



Linee Roma-Pisa e Roma-Viterbo km 8+500.
Rome-Pisa and Rome-Viterbo lines km 8+500.



Scartamento del binario e usura bordini

Track gauge and flange wear

Francesco NATONI^(*)

Sommario - Sulla base di un percorso storico-tecnico, si forniscono le analisi per una stima sulla relazione tra ampiezza dello scartamento del binario ed effetti di usura sulle ruote dei rotabili. Lo scartamento, infatti, determinando diversi assetti del carrello, comporta differenti configurazioni delle spinte di bordino e, di conseguenza, entità delle usure alternative.

Summary - Based on a historical-technical course, analyses are provided for an estimate of the relationship between track gauge width and wear effects on the wheels of rolling stock. The gauge, in fact, by determining different set-ups of the bogie, involves different configurations of the flange thrust and, consequently, the extent of alternative wear.

^(*) Dirigente FS a.r.

^(*) Manager FS a.r.

In particolare, si sottopone ad indagine su quali possono essere le conseguenze sul consumo dei bordini del mantenimento dello scartamento normale anche nelle curve di raggio stretto.

Le procedure di calcolo, improntate sui metodi classici della Meccanica della Locomozione – ma sicuramente estendibili a procedimenti più evoluti – portano a risultati meritevoli di ulteriori sviluppi.

1. Introduzione

Tra le opzioni normative relative alle grandezze caratteristiche dell'armamento, che possono maggiormente influenzare gli oneri di gestione del duplice sistema via/treno, rientra quella che si riferisce alle dimensioni da assegnare allo scartamento del binario nelle curve di raggio ristretto. Qui le esigenze sono contrastanti, ossia le scelte vantaggiose per un componente del sistema potrebbero manifestarsi non positive per l'altro.

Lo scopo delle analisi, che di seguito si illustrano, è, pertanto, quello di porre in evidenza l'esistenza dell'antagonismo accennato, tramite l'impiego dei criteri classici che determinano gli effetti dell'ampiezza dello scartamento sugli sforzi di iscrizione del veicolo e le conseguenti usure delle ruote⁽¹⁾.

E' doveroso precisare che la complessità dei fenomeni per la contemporanea presenza di molti elementi da prendere in considerazione, per l'incertezza dei valori da assegnare a detti elementi, per la variabilità che gli stessi presentano nelle situazioni reali, ecc. rinvia – per un'apprezzabile confidenza dei risultati – a ricerche sperimentali in campo.

Qui, però, ci si limita ad un'indagine comparativa: l'impiego di calcoli semplificati è possibile, quando siano accettabili conclusioni quali-quantitative.

2. Premessa

La vigente Specifica RFI sugli *Standard di qualità geometrica del binario*, per quanto concerne lo scartamento, stabilisce che per raggi di curva uguali o maggiori di 275 m, la misura nominale dello stesso è di 1435 mm (scartamento normale).

Per raggi inferiori, i valori sono crescenti e per $R = 150$ m, lo scartamento è 1460 mm.

Dette misure sono quelle stabilite nel 1986, quando fu decisa dal Servizio Lavori delle FS una modifica – ovviamente adottata su conforme parere del Servizio Materiale

In particular, an investigation is carried out on what may be the consequences on the wear of the flanges of normal gauge maintenance even in narrow radius curves.

The calculation procedures, based on the classic methods of Locomotion Mechanics - but certainly extendable to more advanced procedures - lead to results worthy of further development.

1. Introduction

Among the regulatory options relating to the characteristics of the permanent way, which can most influence the costs of managing the dual way/train system, is one that refers to the dimensions to be assigned to the track gauge in small radius curves. Here the needs are conflicting, that is, the advantageous choices for one system component could appear to be negative for the other.

The purpose of the analyses, which are illustrated below, is therefore to highlight the existence of the aforementioned antagonism, through the use of the classical criteria that determine the effects of the width of the gauge on the vehicle efforts running through curves and the consequent wheel wear⁽¹⁾.

