contact line of less than 27%, which could correspond to a loss of pressing force by the pantograph of less than $0.1xF_m$ (lower acceptance limit for the formation of electric arcs). This condition is also highlighted in the summary diagram relating to the interaction limits between the pantograph and the overhead contact line (area covered in light blue). Assuming a more cautious evaluation of the analysis, the limits of the acceptance zone therefore refer to the panto-

(DC). Con riferimento esclusivamente al primo tipo di pantografo (AC), è possibile individuare (Tab. 2) solo alcuni dei valori da attribuire ai parametri di rigidezza elastica ($k_{2(AC)}$ e $k_{3(AC)}$) e di inerzia ($m_{1(AC)}$, $m_{2(AC)}$, $m_{3(AC)}$) da applicare al modello di studio. Gli altri valori di smorzamento ($k_{1(AC)}$, c_1 , c_2 , c_3) non sono considerati, in quanto il processo teorico di riduzione a masse concentrate, applicato nell'ambito della presente relazione, è diverso da quello proposto nella norma europea. I valori delle rigidezze $k_{2(AC)}$ e $k_{3(AC)}$ possono essere combinati in una "serie" rigidezza $k_{Eq(AC)} = (1/k_{2(AC)} + 1/k_{3(AC)})^{-1}$ per rispettare la configurazione elastica del modello ad un solo grado di libertà di oscillazione verticale. Allo stesso modo sono stati utilizzati i valori delle masse ridotte ($m_{1(AC)}$, $m_{2(AC)}$): nel modello ad un solo grado di libertà, esse sono, in prima approssimazione, sommate nell'unica massa ridotta oscillante M , con un valore un di riferimento (15 (kg)) già utilizzato nella procedura di riduzione del manovellismo a glifo divergente (Vedi §3.1).

4.2. Calcolo numerico dei casi di studio

Le ipotesi di lavoro e la scelta dei valori da attribuire ai parametri di analisi consentono l'elaborazione numerica degli scenari di interesse. Come detto, i risultati numerici delle elaborazioni sono rappresentati in diagrammi nello spazio cartesiano di analisi $[v, F]$, dove la variabilità della velocità v è introdotta nella relazione (32) mediante la relazione (12). Vengono determinati i valori della sollecitazione media di contatto F_m , di cui alla EN50367, per ciascuna delle possibili combinazioni di valori dei parametri considerati e i valori confrontati con l'area di accettazione (progetto-approvazione, colore giallo) e con l'area di possibile perdita di contatto tra la striscia di contatto e la linea aerea di contatto (colore ciano).

Dall'analisi è escluso l'intervallo di velocità relativo alla condizione critica (risonanza), che rappresenta una funzionalità operativa del sistema da evitare: considerazioni in proposito sono già state espresse e possono essere analizzate per l'applicazione di dispositivi antivibranti verticali del pantografo anche in relazione alle indicazioni

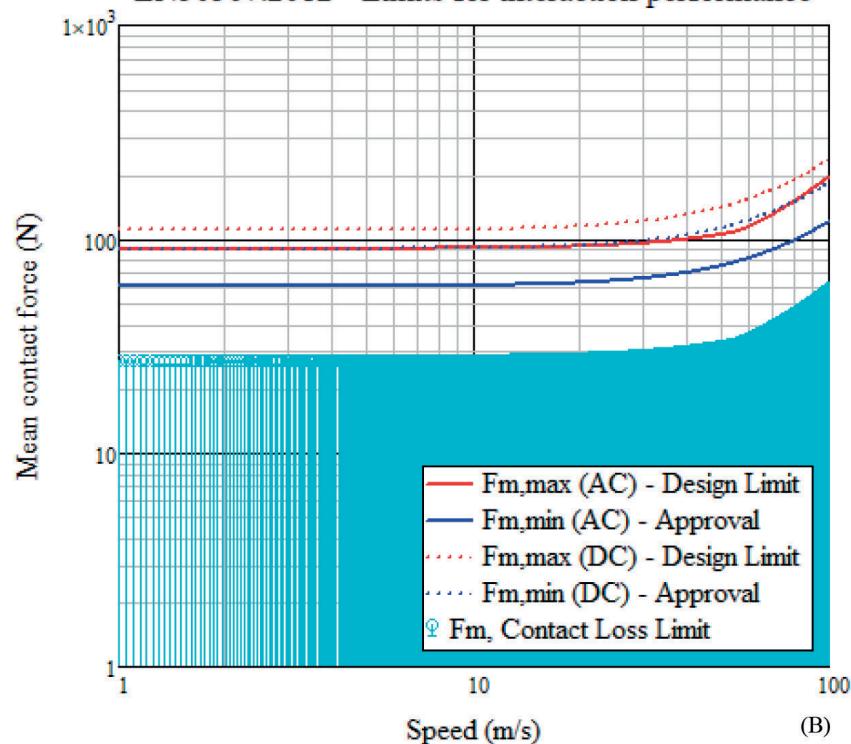
Category Line speed	AC		DC 1,5 kV		DC 3 kV	
	$v \leq 200 \text{ km/h}$	$v > 200 \text{ km/h}$	$v \leq 200 \text{ km/h}$	$v > 200 \text{ km/h}$	$v \leq 200 \text{ km/h}$	$v > 200 \text{ km/h}$
$F_m, \text{max (N)}^a$	0,000 47 $v^2 + 80$	0,000 97 $v^2 + 70$	0,000 97 $v^2 + 140$	0,002 28 $v^2 + 90$	0,000 97 $v^2 + 110$	
$F_m, \text{min (N)}$ Minimum for pantograph approval ^a		0,000 47 $v^2 + 60$		0,001 12 $v^2 + 70$		0,000 72 $v^2 + 90$
$\sigma_{\text{max}} (\text{N})$ at maximum speed ^b					0,5 F_m	

^a For visualization of the formulas and maximum speed see Figures A.10 to A.12.

^b The limit of $\sigma = 0,3 F_m$ gives a probability of less than 0,27 % that contact forces lower than 0,1 F_m occur for normal Gaussian distribution of forces.

(A)

EN50367:2012 - Limits for interaction performance



Mean contact force (N)

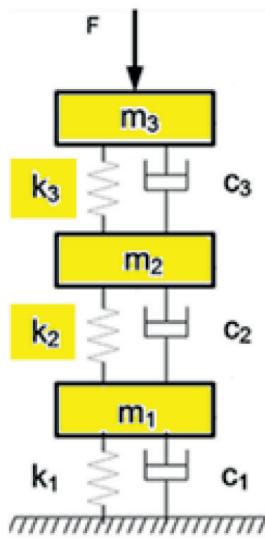
Speed (m/s)

(B)

Figura 14 – (A) STI ENE/EN50367: 2020 - Tabella 6, estratto del documento normativo, limiti delle prestazioni di interazione (forza di contatto media tra pantografo e catenaria); (B) diagramma dei limiti di forza media per il contatto tra il pantografo e catenaria rigida.

Figure 14 – (A) TSI ENE/EN50367: 2020 - Table 6, extract from the regulatory document, interaction performance limits (average contact force between pantograph and overhead contact line); (B) diagram of mean force limits for contact between pantograph and rigid overhead.

graphs dedicated to traction in alternating current (cf. Fig. 14, DC – plots in dotted line). In this context, EN50318 [29] provides the enhancement of the structural parameters of the vibrating pantograph model, albeit different from the one adopted in this discussion. The values are well defined and referable to a model with concentrated inertial and elastic parameters (Fig. 15), for pantographs suitable for traction in alternating current (AC) and direct current (DC).



Parameters		AC	DC
Reduced dynamic mass [kg]	m_1	6,0	10,93
	m_2	9,0	11,28
	m_3	7,5	15,12
Damping [Ns/m]	c_1	100	121
	c_2	0,1	0
	c_3	45,0	20
Stiffness [N/m]	k_1	160,0	1
	k_2	15 500,0	10 600
	k_3	7 000,0	4 500

Nel sistema vibrazionale m_3 indica la massa della testa dell'archetto di contatto, m_2 indica la massa della metà superiore della struttura del pantografo ed infine m_1 definisce la massa concentrata per la metà inferiore della struttura del pantografo.

In the vibration system: m_3 means the mass of the collector head, m_2 shows the mass of the upper half of the pantograph structure and finally, m_1 defines the mass concentrated for the lower half of the pantograph structure.

(Fonte – Source: [29])

Figura 15 – Massa concentrata del sistema vibrante a 3 gradi di libertà alla traslazione verticale come riportato in [29]: in giallo sono evidenziati i parametri di inerzia ed elasticità utilizzati come valori di riferimento nel modello ad un grado di libertà alla traslazione verticale.

Figure 15 – Lumped mass of 3 Degrees of Freedom (DoF) for vertical vibrating system as reported in [29]: in yellow colour are highlighted inertia and stiffness parameters used as reference values in 1 DoF model.

Tabella 2 – Table 2

Valori assunti per i parametri di interesse
Values taken for the interested parameters

Parametro Parameter	Unità Units (SI)	Valore Value	Da From
m	[kg]	$m_{3(AC)} = m_0$; $m_1 = 2x m_0$	EN50318
M	[kg]	1x15,0; 2x15,0; 4x15,0	Risultato di Eq. (1) Result of Eq. (1)
k	[N/m]	$k_{Eq(AC)} = k_{Eq0}$; $k_{Eq(AC)}/2 = k_{Eq1}$; $k_{Eq(AC)}/4 = k_{Eq2}$	EN50318

e ai limiti descritti in [30]. Per tutti gli scenari di analisi, un intervallo di variabilità della velocità di traslazione del pantografo compreso tra 0 (m/s) e 60 (m/s), da cui discende il valore della pulsazione $\alpha(v)$. I valori per le grandezze L_c , (β, y_0) , ξ_0 sono stati precedentemente stabiliti. I valori delle inerzie e delle rigidezze della struttura del pantografo si distinguono mediante le considerazioni evidenziate dalla classificazione offerta nella EN50318 (vedi Fig. 15). In sintesi, il modello dell'oscillatore verticale è quindi caratterizzato dal rapporto tra il parametro k e il parametro M , attraverso l'opportuna pulsazione ω (14), a cui è correlata la velocità critica relativa $v_{crit}(\omega)$ (35). I casi studio, quindi, sono individuati dalle matrici:

With reference exclusively to the first type of pantograph (AC), it is possible to identify (Tab. 2) only some of the values to be attributed to the parameters of elastic ($k_{2(AC)}$ and $k_{3(AC)}$) and inertial of the panto ($m_{1(AC)}$, $m_{2(AC)}$, $m_{3(AC)}$) to be applied to the study model. The other elastic and damping values ($k_{1(AC)}$, c_1 , c_2 , c_3) are not considered, since the theoretical process of reduction to concentrated masses, applied in the context of this report, is different from that proposed in the European Standard. The values of the stiffnesses $k_{2(AC)}$ and $k_{3(AC)}$ can be combined in a "series" stiffness $k_{Eq(AC)} = (1/k_{2(AC)} + 1/k_{3(AC)})^{-1}$ to respect the elastic configuration of the model to a single degree of freedom to vertical oscillation. In the same way, the values of the reduced masses ($m_{1(AC)}$, $m_{2(AC)}$) were used: in the model with a single degree of freedom, they are, as a first approximation, summed in the single oscillating reduced mass M , with a value un of reference (15 (kg)) already used in the slide crank mechanism reduction procedure (See §3.1).

4.2. Numerical processing of cases of study

The working hypotheses and the choice of the values to be attributed to the analysis parameters allow the numerical processing of scenarios of interest. As stated, the numerical results of the elaborations are represented in diagrams in the analysis cartesian diagram $[v, F]$, where the variability of the velocity v is introduced in relation (32) by means of relation (12). The values of the average contact stress F_m , referred to in EN50367 are determined, for each of the poss-

$$\omega = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{k_{Eq0}}{M_{(1x10)}}} & \sqrt{\frac{k_{Eq1}}{M_{(1x10)}}} & \sqrt{\frac{k_{Eq2}}{M_{(1x10)}}} \\ \sqrt{\frac{k_{Eq0}}{M_{(2x10)}}} & \sqrt{\frac{k_{Eq1}}{M_{(2x10)}}} & \sqrt{\frac{k_{Eq2}}{M_{(2x10)}}} \\ \sqrt{\frac{k_{Eq0}}{M_{(4x10)}}} & \sqrt{\frac{k_{Eq1}}{M_{(4x10)}}} & \sqrt{\frac{k_{Eq2}}{M_{(4x10)}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega(0,0) & \omega(0,1) & \omega(0,2) \\ \omega(1,0) & \omega(1,1) & \omega(1,2) \\ \omega(2,0) & \omega(2,1) & \omega(2,2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17.9 & 12.7 & 8.9 \\ 12.7 & 8.9 & 6.3 \\ 8.9 & 6.3 & 4.5 \end{bmatrix} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \quad (37)$$

$$v_{crit} = \frac{L_c \omega}{2 \pi} = \begin{bmatrix} v_{crit}(0,0) & v_{crit}(0,1) & v_{crit}(0,2) \\ v_{crit}(1,0) & v_{crit}(1,1) & v_{crit}(1,2) \\ v_{crit}(2,0) & v_{crit}(2,1) & v_{crit}(2,2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22.8 & 16.1 & 11.4 \\ 16.1 & 11.4 & 8.1 \\ 11.4 & 8.1 & 5.7 \end{bmatrix} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \quad (38)$$

L'indirizzo del problema proposto considera il confronto dell'interazione tra pantografo e catenaria elastica convenzionale e tra pantografo e catenaria rigida. Per questo motivo si ipotizza una soluzione che esplori gli effetti di una riduzione della rigidezza del pantografo k_{Eq} , partendo da un primo valore derivato dalle indicazioni della EN50367 a cui si sommano due valori, il secondo pari alla metà del primo e il terzo uguale a un quarto del primo. Si ribadisce che l'applicazione della variazione di questo parametro dipende dalla flessibilità di una convenzionale linea di contatto, che è tutt'altro che trascurabile. Per le tipologie di linee aeree convenzionali descritte in letteratura [32] si evidenziano valori fino a 0.80 (mm/N) che corrisponde alla rigidezza flessionale di 1200 (N/m). Infine, come già definito, per la massa concentrata ridotta (M), si assume come ipotesi di lavoro quanto determinato al §3.1. La combinazione dei parametri porta alla definizione di cinque curve (tracce) per la forza di contatto F, corrispondenti alle cinque diverse condizioni critiche dinamiche identificate dalle proprie frequenze e dalle relative velocità critiche della struttura del pantografo. Il valore di F è calcolato in funzione della velocità del veicolo v (m/s) di marcia del veicolo, come previsto nell'equazione [30]. La validazione delle configurazioni di prova viene effettuata sovrapponendo alle tracce delle F, i limiti definiti dalle TSI ENE/EN50367:2020-Tabella 6, delle prestazioni di interazione relative alla forza media di contatto tra pantografo e catenaria, della progettazione e dell'omologazione (area in colore giallo) e della probabilità di perdita di contatto (area in colore ciano). Per ogni diagramma, i grafici F sono chiamati "Plot T (X = CASO DI STUDIO, Y-ID TRACCIA)":

- i grafici T(X;0), T(X;1), T(X;2) considerano la riduzione della rigidezza k a parità di massa della struttura del pantografo M;
- i grafici T(X;2), T(X;3), T(X;4) considerano l'aumento della massa M della struttura del pantografo a parità di rigidezza k.

La variabilità dei parametri di interesse consente di individuare sei casi studio, attraverso i quali è possibile confrontare la risposta dinamica di interazione al contatto tra pantografo e catenaria rigida:

- (CASO STUDIO n. 1, Fig. 16) dovuto alla riduzione della rigidezza k e della massa della struttura M del pantografo;
- (CASO STUDIO n. 2, Fig. 17) per l'aumento della massa m della striscia di contatto, mantenendo inalterate le condizioni di prova applicate nel CASO STUDIO n. 1;

ible combinations of values of the parameters considered and the values compared with the acceptance area (project-approval, yellow background) and with the area of possible loss of contact between the contact strip and the overhead contact line (blue background).

The speed range relating to the critical condition (resonance) is excluded from the analysis, representing an operational functionality of the system to be avoided: considerations in this regard have already been expressed and can be analysed for the application of vertical vibration damping devices of the pantograph also in relation to the indications and limits described in [30]. For all the analysis scenarios, an interval of variability of the pantograph translation speed between 0 (m/s) and 60 (m/s), from which the value of the frequency $\alpha(v)$ descends. The values for the quantities L_c , (β, y_0, ξ_0) , have been previously established. The values of the inertias and stiffnesses of the pantograph structure are distinguished by means of the considerations highlighted by the classification offered in EN50318 (see Fig. 15). In summary, the vertical oscillator model is thus characterized by the ratio between the parameter k and the parameter M, through the proper frequency ω (14), to which the relative critical speed $v_{crit}(\omega)$ (35) is correlated. The case studies, therefore, are identified by the matrices:

$$\omega = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{k_{Eq0}}{M_{(1x10)}}} & \sqrt{\frac{k_{Eq1}}{M_{(1x10)}}} & \sqrt{\frac{k_{Eq2}}{M_{(1x10)}}} \\ \sqrt{\frac{k_{Eq0}}{M_{(2x10)}}} & \sqrt{\frac{k_{Eq1}}{M_{(2x10)}}} & \sqrt{\frac{k_{Eq2}}{M_{(2x10)}}} \\ \sqrt{\frac{k_{Eq0}}{M_{(4x10)}}} & \sqrt{\frac{k_{Eq1}}{M_{(4x10)}}} & \sqrt{\frac{k_{Eq2}}{M_{(4x10)}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega(0,0) & \omega(0,1) & \omega(0,2) \\ \omega(1,0) & \omega(1,1) & \omega(1,2) \\ \omega(2,0) & \omega(2,1) & \omega(2,2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17.9 & 12.7 & 8.9 \\ 12.7 & 8.9 & 6.3 \\ 8.9 & 6.3 & 4.5 \end{bmatrix} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \quad (37)$$

$$v_{crit} = \frac{L_c \omega}{2 \pi} = \begin{bmatrix} v_{crit}(0,0) & v_{crit}(0,1) & v_{crit}(0,2) \\ v_{crit}(1,0) & v_{crit}(1,1) & v_{crit}(1,2) \\ v_{crit}(2,0) & v_{crit}(2,1) & v_{crit}(2,2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22.8 & 16.1 & 11.4 \\ 16.1 & 11.4 & 8.1 \\ 11.4 & 8.1 & 5.7 \end{bmatrix} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \quad (38)$$

The address of the proposed problem considers the comparison of the interaction between pantograph and conventional elastic catenary and between pantograph and rigid catenary. For this reason, a solution is hypothesized that explores the effects of a reduction in the stiffness of the pantograph k_{Eq} , starting from a first value derived from the indications of EN50367 to which two values are added, the second equal to half of the first and the third equal to a quarter of the first. It is reiterated that the application of the variation of this parameter depends on the flexibility of a conventional, flush contact line, which is anything but negligible. For the types of conventional overhead lines described in the literature [32], values up to 0.80 (mm/N) are highlighted, which corresponds to the flexural stiffness of 1200 (N/m). Finally, as already defined, for the reduced concentrated mass (M) of the connecting rod, what is determined in §3.1 is used as a working hypothesis. The combination of the parameters results in the definition of five F plots corresponding to the five different dynamic critical conditions identified by their own frequencies and by the relative critical speeds of the pantograph structure. The dynamic load F is calculated as a function of the vehicle's speed v (m/s) of motion as provided in equation [30]. The validation of the test configurations is carried out by superimposing on the F plots the limits defined TSI ENE / EN50367: 2020-Table 6, of the interaction

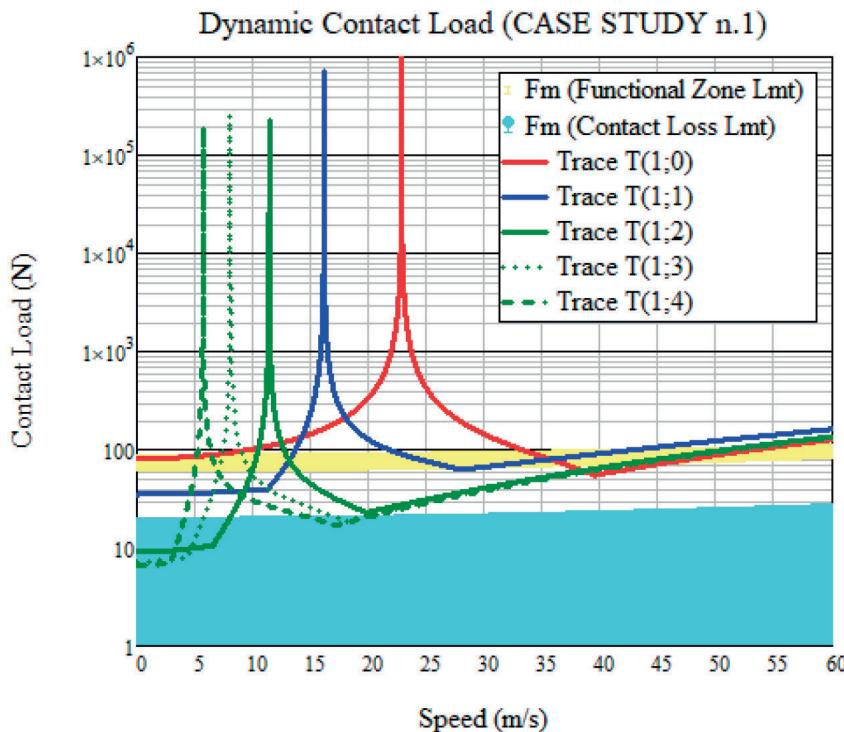


Figura 16 – (CASO STUDIO n. 1) Diagrammi di carico dinamico di contatto F: per le frequenze critiche, ω_0 , ω_1 , ω_2 (Traccia T(1;0), Traccia T(1;1), Traccia T(1;2)) si consideri l'effetto della diminuzione della rigidezza, ω_2 , ω_3 , ω_4 , (Trace T(1;2), Trace T(1;3), Trace T(1;4)) si consideri l'effetto dell'aumento della massa della struttura, con y_0 al valore inferiore, ζ_0 al valore inferiore ed m al valore inferiore.