It is necessary to clarify that the complexity of the phenomena due to the simultaneous presence of many elements to be taken into consideration, to the uncertainty of the values to be assigned to said elements, to the variability they present in real situations, etc. refers to experimental research in the field - for an appreciable confidence in the results.

Here, however, this will be limited to a comparative investigation: the use of simplified calculations is possible when qualitative and quantitative conclusions are acceptable.

2. Premise

The current RFI Specification on the Geometrical quality standards of the track, with regard to the gauge, establishes that for curve radii equal to or greater than 275 m, the nominal measurement of the same is 1435 mm (normal gauge).

For smaller radii, the values are increasing and for $R = 150$ m, the gauge is 1460 mm.

These measures are those established in 1986, when a modification was decided by the FS Works Service - obviously adopted on the basis of the opinion of the Rolling

⁽¹⁾ La stima degli sforzi trasversali scambiati tra ruota e rotaia è focale perché riguarda la sicurezza della marcia: è, pertanto, intuibile il grado di approfondimento teorico e la caratura dei connessi modelli di calcolo. Per i motivi che si esporranno si è ritenuta più che adeguata la modellazione "classica".

⁽¹⁾ The estimation of the lateral forces exchanged between the wheel and the rail is focal because it concerns the safety of operation: therefore the degree of theoretical depth and the caliber of the connected calculation models is understandable. For the reasons that will be explained, the "classical" modelling is considered more than adequate.

Rotabile - ai criteri di più lontana origine, che prevedevano consistenti allargamenti nelle curve di stretto raggio. A quei tempi, l'allargamento dello scartamento implicava sicure difficoltà: segnatamente maggiori costi di posa del binario dovuti alla maggior cura necessaria nelle operazioni di posa delle traverse in cap, specialmente nel tratto di raccordo tra scartamento normale ed allargato.

Oggi, perché con le più recenti tecniche di costruzione delle traverse, la regolazione dello scartamento è fatta in stabilimento - quando vengono premontati gli organi di attacco sulla traversa - le problematiche di costruzione del binario son meno gravose; resta il fatto che all'atto della posa in opera delle traverse la sequenza di posa deve essere curata in modo specifico.

In Tabella 1 i relativi valori di Norma: si osserva che lo scartamento normale decorre da 275 m, mentre che precedentemente si doveva raggiungere il raggio di ben 485 m.

Sulla rete RFI l'estesa delle tratte in curva di linea (binari di corsa) con raggio inferiore ai 275 m è alquanto modesta (approssimativamente il 2,4% dell'estesa dell'intera rete), quella da 275 a 485 m approssimativamente dell'ordine dell'11%.

Pertanto, essendo passati oltre 30 anni dalla data della nuova normativa (ossia un intero ciclo medio di rinnovamento del binario) si può ragionevolmente ipotizzare che, ormai, lo scartamento sia ormai uniformato al valore "normale" sul 97,6 % della rete, dove i raggi di curva sono superiori a 275 m.

La modifica regolamentare attuata risultava conforme alla Normativa internazionale (la Fiche UIC stabiliva che l'allargamento dovesse essere operato per curve di raggio minore di 150 m; l'Unità Tecnica delle Ferrovie non prevedeva alcun allargamento rispetto ai 1435 mm ed al paragrafo 9 dell'articolo 1 prescriveva che "i veicoli da costruire devono poter circolare senza difficoltà nelle curve di raggio 150 m senza allargamento dello scartamento del binario ossia con scartamento di 1435 mm") ed un'approfondita campagna di misure di interazione treno/binario confermava che non esistevano controindicazioni circa la corretta circolazione dei veicoli su curve di raggio "stretto" prive di allargamento.

Ciò non di meno, devono essere ritenute legittime le perplessità di quanti, oggi come trenta anni fa, ritengono che il mancato allargamento dello scartamento possa comportare effetti negativi sulle ruote dei veicoli: sostanzialmente maggiore usura delle stesse.

Ebbene, i calcoli e le considerazioni che seguono hanno - pur con i

Stock Service - to the criteria of more distant origin, which provided for substantial enlargements in the narrow radius curves. At that time, the widening of the gauge involved certain difficulties: in particular, greater costs of laying the track due to the greater care required in the laying operations of the sleepers in prc, especially in the section of connection between the normal and enlarged track gauge.