Figure 16 – (CASE STUDY n. 1) Dynamic contact load F plots: for all critical frequencies, ω_0 , ω_1 , ω_2 (Trace T(1;0), Trace T(1;1), Trace T(1;2)) considering the effect of lowering stiffness, ω_2 , ω_3 , ω_4 , (Trace T(1;2), Trace T(1;3), Trace T(1;4)) considering the effect of increasing structure mass, with y_0 at lower value, ζ_0 at lower value and m at lower value.

- (CASO STUDIO n. 3, Fig. 18) per l'aumento dell'irregolarità ζ_0 dell'impianto di catenaria rigida, mantenendo invariate le condizioni di prova applicate nel CASO STUDIO n. 1;
- (CASO STUDIO n. 4, Fig. 19) per l'aumento dello spostamento verticale del caso y_0 , mantenendo le condizioni di prova applicate nel CASO STUDIO n. 1 invariato;
- (CASO STUDIO n. 5, Fig. 20) per effetto combinato dell'aumento dell'irregolarità ζ_0 nell'installazione della catenaria rigida e dell'aumento dello spostamento verticale dell'involturo y_0 , mantenendo le condizioni di prova applicate nel CASO STUDIO n. 1 invariato;
- (CASO STUDIO n. 6, Fig. 21) per effetto combinato dell'aumento dell'irregolarità ζ_0 dell'impianto di catenaria rigida, dell'aumento dello spostamento verticale dell'involturo y_0 e dell'aumento della massa m del contatto striscia, mantenendo inalterate le condizioni dei test applicati nel CASO STUDIO n. 1.

performance (average contact force between pantograph and catenary), of the design and of approval (area covered in colour yellow) and the probability of contact loss (cyan area). For each diagram, the plots F are called "Plot T (X = CASE STUDY; Y-ID TRACE)":

- plots $T(X;0)$, $T(X;1)$, $T(X;2)$ consider the reduction of the stiffness k for the same mass of the pantograph structure M ;
- plots $T(X;2)$, $T(X;3)$, $T(X;4)$ consider the increase in the mass M of the pantograph structure with the same stiffness k .

The variability of the parameters of interest allows to identify six case studies, through which it is possible to compare the dynamic response of interaction to the contact between pantograph and rigid catenary:

- (CASE STUDY n. 1, Fig. 16) due to the reduction of the stiffness k and the mass of the structure M of the pantograph;
- (CASE STUDY n. 2, Fig. 17) due to the increase in the mass m of the contact strip, keeping the test conditions applied in CASE STUDY n. 1 unchanged;
- (CASE STUDY n. 3, Fig. 18) due to the increase in the irregularity ζ_0 of the rigid catenary installation, keeping unchanged the test conditions applied in CASE STUDY n. 1;

- (CASE STUDY no. 4, Fig. 19) due to the increase in the vertical displacement y_0 , keeping the test conditions applied in CASE STUDY no. 1 unchanged;
- (CASE STUDY n. 5, Fig. 20) due to the combined effect of the increase in the irregularity ζ_0 in the installation of the rigid catenary and the increase in the vertical displacement y_0 , keeping the test conditions applied in CASE STUDY n.1 unchanged;
- (CASE STUDY n. 6, Fig. 21) due to the combined effect of the increase in the irregularity ζ_0 of the rigid catenary installation, the increase in the vertical displacement y_0 and the increase in the mass m of the contact strip, keeping the conditions unchanged of tests applied in CASE STUDY n. 1.

4.3. Interpretation of numerical calculations

4.3.1. General hints

The focus of this technical investigation, developed

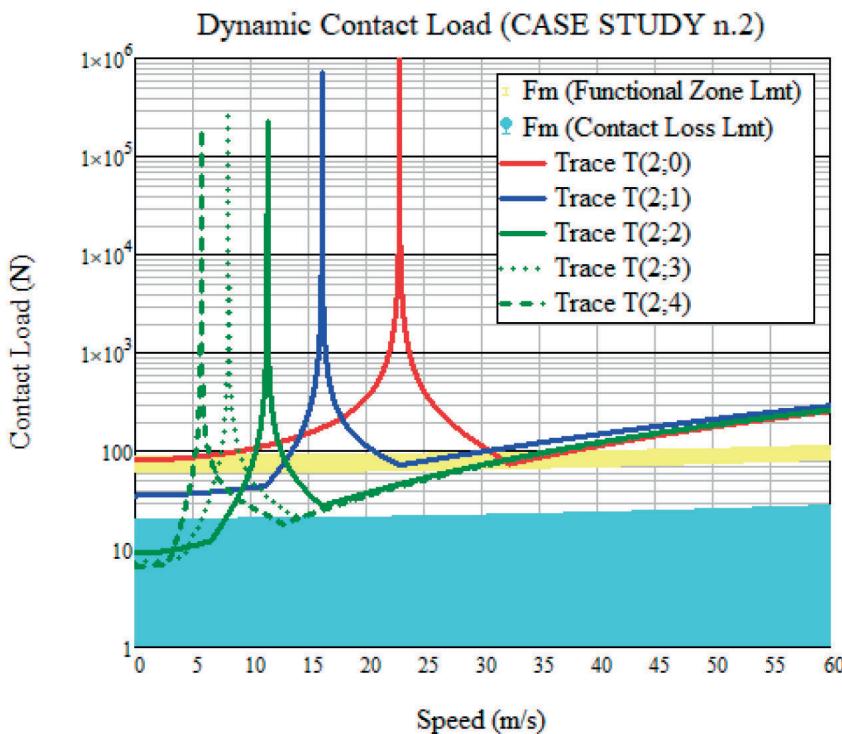


Figura 17 – (CASO STUDIO n. 2) Diagrammi di carico dinamico di contatto F : per le frequenze critiche, $\omega_0, \omega_p, \omega_1, \omega_2$ (Traccia T(2;0), Traccia T(2;1), Traccia T(2;2)) si consideri l'effetto della diminuzione della rigidezza, $\omega_2, \omega_3, \omega_4$ (Trace T(2;2), Trace T(2;3), Trace T(2;4)) si consideri l'effetto dell'aumento della massa della struttura, con y_0 al valore inferiore, ζ_0 al valore inferiore ed m al valore inferiore.

Figure 17 – (CASE STUDY n. 2) Dynamic contact load F plots: for all critical frequencies, $\omega_0, \omega_p, \omega_1, \omega_2$ (Trace T(2;0), Trace T(2;1), Trace T(2;2)) considering the effect of lowering stiffness, $\omega_2, \omega_3, \omega_4$, (Trace T(2;2), Trace T(2;3), Trace T(2;4)) considering the effect of increasing structure mass, with y_0 at lower value, ζ_0 at lower value and m at lower value.

4.3. Interpretazione dei calcoli numerici

4.3.1. Indicazioni generali

Il focus di questa indagine tecnica, sviluppata utilizzando un modello vibrazionale semplificato, ha portato alla definizione di sei casi studio, per ciascuno dei quali i cinque grafici rappresentano diverse condizioni funzionali del sistema, che si modificano al variare delle caratteristiche strutturali del pantografo e della linea di contatto e della meccanica interazione. L'osservazione dei grafici, in tutti i casi studio, evidenzia la possibilità di suddividere l'interpretazione dei risultati relativi al carico dinamico F sulla base di tre intervalli di variabilità della velocità: il primo intervallo si estende dal valore della velocità di partenza del calcolo (1.0 (m/s)) ad una velocità prossima a 5 (m/s); il secondo intervallo inizia nell'intorno della velocità di 5 (m/s) e termina per una velocità di circa 25 (m/s); il terzo intervallo inizia nell'intorno di una velocità pari a 25 (m/s) e termina con il limite della velocità di analisi (60 m/s). Il primo intervallo di velocità è correlabile alla fase

using a simplified vibrational model, has led to the definition of six case studies, for each of which the five plots represent different functional conditions of the system, which vary as the structural characteristics of the pantograph, of the contact overhead and of interaction mechanics. The observation of the plots, in all the case studies, highlights the possibility of dividing the interpretation of the results relating to the dynamic load F on the basis of three intervals of speed variability: the first interval extends from the value of the speed of start of the calculation (1.0 (m/s)) at a speed close to 5 (m/s); the second interval begins around the speed of 5 (m/s) and ends for a speed of about 25 (m/s); the third interval begins around a speed equal to 25 (m/s) and ends with the limit of the analysis speed (60 m/s). The first speed interval can be correlated to the vehicle motion initiation phase; the critical speeds of the system fall into the second speed range; the third speed range extends the results to railway operation models aimed at high speed and high-speed applications (for speeds from approximately 100 (km/h) to 215 (km/h)). The resulting plots intersect areas of the dynamic load range F , describing the functional design and approval limits (yellow shaded area) and the contact loss (cyan shaded area).

4.3.2. Effect of the variation of the stiffness k and of the mass M of the pantograph

The stiffness k and the reduced equivalent mass M of the pantograph structure are related to each other by means of the frequency ω , from which the critical speed v_{crit} of interaction with the catenary derives. The combination of the stiffness and inertia parameters determines, around the v_{crit} , a sudden increase to infinite values of the contact force F between the pantograph and the rigid catenary. In this regard, it should be noted that the analysis model does not consider control devices (dampers) of the vertical oscillation speed of dynamic response of the pantograph structure. In general, in the modern architecture of railway vehicles, pantographs have automatic control processes in feedback on the kinematic and dynamic response, such as to allow to minimize the undesirable effects (resonance) derived by critical conditions of interaction with the catenary and, consequently, setting a coherent adaptation to the changes in the type of railway operation. The analysis of the control of these dynamic effects concerns procedures for optimizing the behaviour of the pantograph and, therefore, is not addressed in the context of this report. The analysis of all the diagrams (Fig. 16,

di inizio del moto del veicolo; le velocità critiche del sistema rientrano nella seconda fascia di velocità; il terzo intervallo di velocità estende i risultati ai modelli di esercizio ferroviario ed alle applicazioni ad alta velocità (velocità da circa 100 (km/h) a 215 (km/h)). I grafici risultanti intersecano le aree dei valori del carico dinamico F , che descrivono i limiti della progettazione funzionale ed i limiti di omologazione (area in colore giallo), e della perdita di contatto (area in colore ciano).