Today, since with the most recent construction techniques of the sleepers, the adjustment of the track gauge is done in the factory - when the fixing elements on the sleeper are pre-assembled - the track construction problems are less burdensome; the fact remains that at the time of laying of the sleepers the laying sequence must be treated in a specific way.

Table 1 shows the relative Normal values: it can be observed that the normal gauge starts from 275 m, whereas previously the radius of 485 m had to be reached.

On the RFI network, the extent of the line curve sections (main running tracks) with a radius of less than 275 m is rather modest (approximately 2.4% of the entire network), that from 275 to 485 m approximately 11%.

Moreover, having passed more than 30 years from the date of the new legislation (i.e. an entire average cycle of track renewal) we can reasonably assume that, by now, the gauge is now uniform to the "normal" value on 97.6% of the network, where the curve radii are greater than 275 m.

The regulatory change implemented was in conformity with the International Standard (the UIC Fiche established that the enlargement should be operated for radius curves smaller than 150 m; the Railways Technical Department did not provide for any enlargement with respect to 1435 mm and in paragraph 9 of article 1 it prescribed that "the

Tabella 1 – Table 1

Raggio da m Radius from m	Raggio a m Radius to m	Scartamento in mm prima 25.10.1986 Gauge in mm before 25.10.1986	Scartamento in mm dopo 25.10.1986 Gauge in mm after 25.10.1986
150	174	1465	1460
175	199	1465	1455
200	224	1465	1450
225	249	1465	1445
250	274	1465	1440
275	299	1465	1435
300	324	1460	1435
325	349	1455	1435
350	374	1450	1435
375	424	1445	1435
425	484	1440	1435
485	∞	1435	1435

limiti che si sono prospettati - lo scopo di verificare se quelle perplessità abbiano realistico fondamento.

3. Accoppiamento veicolo-binario

Le tematiche da affrontare sono quelle inerenti l'accoppiamento delle ruote del veicolo ferroviario con il binario (Fig. 1): infatti, il rodiggio ferroviario (carro a 2 assi oppure carrello di locomotiva o altro rotabile) è caratterizzato dalle ruote a profilo tronco-conico, dotate di bordino, calettate rigidamente alle estremità di due assi vincolati, altrettanto rigidamente, a rimanere paralleli e impediti a spostamenti radiali relativi.

Tale condizione di rigido parallelismo è naturalmente del tutto virtuale per la presenza di giochi o anche dispositivi adatti ad aumentare la libertà reciproca delle sale - ma per una trattazione di prima, ma sufficiente approssimazione - si procederà con tale impostazione.

Inoltre, per il binario si considera che lo scartamento sia di ampiezza costante (cioè privo di difetti nei limiti delle tolleranze ammesse che non sono piccole arrivando a $-9/+30$ mm) e che le due rotaie non subiscano rotazioni nella loro sede.

In conclusione si ammette che l'accoppiamento sia perfettamente rigido ossia che i vincoli - ovviamente monolateri - siano indeformabili.

Sia le ruote sia le rotaie sono a profilo nuovo: le ruote al vecchio profilo⁽²⁾ FS, le rotaie del tipo E60 inclinate di $1/20$.

Anche tale condizione è teorica: nella pratica sia le une che le altre assumono configurazioni usurate delle quali è di fatto impossibile tener conto non solo per la variabilità delle configurazioni ma perché le stesse sono variabili nel tempo ossia con le percorrenze effettuate o con i transiti subiti.

Ne deriva che una corretta sperimentazione in linea (a meno che non si disponga di un veicolo e di un binario esclusivamente dedicati) non è realistica quando si cerchino valori di confronto, ossia quando tutti i parametri in gioco restino costanti e muti solo lo scartamento del binario.

3.1. Iscrizione pura

Per una molto sintetica descrizione di quelle che erano le motivazioni "storiche" dell'allargamento dello scartamento del binario si espongono - succintamente - le seguenti considerazioni.