4.3.2. Effetto della variazione di rigidezza k di massa M del pantografo

La rigidezza k e la massa equivalente ridotta M della struttura del pantografo sono correlate tra loro mediante la pulsazione ω , da cui deriva la velocità critica v_{crit} di interazione con la catenaria. La combinazione dei parametri di rigidezza e di inerzia determina, nell'intorno del valore v_{crit} , un repentino aumento a valori infiniti della forza di contatto F , tra il pantografo e la catenaria rigida. A tal proposito si precisa che il modello di analisi non considera i dispositivi di controllo (smorzatori) della velocità di vibrazione verticale relativa alla risposta dinamica della struttura del pantografo. In generale, nelle moderne architetture dei veicoli ferroviari, i pantografi attuano processi di controllo automatico in contoreazione sulla risposta cinematica e dinamica, tali da consentire di contenere effetti indesiderati (risonanza) che possono derivare dall'instaurarsi di condizioni critiche nell'interazione con la catenaria e, di conseguenza, un coerente adattamento ai mutamenti della tipologia di esercizio ferroviario. L'analisi del controllo di questi effetti dinamici riguarda procedure di ottimizzazione del comportamento del pantografo, argomento che esula dal contesto della presente trattazione. L'analisi di tutti i diagrammi (Fig. 16, Fig. 17, Fig. 18, Fig. 19, Fig. 20, Fig. 21) evidenzia gli effetti indotti sull'interazione dinamica tra il pantografo e la linea rigida di contatto, prodotti dalla modifica delle caratteristiche strutturali (massa e rigidezza) del sistema:

- quando la rigidezza k del sistema si dimezza a parità di massa M , la relativa velocità critica diminuisce (Vedi Grafici TX0, TX1, TX2 - X = CASO DI STUDIO n.1 ÷ n.6 e prima riga della matrice (38)) con un intervallo di circa (6 m/s);
- quando la massa M del sistema raddoppia con a parità di rigidezza k , la velocità critica relativa diminuisce (Vedi Grafici TX2, TX3, TX4 - X = CASO DI STUDIO n.1 ÷ n.6 e seconda riga della matrice (38)) con un intervallo di circa (3 m/s);

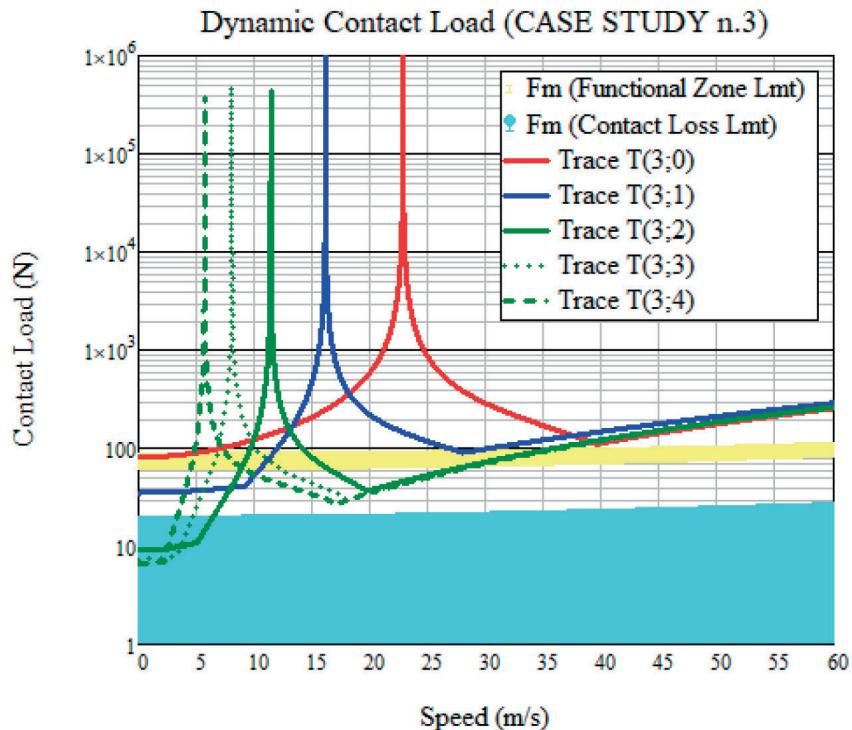


Figura 18 – (CASO STUDIO n. 3) Diagrammi di carico dinamico di contatto F : per le frequenze critiche, $\omega_0, \omega_1, \omega_2$ (Traccia T(3;0), Traccia T(3;1), Traccia T(3;2)) si consideri l'effetto della diminuzione della rigidezza, $\omega_2, \omega_3, \omega_4$ (Trace T(3;2), Trace T(3;3), Trace T(3;4)) si consideri l'effetto dell'aumento della massa della struttura, con y_0 al valore inferiore, ζ_0 al valore superiore ed m al valore inferiore.

Figure 18 – (CASE STUDY n. 3) Dynamic contact load F plots: for all critical frequencies, $\omega_0, \omega_1, \omega_2$ (Trace T(3;0), Trace T(3;1), Trace T(3;2)) considering the effect of lowering stiffness, $\omega_2, \omega_3, \omega_4$ (Trace T(3;2), Trace T(3;3), Trace T(3;4)) considering the effect of increasing structure mass, with y_0 at lower value, ζ_0 at higher value and m at lower value.

Fig. 17, Fig. 18, Fig. 19, Fig. 20, Fig. 21) highlights the effects induced on the dynamic interaction between the pantograph and the rigid contact line, produced by the modification of the structural characteristics (mass and stiffness) of the system:

- when the stiffness k of the system is halved with the same mass M , the relative critical speed decreases (See Plots TX0, TX1, TX2 - X = CASE STUDY n.1 ÷ n.6 and first row of the matrix (38)) with an interval of about (6 m/s);
- when the mass M of the system doubles with the same stiffness k , the relative critical speed decreases (See Plots TX2, TX3, TX4 - X = CASE STUDY n.1 ÷ n.6 and third column of the matrix (38)) by about 3 m/s;
- for speeds close to the start of motion ($v < 10$ (m/s)), the F values are more spaced if the stiffness k is halved compared to what is seen in the case of doubling the mass M ; however, the decrease in stiffness, if not combined with an equal increase in mass M , removes the condition of loss of contact which is instead found for all

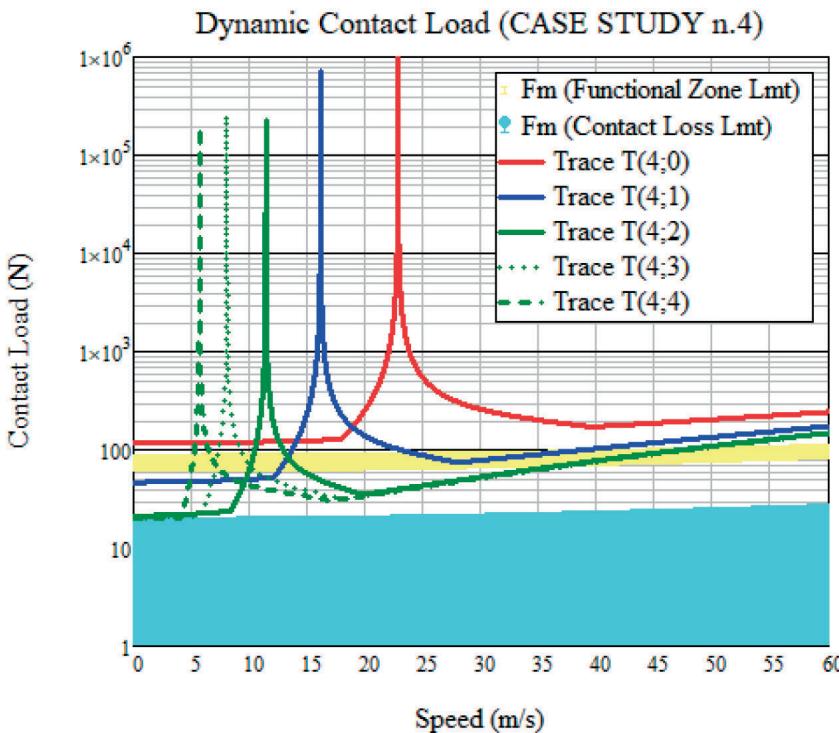


Figura 19 – (CASO STUDIO n. 4) Diagrammi di carico dinamico di contatto F : per le frequenze critiche, $\omega_0, \omega_p, \omega_1, \omega_2$ (Traccia T(4;0), Traccia T(4;1), Traccia T(4;2)) si consideri l'effetto della diminuzione della rigidezza, $\omega_2, \omega_3, \omega_4$, (Trace T(4;2), Trace T(4;3), Trace T(4;4)) si consideri l'effetto dell'aumento della massa della struttura, con y_0 al valore superiore, ξ_0 al valore inferiore ed m al valore inferiore.

Figure 19 – (CASE STUDY n. 4) Dynamic contact load F plots: for all critical frequencies, $\omega_0, \omega_p, \omega_1, \omega_2$ (Trace T(4;0), Trace T(4;1), Trace T(4;2)) considering the effect of lowering stiffness, $\omega_2, \omega_3, \omega_4$, (Trace T(4;2), Trace T(4;3), Trace T(4;4)) considering the effect of increasing structure mass, with y_0 at higher value, ξ_0 at lower value and m at lower value.

DIO n.1 ÷ n.6 e terza colonna della matrice (38) di circa 3 m/s;

- per velocità prossime all'inizio del moto ($v < 10$ (m/s)), i valori di F sono più distanziati se la rigidezza k si dimezza rispetto a quanto si vede nel caso di raddoppio della massa M ; tuttavia la diminuzione della rigidezza, se non combinata con un uguale aumento della massa M , tende a minimizzare la condizione di perdita di contatto che si riscontra invece per tutti i grafici F calcolati in base a valori di rigidezza k inferiori e per tutti i valori della massa M ;
- all'aumentare della velocità di marcia, oltre l'intervallo delle condizioni critiche, è improbabile che si verifichino eventi di perdita di contatto; la differenza tra i diversi grafici tende ad attenuarsi, in quanto i termini in α^2 diventano predominanti nel calcolo di F (ricordiamo che la pulsazione α è direttamente proporzionale alla velocità del veicolo v e inversamente proporzionale alla distanza L_c tra due giunti isolanti adiacenti);

plots F calculated on the basis of the lower stiffness value k and for all values of mass M ;

- as the running speed increases, beyond the range of critical conditions, it is unlikely that contact loss events will occur; the difference between the different plots tends to be attenuated, since the terms in α^2 become predominant in the calculation of F (remember that the frequency α is directly proportional to the vehicle speed v and inversely proportional to the anchorage length L_c of the rigid catenary beam between two close insulators); moreover, the resulting plots have an almost monotonous development, overcoming the functional limits of approval and design (zone in yellow colour) based on the diversity of the vibrational response characteristics for a speed value close to between 45 (m/s) and 55 (m/s).

Hereinafter the load traces in plots F shown as CASE STUDY n. 1 are considered as reference conditions of the analysis for variability induced by the other parameters of interest: mass of the contact strip m , laying irregularities ξ_0 , vertical oscillations of the vehicle y_0 and combined effects of the latter.

4.3.3. Effect of the variation of the mass m of the pantograph contact head

The variation of the mass m of the contact strip (CASE STUDY n.2) appears to have no effect on the values of the load F for speed $v < 10$ (m/s) for the plots with greater inertial content compared to the reference conditions (CASE STUDY No. 1). Therefore, in the case of minimum stiffness k and an increase in inertia M , a general condition of loss of contact between the catenary and the pantograph is highlighted. A similar condition is shown in the range of speeds where critical conditions occur, for which the combined effect of the mass of the contact strip m with the inertia M of the pantograph drives to reduce the speed to the one for which a second loss of contact can occur. Furthermore, once again, for high velocity values the load F is influenced by the frequency α^2 . In this instance, an increase of m causes an increase in the amplification of F with consequent exceeding of the functional limits of the design, and therefore also of homologation (zone in yellow colour superseded by all the traces) for a speed interval between 30 m/s and 40 m/s lower than that estimated in CASE STUDY n. 1.

inoltre i tracciati risultanti hanno uno sviluppo pressoché monotono e superano i limiti funzionali di omologazione e progettazione (banda in colore giallo) per effetto della diversità delle caratteristiche di risposta vibrazionale, a valori di velocità prossimi tra 45 (m/s) e 55 (m/s).

A seguire, le tracce della forza F , denominate CASO DI STUDIO n. 1, sono considerate condizioni di riferimento dell'analisi della variabilità indotta dagli altri parametri di interesse: massa dello strisciante di contatto m , irregolarità di posa ζ_0 , oscillazioni verticali del veicolo y_0 ed effetti combinati di queste ultime due parametri.

4.3.3. Effetto della variazione della massa m dello strisciante

La variazione della massa m dello strisciante di captazione (CASO STUDIO n.2) sembra non avere effetto sui valori della forza F per velocità $v < 10$ (m/s) per i diagrammi a maggior contenuto inerziale rispetto alle condizioni di riferimento (CASO DI STUDIO n. 1). Diversamente, nel caso di rigidezza minima k e aumento dell'inerzia M , si evidenzia una condizione generale di perdita di contatto tra catenaria e pantografo. Una condizione simile si manifesta nell'intervallo di velocità in cui si verificano condizioni critiche, per le quali l'effetto combinato della massa dello strisciante m e l'inerzia M del pantografo determina una riduzione della velocità a valori per i quali una seconda perdita di contatto può avvenire. Inoltre, ancora una volta per valori di velocità elevati, il carico F è influenzato dalla pulsazione α^2 . In questo caso, un aumento di m provoca comunque un aumento dell'amplificazione di F con conseguente superamento dei limiti funzionali di progetto, e quindi anche di omologazione (fascia di colore giallo superata da parte di tutti i diagrammi) per un intervallo di velocità compreso tra 30 m/ se 40 m/s inferiore a quello stimato nel CASO STUDIO n. 1.

4.3.4. Effetto della variazione dello spostamento ζ_0

L'effetto dell'aumento della ampiezza delle irregolarità di posa della catenaria rigida ζ_0 (CASO STUDIO n.3), ancora una volta per velocità $v < 10$ (m/s) e per tutti i diagrammi a minor contenuto inerziale, amplifica F in quanto è direttamente associato ad α^2 . Anche in questo caso la rigidezza minima k e l'aumento dell'inerzia M producono una condizione generale di perdita di contatto tra catenaria e pantografo. Nell'intervallo dei valori rela-

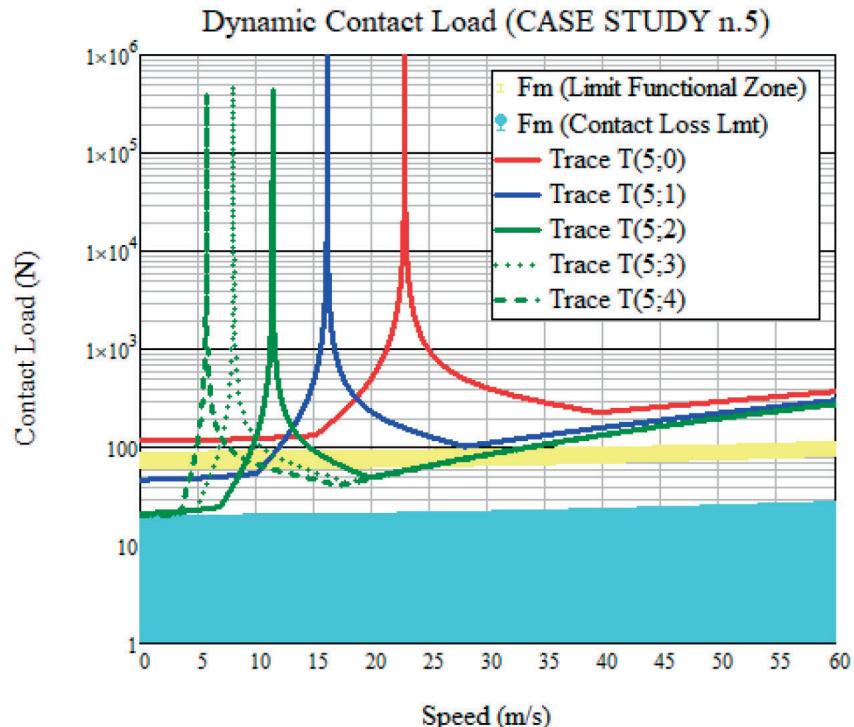


Figura 20 – (CASE STUDY n. 5) Diagrammi di carico dinamico di contatto F : per le frequenze critiche, $\omega_0, \omega_1, \omega_2$ (Traccia T(5;0), Traccia T(5;1), Traccia T(5;2)) si consideri l'effetto della diminuzione della rigidezza, $\omega_2, \omega_3, \omega_4$ (Trace T(5;2), Trace T(5;3), Trace T(5;4)) si consideri l'effetto dell'aumento della massa della struttura, con y_0 al valore superiore, ζ_0 al valore superiore ed m al valore inferiore.

Figure 20 – (CASE STUDY n. 5) Dynamic contact load F plots: for all critical frequencies, $\omega_0, \omega_1, \omega_2$ (Trace T(5;0), Trace T(5;1), Trace T(5;2)) considering the effect of lowering stiffness, $\omega_2, \omega_3, \omega_4$ (Trace T(5;2), Trace T(5;3), Trace T(5;4)) considering the effect of increasing structure mass, with y_0 at higher value, ζ_0 at higher value and m at lower value.

4.3.4. Effect of the variation of the displacement ζ_0

The effect of the increase in the laying irregularities of the rigid catenary ζ_0 (CASE STUDY n. 3), once again for speed $v < 10$ (m/s) and for all traces based on lower inertial content, amplifies F since it is directly related to α^2 . Also in this case, the minimum stiffness k and the increase in inertia M produce a general condition of loss of contact between the catenary and the pantograph. In the speed range of the critical speeds, there is no longer a possible return to loss of contact, again with reference to the plots with inertial content. As shown in CASE STUDY n. 2, for high velocity values the load F is influenced by the frequency α^2 . An increase of ζ_0 causes an increase in the amplification of F with consequent overcoming of the functional limits of the design, and therefore also of homologation (zone in yellow colour), by five of the six plots for a speed interval between 30 (m/s) and 35 (m/s). A new condition of total inconsistency with the functional limits is signalled: plot trace T (3;0), excluding a restricted speed range at the start of the vehicle motion, is never in agreement with the functional and homologation

tivi alle velocità critiche non è più possibile il ripristino del contatto, sempre con riferimento alle tracce a elevato contenuto inerziale. Come ancora mostrato nel CASO STUDIO n. 2, per valori di velocità elevati, il carico F è influenzato dalla pulsazione α^2 . Un aumento di ζ_0 provoca un aumento dell'amplificazione di F con conseguente superamento dei limiti funzionali di progetto, ed a seguire anche di omologazione (fascia di colore giallo), di cinque dei sei diagrammi, per un intervallo di velocità compreso tra 30 (m/s) e 35 (m/s). Viene segnalata una nuova condizione di totale incongruenza con i limiti funzionali: la traccia T(3;0), escluso un range di velocità ristretto all'inizio del moto del veicolo, non è mai in accordo con i limiti funzionali e di omologazione (fascia gialla). Pertanto, F aumenta all'aumentare dell'irregolarità di posa verticale della linea aerea (ponendo come riferimento orizzontale il piano parallelo al piano ideale di rotolamento), delle eventuali deformazioni della trave di supporto contenente il filo di alimentazione, o delle irregolarità prodotte per contatto con lo strisciante. L'incremento evidenziato su F (Cfr. CASE STUDY n. 1) si evidenzia, ad esempio, in corrispondenza della velocità di 40 (m/s), per la quale si ha un raddoppio della F (da 50 (N) a circa 110 (N)). In analogia al grafico T(3;0), il grafico T(3;1) per una velocità di circa 27 (m/s) evidenzia un incremento di 40 (N) (da 60 (N) a poco meno di 100 (N)). In sintesi, una riduzione della rigidezza k del pantografo sarebbe inefficace come mitigazione degli effetti indotti dalle irregolarità di posa della catenaria rigida per le alte velocità. Un aumento dell'inerzia del pantografo, al contrario, ma per un limite di velocità inferiore a 35 (m/s) e quindi per esercizi di tipo metropolitano (inferiori a 100 km/h), potrebbe costituire un indirizzo di contenimento del problema.

4.3.5. Effetto della variazione dello spostamento y_0

La variazione dell'ampiezza di vibrazione verticale y_0 della scocca di un veicolo è correlata alla pulsazione β (CASO STUDIO n. 4) e all'indice di qualità della marcia, parametro che è funzione delle caratteristiche della sospensione del materiale rotabile. Gli effetti di criticità sono determinati nell'espressione del carico dinamico F quando il $\beta \approx \omega$ (vedi relazione (30b) e (30c)).