Per un veicolo a 3 assi di passo rigido (distanza tra gli assi estremi) a , raggio delle ruote r , profondità del punto

vehicles to be built must be able to move without difficulty in the 150 m radius curves without enlargement of the track gauge that is with a track gauge of 1435mm") and an in-depth campaign of train/rail interaction measures confirmed that there were no contraindications regarding the correct circulation of vehicles on "narrow" radius curves without enlargement.

Nevertheless, the perplexities of those who, today as thirty years ago, believe that the lack of enlargement of the gauge can have negative effects on the wheels of vehicles must be considered legitimate: substantially greater wear and tear of the same.

Well, the calculations and the considerations that follow have the purpose of verifying if those perplexities have real grounds - even with the limits that have been proposed.

3. Vehicle-track coupling

The issues to be addressed are those relating to the coupling of the wheels of the railway vehicle with the track (Fig. 1): in fact, the railway running gear (2-axle wagon or locomotive bogie or other rolling stock) is characterised by wheels with truncated-conical profile, endowed with flange, rigidly keyed to the ends of two axles, also rigidly fixed, so as to remain parallel and prevented from relative radial displacements.

This condition of rigid parallelism is naturally completely virtual due to the presence of clearances or devices



Fig. 1 – Fig. Ruota e rotaia.
Fig. 1 – Wheel and rail.

⁽²⁾ Come si vedrà, nel presente lavoro, l'effetto del profilo della ruota sull'usura non è preso in considerazione.

di contatto rotaia-bordino b , distanza esterna dei bordini B , raggio della curva R e scartamento del binario S , la relazione di verifica di iscrizione è data dal calcolo della freccia sottesa dalla corda di lunghezza c sulla circonferenza di raggio $R + S/2$ (Fig. 2); ossia

$$S = \frac{(a + 2\sqrt{-r^2 + (r + b)^2})^2}{8(R + \frac{S}{2})} + B$$

Risolvendo l'equazione si ha - per un veicolo di passo rigido massimo di 4,50 m - il grafico di Fig. 3.

Dalle curve che rappresentano lo scartamento del binario necessario per l'iscrizione pura di veicoli a 3 assi con distanza dei bordini normalizzata di 1,424 mm⁽³⁾ e con raggi di ruota diversi, si vede che l'influenza del raggio della ruota è piccola (le curve sono quasi sovrapposte).

Sia la vecchia che la nuova normativa consentono, ovviamente, la libera iscrizione di un carrello (o veicolo) a 3 sale di passo massimo 4,5 m.

Comunque, la Norma è generosa dato che la Fiche UIC, poi riconfermata dalla Specifica di Interoperabilità, ammette lo scartamento normale fino a 150 m. Sarà, dunque, cura del costruttore del veicolo a far sì che lo stesso sia congruente.

3.2. Effetto differenziale

La caratteristica forma tronco-conica delle tavole di rotolamento delle ruote induce a considerare che ciascuna sala di un veicolo (o carrello) disponga di una - sia pur limitata - capacità differenziale: si intende che le due ruote - poiché rigidamente calettate - possano percorrere, nella circolazione in curva, archi di circonferenza differenziati tra ruota esterna ed interna come differenziati sono gli sviluppi delle due rotaie.

Dovendosi necessariamente verificare per ambedue le sale che quando la ruota esterna ha compiuto un'intera circonferenza

$$2\pi(R + \frac{S}{2})$$

facendo n giri quella interna ha percorso una circonferenza pari a

$$2\pi(R - \frac{S}{2}):$$

dovendo essere per il rigido calettamento

$$n(r_m + i\lambda) = 2\pi(R + \frac{S}{2}); n(r_m - i\lambda) = 2\pi(R - \frac{S}{2})$$

e risolvendo rispetto ad n si ha la nota relazione

suitable for increasing the mutual freedom of the wheel sets - but we will proceed with this approach for a first discussion, but with sufficient approximation.

Moreover, for the track it is considered that the gauge is of constant amplitude (i.e. free of defects within the limits of the allowed tolerances which are not small reaching -9 + 30 mm) and that the two rails are not subjected to rotations in their seat.