Nell'intervallo di velocità di inizio moto del veicolo ($v < 10$ (m/s)) non si verificano condizioni di perdita di con-

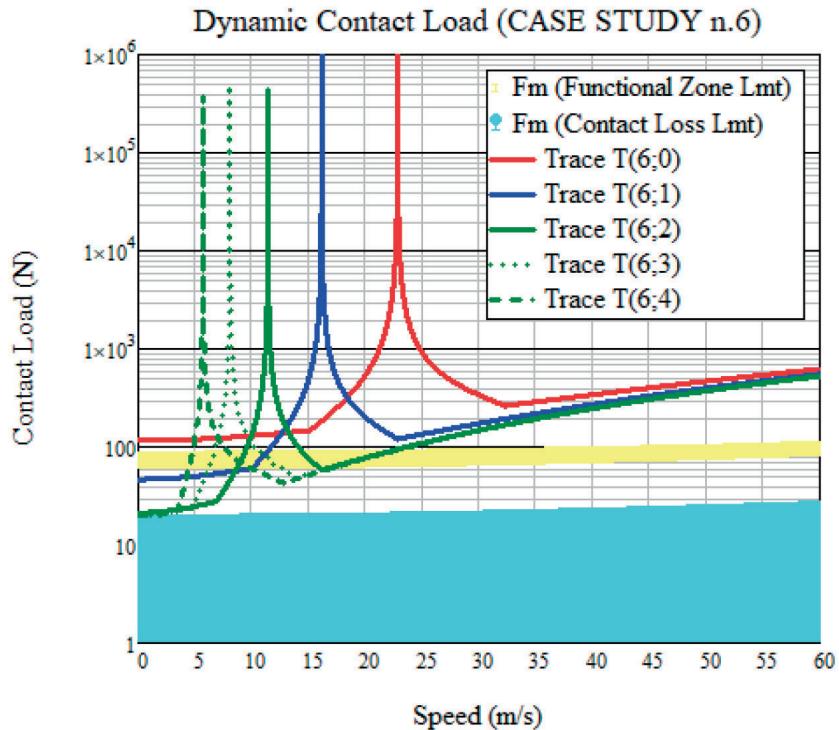


Figura 21 – (CASO STUDIO n. 6) Diagrammi di carico dinamico di contatto F per le frequenze critiche, ω_0 , ω_1 , ω_2 (Traccia T(6;0), Traccia T(6;1), Traccia T(6;2)) si consideri l'effetto della diminuzione della rigidezza, ω_2 , ω_3 , ω_4 , (Trace T(6;2), Trace T(6;3), Trace T(6;4)) si consideri l'effetto dell'aumento della massa della struttura, con y_0 al valore superiore, ζ_0 al valore superiore ed m al valore superiore.

Figure 21 – (CASE STUDY n. 6) Dynamic contact load F plots: for all critical frequencies, ω_0 , ω_1 , ω_2 (Trace T(6;0), Trace T(6;1), Trace T(6;2)) considering the effect of lowering stiffness, ω_2 , ω_3 , ω_4 , (Trace T(6;2), Trace T(6;3), Trace T(6;4)) considering the effect of increasing structure mass, with y_0 at higher value, ζ_0 at higher value and m at higher value.

limits (yellow zone). Therefore, F increases as the vertical oscillation of the overhead line increases (setting the plane parallel to the ideal rolling plane as a horizontal reference) induced by installation irregularities, by possible deformations of the contact bar containing the contact wire, or by irregularities produced by sliding contact. The increase highlighted on F (Cf. CASE STUDY n. 1) is underlined, for example, in correspondence with the speed of 40 (m/s) for which there is a doubling of the F (from 50 (N) to about 110 (N)). Like plot T (3;0), plot T (3;1) for a speed of about 27 (m/s) undergoes an increase of 40 (N) (from 60 (N) to slightly less than 100 (N)). In summary, a reduction of stiffness k of the pantograph would be ineffective as a mitigation to the effects induced by the laying irregularities of the rigid catenary for high speeds. An increase in the inertia of the pantograph, on the contrary, but for a speed limit lower than 35 (m/s) and therefore for metropolitan type operations (lower than 100 km/h), could constitute an indication of mitigation of the problem.

tatto (vedi CASE STUDY n. 1, n. 2, n. 3). L'aumento dell'inerzia del pantografo e il valore minimo stabilito della rigidezza k , indicano una mitigazione degli effetti dinamici dell'aumento delle oscillazioni verticali del veicolo. Questa considerazione è supportata anche dal superamento dei limiti di funzionalità di progetto per i grafici T(4;2), T(4;3) e T(4;4) relativi ad una velocità di circa 50 (m/s). Il grafico T(4;0) descrive una condizione di funzionalità inaccettabile per i limiti di progettazione e omologazione, proponendo per la velocità di 40 (m/s) $F \approx 200$ (N). Analoghe considerazioni sono evidenziate per il grafico T(4;1). In sintesi, l'analisi di questo caso di studio rafforzerebbe l'ipotesi che un'esclusiva riduzione della rigidezza k , in assenza di un consistente aumento dell'inerzia del pantografo, non costituirebbe una valida mitigazione degli effetti dinamici imposti da un aumento delle oscillazioni verticali del veicolo. Pertanto, tale considerazione ne escluderebbe i risultati per gli esercizi ad alta velocità, mentre potrebbe costituire un punto di partenza per ulteriori approfondimenti per quelli delle metropolitane, che solitamente registrano oscillazioni verticali della cassa del veicolo apprezzabilmente estese.

4.3.6. Effetto della variazione contemporanea degli spostamenti ζ_0 ed y_0

Il CASO STUDIO n. 5 propone la condizione di interazione tra pantografo e catenaria rigida in concomitanza con un aumento delle irregolarità di posa ζ_0 della linea di contatto e un aumento dell'ampiezza y_0 delle oscillazioni verticali del veicolo. In analogia al CASO STUDIO n. 4, nell'intervallo di velocità di avviamento del moto del veicolo ($v < 10$ (m/s)) non si verificano condizioni di perdita di contatto (vedi CASE STUDY n. 1, n. 2, n. 3). La riduzione della rigidezza del pantografo diventa del tutto inefficace nel mitigare gli aspetti vibrazionali imposti se non imponendo anche un adeguato incremento dell'inerzia del pantografo. Infatti lo schema relativo a questo caso di studio consente possibili approfondimenti solo per i grafici T(5;2), T(5;3) e T(5;4) che superano il limite di funzionalità di progetto ad una velocità di circa 30 (m/s). Questo limite fa ipotizzare ancora una volta l'interesse per un'interrazione tra pantografo e catenaria rigida più mirata alle operazioni metropolitane che raggiungono, mediamente, velocità massime di 90 km/h.

4.3.7. Effetto della variazione contemporanea della massa m dello strisciante e degli spostamenti ζ_0 ed y_0

Il CASO STUDIO n. 6 riunisce tutti gli effetti di interesse considerati nell'interazione tra pantografo e catenaria rigida: aumento della massa m della striscia di contatto, aumento dello spostamento verticale ζ_0 dovuto alle irregolarità di posa della linea di contatto e dello spostamento y_0 causato dalle oscillazioni verticali del veicolo in movimento. In analogia al CASO STUDIO n. 4 e n. 5, nell'intervallo di velocità di inizio moto del veicolo ($v < 10$ (m/s)) non si verificano condizioni di perdita di contatto (vedi CASE STUDY n. 1, n. 2, n. 3). Si ha invece una generale traslazione verso l'alto di tutte le tracce, evidenza questa che

4.3.5. Effect of the variation of the displacement y_0

The variation of the vertical vibration amplitude y_0 of the body of a vehicle is related to the frequency β (CASE STUDY No. 4) and to the quality index of the ride, a parameter that is a function of the characteristics of the suspension of the rolling stock. The criticality effects are determined in the expression of the dynamic load F when the $\beta=\omega$ (see relation (30b) and (30c)).

In the range of vehicle motion starting speeds ($v < 10$ (m/s)) there are no conditions of loss of contact (see CASE STUDY n. 1, n. 2, n. 3). The increase in inertia of the pantograph and the for the established minimum value of the stiffness k , indicate a mitigation to the dynamic effects of the increase in the vertical oscillations of the vehicle. This consideration is also supported by the overcoming of the design functionality limits for the plot traces T(4;2), T(4;3) and T(4;4) for a speed of about 50 (m/s). Plot T(4;0) describes an unacceptable condition of functionality for the design and approval limits, proposing for the speed of 40 (m/s) $F \approx 200$ (N). Similar considerations are highlighted for plot T(4;1). In summary, the analysis of this case of study would appear to strengthen the hypothesis that an exclusive reduction in stiffness k , in the absence of a consistent increase in the inertia of the pantograph, would not seem to constitute a valid mitigation of the dynamic effects imposed by an increase in the vertical oscillations of the vehicle. Therefore, such a consideration excludes the results for the high-speed operations, while constituting a starting point for further study for the subway ones, which usually record significantly extended vertical oscillations of the carbody.

4.3.6. Effect of the variation of the displacement ζ_0 and y_0 at the same time

CASE STUDY n. 5 proposes the condition of interaction between pantograph and rigid catenary in conjunction with an increase in the laying irregularities ζ_0 of the contact line and an increase in the amplitude y_0 of the vertical oscillations of the vehicle. In analogy to CASE STUDY n. 4, in the range of vehicle motion starting speeds ($v < 10$ (m/s)) there are no contact loss conditions (see CASE STUDY n. 1, n. 2, n. 3). The reduction of the stiffness of the pantograph becomes completely ineffective in mitigating the vibration aspects imposed if not also imposing an adequate increase in the inertia of the pantograph. In fact, the diagram relating to this case of study allows possible insights only for plots T(5;2), T(5;3) and T(5;4) that exceed the design functionality limit at a speed of about 30 (m/s). This limit once again leads to hypothesize the interest in an interaction between pantograph and rigid catenary more aimed at metropolitan operations which reach, on average, maximum speeds of 90 km/h.

4.3.7. Effect of the variation of the mass m of the pantograph contact head, of the displacement ζ_0 and of the displacement y_0 at the same time

CASE STUDY n. 6 brings together all the effects of interest considered in the interaction between pantograph and

escluderebbe a priori l'utilizzo per esercizi ad alta velocità. Al contrario per velocità inferiori a circa 22 (m/s), un'adeguata riduzione della rigidezza k ed un aumento della l'inerzia del pantografo potrebbe offrire interessanti applicazioni nel campo delle operazioni metropolitane, qualora si ritengano applicabili opportuni dispositivi di smorzamento degli effetti critici dinamici indotti dalle condizioni di risonanza nell'interazione tra pantografo e catenaria rigida.

5. Note conclusive

L'obiettivo principale della memoria è quello di verificare l'utilizzo di un metodo semplificato di analisi dell'interazione tra pantografo e catenaria rigida, mediante calcolo della forza di contatto. Il confronto con il sistema convenzionale di catenaria elastica mette in risalto l'incremento di rigidezza che viene introdotto nel secondo dei due sistemi utilizzando una trave in sostituzione del filo di contatto. L'analisi in questo contesto non considera gli effetti dello smorzamento, che verranno analizzati in un futuro studio dedicato e concentrato sulla definizione di un valore ottimale, per diversi scenari di marcia del veicolo. La trattazione proposta punta a verificare, al di fuori dell'intervallo di velocità caratterizzato dalle condizioni critiche, la conformità dei risultati, rispetto all'intervallo di accettazione (progetto-omologazione) delle forze, indicato dalla normativa comunitaria e basato sull'utilizzo di un modello teorico semplificato. Lo studio fissa le ipotesi di verifica dei limiti di velocità per l'applicabilità del sistema a catenaria rigida ai vari servizi di trasporto (tram - fino a 50 km/h; metropolitana - fino a 90 km/h; alta velocità - oltre 90 km/h). Vengono quindi sviluppati dei casi studio, con l'intento di esplorare le possibilità offerte da una riduzione della rigidezza del pantografo, ricercando una similitudine strutturale dei due sistemi di captazione ed utilizzando i limiti imposti dalla normativa europea vigente, benché indirizzati a sistemi con catenaria elastica convenzionale. Il confronto sembra rimanere valido in quanto, sebbene la procedura proposta possa essere considerata esemplificativa, è sviluppata, determinata e verificata in accordo ai metodi di indagine sull'interazione dinamica tra pantografo e catenaria rigida definiti nelle relative STI e direttive EN. Alla riduzione della rigidezza del pantografo si accompagna anche la variabilità delle masse sospese del pantografo stesso, fondamentali per mantenere inalterata la geometria della struttura che, con l'aumento della velocità di esercizio e dei relativi effetti inerziali, modificano le dinamiche di interazione. Lo studio considera principalmente i fenomeni di genesi della amplificazione dinamica della forza di contatto, applicata dal pantografo alla linea aerea e influenzata dalla massa della strisciante, dalla rigidezza del sistema, dall'ampiezza delle irregolarità della linea di contatto, dall'ampiezza delle oscillazioni verticali dovute alle modalità di vibrazione proprie del veicolo. Lo studio definisce le condizioni critiche (risonanze) del sistema sulla base del calcolo delle frequenze vibrazio-

rigid catenary: increase in the mass m of the contact strip, increase in the vertical displacement ζ_0 due to the laying irregularities of the contact line and the displacement y_0 caused by the vertical oscillations of the moving vehicle. In analogy to CASE STUDY n. 4 and n. 5, in the range of vehicle motion starting speeds ($v < 10$ (m/s)) there are no contact loss conditions (see CASE STUDY n. 1, n. 2, n. 3). On the other hand, there is a general upward translation of all the plot traces, which could exclude a priori the use for high speed operations. On the other hand, for speeds lower than about 22 (m/s), a suitable reduction of the stiffness k and an increase in the inertia of the pantograph could offer interesting applications in the field of metropolitan operations, if suitable damping devices of the dynamic critical effects induced by the resonance conditions in the interaction between pantograph and rigid catenary are considered applicable.

5. Concluding remarks

The main objective of the memory is to verify the use of a simplified method of analysing the interaction between pantograph and rigid catenary, by computation of contact force. The comparison with the conventional elastic catenary system emphasizes the increase in stiffness that is introduced in the second of the two systems by using a beam to replace the contact wire. The analysis does not consider the effects of damping, that will be analysed in a dedicated future paper trying to focus on the definition of an optimal damping for several different vehicle running scenarios. The discussion in this work points out to verify, outside the speed range characterized by the critical conditions, the conformity of the results with respect to the acceptance range (design-approval) of the forces indicated by EU legislation and based on the use of a simplified theoretical model. The analysis fixes the hypotheses for a verification of the speed limits for the applicability of the rigid catenary system to the various transport services (tram - up to 50 km/h; underground - up to 90 km/h; high speed - over 90 km/h). Case studies are therefore developed with the intention of exploring the possibilities offered by a reduction in the stiffness of the pantograph, seeking a dynamic equalization of the two systems by using the limits imposed by current European legislation but aimed at systems with conventional elastic catenary. The comparison appears to remain valid since, although the proposed procedure can be considered as an example, it is determined and verified based on investigation methods on the dynamic interaction between pantograph and rigid catenary defined in the relevant STI and EN directives. The reduction of the stiffness of the pantograph is also accompanied by the variability of the suspended masses of the pantograph itself, which are fundamentally necessary to maintain the geometry of the structure unaltered which, with the increase in operating speed and the relative increase in inertial effects, modifying the dynamics behaviour of the mechanism. The study mainly considers phenomena of the genesis of the dynamic load amplification applied by the pantograph to the overhead contact line and

nali della struttura del pantografo, in funzione della geometria di posa della linea di contatto e dei moti verticali del veicolo. I parametri di interesse sono stati raggruppati in scenari (casi di studio) utili a fornire informazioni sul problema.

Dai risultati teorici si possono dedurre alcune osservazioni conclusive.

- a) Le condizioni critiche (risonanza) sono imposte dalle relazioni esistenti tra le pulsazioni α (12b), β (12a) e ω (14) negli intervalli di velocità individuati nell'ambito dello studio proposto. I risultati porterebbero a preferire soluzioni strutturali (rigidità e inerzia) per le quali la condizione di risonanza si verifica a valori di pulsazione (e quindi di frequenza) molto bassi (durante la fase di avviamento del veicolo, ad esempio) riscontrabili nell'intero intervallo di velocità di esercizio, in cui il materiale rotabile permane per poco tempo ma subendo ancora accelerazioni significative. Tale condizione è coerente con esercizi di tipo metropolitano (effetto delle irregolarità geometriche e delle vibrazioni verticali del veicolo non trascurabili, dovute alle fasi iterate di elevate accelerazioni e decelerazioni). In questo caso i risultati possono essere assunti solo come approcci qualitativi e teorici ma nella pratica non accettabili. Di fatto queste soluzioni implicherebbero l'adozione di rigidezze k molto elevate e limitate inerzie del pantografo (massa della strisciante di contatto inclusa). Tuttavia, sarebbe comunque necessaria l'applicazione di smorzatori elettronici a retroazione, atti alla gestione e limitazione dei valori massimi di amplificazione di F , che possano individuare in tempo reale le condizioni di critiche di vibrazione in funzione delle diverse condizioni di marcia e quindi controllarne le risposte di interazione dinamica.
- b) La pulsazione α , come già evidenziato, è una funzione diretta della velocità del veicolo e una funzione inversa della lunghezza della campata della linea di contatto tra due isolatori. Nell'espressione di F , tale parametro risulta come moltiplicatore degli effetti dell'irregolarità di posa della linea di contatto ξ_0 . Pertanto, entro certi limiti è possibile ipotizzare la modifica dei valori delle velocità critiche operando sulla lunghezza L_c delle campate della linea di contatto. Si noti inoltre che l'andamento del fenomeno, in corrispondenza della risonanza tra α e ω , rende superfluo in questa sede un ulteriore sviluppo dello studio degli effetti dello smorzamento. Infatti, per non innescare problemi di stabilità vibrazionale (elevate variazioni della accelerazione), teoricamente è raccomandato uno smorzamento inferiore al valore critico. Quest'ultimo viene definito comunque in funzione delle inerzie e delle rigidezze del sistema, ricadendo nei problemi evidenziati al punto a).
- c) La pulsazione β si ricava da considerazioni del tutto generali sull'entità delle vibrazioni verticali (modi propri di vibrazione quali il sussulto della cassa, il galop-

influenced by the mass of the contact strip, by the system stiffness, by the amplitude of irregularities of the contact line, by the amplitude of vertical oscillations due to the vehicle's own vibration modes. The analysis is based on the analysis of critical condition (resonances), deriving from the frequencies of the pantograph structure, the laying geometry of the contact line and vehicle vibrations. The parameters of interest have been grouped into scenarios (case studies) useful to provide information on the proposed problem.

Some conclusive remarks can be deduced from the theoretical results.

- a) *The critical conditions (resonance) are imposed by the relationships existing between the frequencies α (12b), β (12a) and ω (14) in the velocity intervals identified in the context of the proposed study. The results would lead to prefer structural solutions (stiffness and inertia) for which the resonance condition occurs at very low frequency values (during the vehicle start-up running phase, for example), which can be found in the entire operating speed range where the rolling stock remains for a short time but still undergoes significant accelerations. This condition is consistent with metropolitan-type operation (effect of geometric irregularities and non-negligible vertical vibrations of the vehicle, due to the iterated phases of high accelerations and decelerations). In this situation, the results can be assumed only as qualitative and theoretical approaches but not acceptable in practice. In fact, these solutions would imply the adoption of very high k stiffnesses and limited inertias of the pantograph (mass of the contact head included). However, the application of electronic feedback dampers would still be necessary, capable of managing and limiting the maximum amplification values of F , which can identify in real time the critical vibration conditions according to the different driving conditions and therefore control their dynamic interaction responses.*
- b) *The frequency α , as already highlighted, is a direct function of the vehicle speed and an inverse function of the span length of the contact line between two insulators. In the expression of F , this parameter results as a multiplier of the effects of the laying irregularity of the contact line ξ_0 . Therefore, within certain limits it is possible to assume the changing of the values of the critical speeds by operating on the span length L_c of the contact line. It should also be noted that the trend of the phenomenon, according to the resonance condition defined by α and ω , makes further development of the study of the effects of damping superfluous here. In fact, in order not to trigger vibrational stability problems (high variations in acceleration), a damping lower than the critical value is theoretically recommended. However, the latter is defined according to the inertias and stiffnesses of the system, falling within the problems highlighted in point a).*
- c) *β frequency is obtained from quite general considerations on the entity of the vertical vibrations (proper*

po, il sussulto dei carrelli in fase e/o in controfase). Le due frequenze di riferimento (f_{\min} e f_{\max}) sono supportate da dati bibliografici condivisi dalle maggiori amministrazioni ferroviarie. L'analisi di questo parametro porta all'ipotesi di evitare condizioni di risonanza tra ω e β . Ricordiamo infatti che la pulsazione ω è funzione dell'architettura del telaio del pantografo (inerzia e rigidezza), alla quale sono indissolubilmente correlate le caratteristiche del moto del veicolo (infatti tutti i modi di vibrazione della cassa hanno un andamento praticamente costante al variare della velocità movimento ad eccezione del moto di serpeggi con sviluppo pressoché parabolico). La pulsazione β contempla non solo le proprietà vibrazionali del pantografo ma al limite e attraverso il veicolo, tutte le caratteristiche relative alla geometria del binario che può incidere anche significativamente sulla risposta dinamica del veicolo e per continuità strutturale su quella del pantografo. Il problema potrebbe essere analizzato applicando allo studio proposto gli effetti dell'interazione ruota-rotaia (spettri di densità di potenza dei difetti del binario) come sorgente di eccitazione vibrazionale sul veicolo.