In conclusion it is acknowledged that the coupling is perfectly rigid, that is that the constraints - obviously monolateral - are indeformable.

Both the wheels and the rails have a new profile: the wheels with the old FS profile⁽²⁾, the E60 type rails inclined by 1/20.

Even this condition is theoretical: in practice both the one and the other take on worn configurations which it is in fact impossible to take into account not only due to the variability of the configurations but because the same are variable over time that is to say with the travelled distances or with the subjected transits.

It follows that a correct experimentation on line (unless there is an exclusively dedicated vehicle and track) is not realistic when looking for comparison values, i.e. when all the parameters involved remain constant and only the track gauges changes.

3.1. Pure curve negotiation

For a very brief description of what were the "historical" motivations of the widening of the track gauge, the following considerations are explained concisely.

For a 3-axle vehicle with rigid wheel-base (distance between the end axles) a , wheel radius r , depth of the rail-flange contact point b , outer flange distance B , radius of the curve R and track gauge S , the curve negotiation verification relation is given by the calculation of the arrow subtended by the chord of length c on the circumference of radius $R + S/2$ (Fig. 2); namely

$$S = \frac{(a + 2\sqrt{-r^2 + (r + b)^2})^2}{8(R + \frac{S}{2})} + B$$

Solving the equation we have - for a vehicle with a maximum rigid wheel-base of 4.50 m - the graph in Fig. 3.

From the curves representing the track gauge necessary for the pure curve negotiation of 3-axle vehicles with a normal flange spacing of 1.424 mm⁽³⁾ and with different wheel

⁽³⁾ Come illustrato in seguito, poiché lo scartamento del binario è misurato a 14 mm sotto il p.f. e quello dei bordini a meno 10 dal cerchio di rotolamento medio, si deve aggiungere alla loro differenza il contributo del disallineamento di misura che vale 1 mm per parte.

⁽²⁾ As will be seen in this work, the effect of the wheel profile on wear is not taken into consideration.

⁽³⁾ As shown below, since the track gauge is measured at 14 mm below the top of rail and that of the flanges at less than 10 from the medium rolling circle, the contribution of the misalignment measuring 1 mm per part must be added.

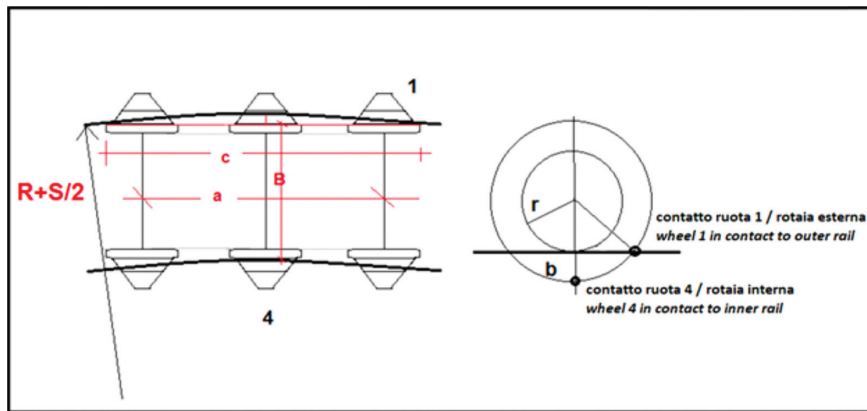


Fig. 2 - Iscrizione pura.
Fig. 2 - Pure curve negotiation.