- d) L'evoluzione dei casi di studio proposti può offrire la possibilità di ipotizzare scenari di utilizzo dello stesso tipo di pantografo per diverse applicazioni di esercizio o di verificare per quali intervalli di velocità applicare diversi tipi di pantografi, ipotizzando comunque costanti le caratteristiche strutturali della via.

Questo studio costituisce un primo approccio al vasto problema della captazione di corrente da una terza rotaia aerea. Il Collegio Ingegneri Ferroviari Italiani nel gennaio 2022 ha sviluppato un interessante seminario sul problema, le cui conclusioni e i commenti dei relatori sembrerebbero in accordo con quanto proposto in questo lavoro. Tuttavia, alcuni aspetti relativi al problema proposto potrebbero essere ulteriormente analizzati: l'interazione pantografo-catenaria durante la transizione tra sezioni a struttura rigida e a struttura flessibile.

Infine, è fondamentale sottolineare che, come per ogni metodologia teorica, comunque basata su solidi fondamenti di fisica meccanica, anche i risultati mostrati in questo lavoro sono e rimangono suggerimenti tecnici, derivati da un'idealizzazione di fenomeni dinamici reali ma che, tuttavia, richiedono un'adeguata validazione sperimentale.

Ringraziamenti

Desidero ringraziare il Prof. Ing. G. MALAVASI, per i preziosi consigli sulla soluzione analitica del problema meccanico ed esprimere un pensiero al Prof. Ing. G.R. CORAZZA, che ha suggerito le prime indicazioni sulla stesura e sulla struttura del tema trattato in questo lavoro.

modes of vibration such as the vertical movement of the carbody, the complex rotational movements, the vertical jumping of the bogies in phase and/or in anti-phase). The two reference frequencies (f_{\min} and f_{\max}) are supported by bibliographic data shared by the major railway administrations. The analysis of this parameter leads to the hypothesis of avoiding resonance conditions between ω and β . In fact, we recall that the frequency ω is a function of the architecture of the pantograph frame (inertia and stiffness), to which the characteristics of the motion of the vehicle are inextricably linked (in fact all the modes of vibration of the body have a practically constant trend as the speed varies movement except for the yawing with an almost parabolic development). The β frequency contemplates not only the vibrational properties of the pantograph but, at the limit and through the vehicle, all the characteristics relating to the geometry of the track which can also significantly affect the dynamic response of the vehicle and, through structural continuity, that of the pantograph. The problem could be investigated by applying to the proposed study the effects of wheel-rail interaction (power density spectra of track defects) as a source of vibrational excitation on the vehicle.

- d) *The evolution of the proposed case studies can offer the possibility of hypothesizing scenarios of use of the same type of pantograph for different operating applications or of verifying for which speed ranges to apply different types of pantographs, however assuming the structural characteristics of the track.*

This study constitutes a first approach to the vast problem of current collection from a third overhead rail. The Italian Railway Engineers College in January 2022 developed an interesting seminar on the problem, whose conclusions and comments of the speakers would seem in accordance to what was proposed in this paper by applying an exemplified method of analysing the interaction between pantograph and rigid catenary. However, some aspects related to the proposed problem could be analysed: it may be highlighted, i.e., the interest in studying the interaction pantograph-rigid overhead during rigid-flexible transition.

Finally, it is essential to underline that, as for any theoretical methodology, however based on solid foundations of mechanical physics, also the results showed in this paper are and remain technical suggestions, derived by an idealization of real dynamic phenomena and such as, however, requires adequate experimental validation.

Acknowledgements

I would like to thank Prof. Eng. G. MALAVASI, for the important advice regarding the analytical address about the mechanical and timely comments and express a thought to Prof. Eng. G.R. CORAZZA, who suggested the first indications on the drafting and architecture of the topic examined in this work.

BIBLIOGRAFIA - REFERENCES

- [1] CELENTANO V., INVERNIZZI P. (1993), "La linea aerea di contatto rigida, una alternativa alle linee tradizionali", Ingegneria Ferroviaria n. 10, Ottobre, Roma, Edizioni CIFI.
- [2] MAK MAN K. (2012), "Adoption of Overhead Rigid Conductor Rail System in MTR Extensions", Journal of International Council on Electrical Engineering, 2:4, 463-466, DOI: 10.5370/JICEE.2012.2.4.463.
- [3] MANABE K. (1994), "Periodically Dynamic stabilities of a catenary-Pantograph System", QR of RTRI, Vol. 35, No. 2, May.
- [4] SHIMIZU M., HARADA S., OYA A., TOKUDA A. (2006), "Improving Performance of Type T Overhead Rigid Conductor Lines", QR of RTRI, Vol. 47, No. 1, February.
- [5] MANDAI, T., SHIMIZU, M. et al. (2003), "Improvement of Rigid Conductor Lines," RTRI QR, Vol. 44, No. 2, pp. 78-81, May.
- [6] AOSHI M., NAGASAWA H. (1992), "Development of Countermeasure against Undulating Wear of Contact Wire on Narrow-Gauge Lines," RTRI Report, Vol. 6, No. 7, pp. 37-44, (in Japanese).
- [7] BRUNER M., CORAZZA G.R., COSCIOTTI E. (2009), "Lo svio. Cento e più anni di ricerche di un problema complesso. Gli inizi e la scuola francese", Ingegneria Ferroviaria n. 12, Roma, Edizioni CIFI.
- [8] BRUNER M., CORAZZA G.R., COSCIOTTI E. (2010), "Lo svio. Cento e più anni di ricerche di un problema complesso. La scuola tedesca", Ingegneria Ferroviaria n. 12, Roma, Edizioni CIFI.
- [9] BRUNER M., CORAZZA G.R., COSCIOTTI E. (2012), "Cento e più anni di ricerche sullo svio. I deragliatori", Ingegneria Ferroviaria n. 6, Roma, Edizioni CIFI.
- [10] BRUNER M., CORAZZA G.R., CORAZZA M.V. (2016), "Divagazioni sull'ingegnere ferroviario - Osservazioni e proposte", Ingegneria Ferroviaria n. 8, Roma, Edizioni CIFI.
- [11] BRUNER M., CORAZZA G.R. (2018), "Note sullo sviluppo di un pensiero scientifico originale nelle ferrovie - La marcia in rettilineo e in curva. Notes on the development of an original scientific thought in the rail system - Running on a straight track and cornering", Ingegneria Ferroviaria, n. 9, Roma, Edizioni CIFI.
- [12] BRUNER M., CORAZZA G.R., MALAVASI G. (2020), "Mitigazione delle vibrazioni dell'armamento ferroviario su massicciata - Vibrations mitigation of the track equipment on ballast", Ingegneria Ferroviaria, n. 12, Dicembre, Roma, Edizioni CIFI.
- [13] IWNICKI S. (2006), "Handbook of Railway Vehicle Dynamics", CRC Press, Taylor & Francis Group, 6000 Broken Sound Parkway NW, Suite 300, Boca Raton, FL 33487-2742.
- [14] LICKTBERGER B. (2001), "Track Compendium", TZ-Verlag by DVV Media Group GmbH, Hamburg.
- [15] ESVELD C. (2001), "Modern Railway Track - Second Edition", MRT Production, NL-5300 AH Zaltbommel, The Netherlands.
- [16] LEWIS R., OLOFSSON U. (2009), "Wheel-rail interface handbook", CRC Press, Boca Raton Boston New York Washington, Dc Woodhead Publishing Limited, Oxford Cambridge New Delhi.
- [17] NIEBLER H. (1949-1950), "Glaser's Annalen", novembre-dicembre 1949 e gennaio 1950.
- [18] BRANDANI V., GALEOTTI G., TONI P. (1991), "Simulazione del comportamento dinamico del sistema pantografo-catenaria", Ingegneria Ferroviaria n. 3, Marzo 1991, Roma Edizioni CIFI.
- [19] BOCCIONE M., BUCCA G., COLLINA A., COMOLLI L. (2016), "Sensori ottici per l'analisi dell'interazione pantografo catenaria - Optical sensors for the analysis of pantograph-catenary interaction", Ingegneria Ferroviaria n. 1, Roma, Edizioni CIFI.
- [20] CARNEVALE M., COLLINA A., FRATTOLILLO G., DEL GOBBO G., MARINIS D., MENCHI M., RAMIERI A. (2017), "Il pantografo innovativo jrc15 a 3kvcc - The innovative jrc15 3kvdc pantograph", Ingegneria Ferroviaria n. 11, Roma, Edizioni CIFI.
- [21] PANAGIN R. (2006), "Costruzione del veicolo ferroviario", Roma, Edizioni CIFI.

- [22] POMBO J., AMBRÓSIO J., PEREIRA M., RAUTER F., COLLINA A., FACCHINETTI A. (2009), *“Influence of the aerodynamic forces on the pantograph–catenary system for high-speed trains”*, Vehicle System Dynamics, vol 47 no 11 pp. 1327-1347.
- [23] SACKS K.: Etektrische Triebfahrzeuge, II Band.
- [24] *“Der bugelstrohmabnehmr”*, AA.VV. Elektrische Bahnen, Luglio 1950.
- [25] TSI “ENE”, Commission Regulation (EU) No 1301/2014 of 18 November 2014 on the technical specifications for interoperability relating to the energy subsystem of the rail system in the Union (Text with EEA relevance).
- [26] KOFFMAN M., articoli vari, Railway Gazette, 1959-1963.
- [27] SPERLING E., BETZ HOLD C., Glasers Annalen, 1956.
- [28] RFI DTC ST E SP IFS TE 097 A del 13.12.2018, Specifica Tecnica, “Catenaria rigida fissa per installazione in gallerie a 3 kVcc”.
- [29] EN50318:2019 - Railway applications - Current collection systems - Validation of simulation of the dynamic interaction between pantograph and overhead contact line.
- [30] EN50367:2020 - Railway applications. Fixed installations and rolling stock. Criteria to achieve technical compatibility between pantographs and overhead contact line.
- [31] EN50206-2:2010 - Railway applications. Rolling stock. Pantographs. Characteristics and tests Pantographs for metros and light rail vehicles.
- [32] GOROCHKOV, Bull. Ass. Int. Congres Chemins de Fer, agosto 1968, pp. 897-910.
- [33] BONADERO A. (2011), *“Metodi statistici e dinamica ferroviaria”*, Ingegneria Ferroviaria n. 12, Roma, Edizioni CIFI.