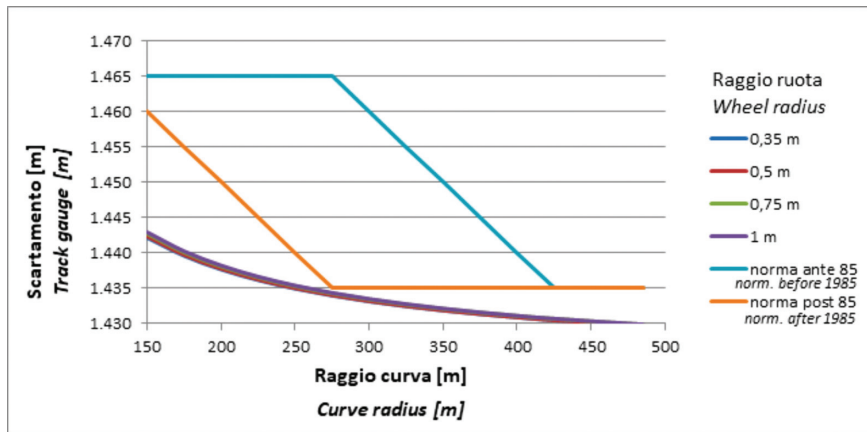


Fig. 3 - Scartamento iscrizione pura.
Fig. 3 - Pure curve negotiation gauge.

$$\frac{R+\frac{\hat{S}}{2}}{R-\frac{\hat{S}}{2}} = \frac{r_m+i\lambda}{r_m-i\lambda}$$

con:

\hat{S} = distanza convenzionale dei punti di appoggio ruota/rotaia;

r_m = raggio mediano ruota;

i = conicità tavola;

$$\lambda = \frac{\text{gioco tra scartamento binario e distanza attiva bordini}}{2}.$$

Resta confermata la relazione univoca tra le grandezze date che porta ad avere la sussistenza dell'effetto differenziale (per ogni assegnato raggio di ruota, conicità e scartamento) soltanto per uno specifico raggio di curva.

L'allargamento dello scartamento non fa altro che modificare il valore del raggio della curva per la quale si ha l'effetto differenziale.

Dalla formula, che si ottiene dalle condizioni sopra fornite si ha lo scartamento in funzione del raggio dove, per gli assegnati parametri si ha l'effetto differenziale

radii, it can be observed that the influence of the wheel radius is small (curves are almost superimposed).

Both the old and the new regulations allow, of course, the free curve negotiation of a bogie (or vehicle) with 3 wheel sets with a maximum wheel-base of 4.5 m.

However, the Standard is generous as the UIC Fiche, later reconfirmed by the Interoperability Specification, allows the normal gauge up to 150 m. It will therefore be the responsibility of the vehicle manufacturer to ensure that it is congruent.

3.2. Differential effect

The characteristic truncate-cone shape of the rolling surfaces of the wheels induces to consider that each wheel set of a vehicle (or bogie) has an - albeit limited - differential capacity: this means that the two wheels - because rigidly fitted - can travel, in circulation in curve, circumferential arcs differentiated between external and internal wheel as differentiated are the developments of the two rails.

By necessarily having to check for both wheel sets that when the outer wheel has completed a whole circumference

$$2 \pi (R + \frac{\hat{S}}{2})$$

making n turns the internal one has a circumference equal to

$$2 \pi (R - \frac{\hat{S}}{2}).$$

having to be for the rigid fit

$$n(r_m + i\lambda) = 2 \pi (R + \frac{\hat{S}}{2}); n(r_m - i\lambda) = 2 \pi (R - \frac{\hat{S}}{2})$$

and solving with respect to n we have the known relation

$$\frac{R+\frac{\hat{S}}{2}}{R-\frac{\hat{S}}{2}} = \frac{r_m+i\lambda}{r_m-i\lambda}$$

with:

\hat{S} = conventional distance between wheel/rail support points;

r_m = median wheel radius;

i = surface conicity;

$$\lambda = \frac{\text{clearance between track gauge and active flange distance}}{2}.$$

The univocal relation between the given quantities remains valid, which leads to the existence of the differential

$$S_{\text{Binario}} = 1,424 + \frac{\hat{S} r_m}{i R}$$

Per esempio una ruota di raggio $r_m = 0,40 \text{ m}$, $i = 0,05$ e con $a = 1,5 \text{ m}$ e distanza attiva dei bordini $1,424 \text{ m}$, su una curva di raggio 275 m richiederebbe uno scartamento di $1,468 \text{ m}$, comunque già superiore a quello cosiddetto allargato.

3.3. Spinte di bordino

Se per quanto finora esaminato, il mancato allargamento non comporta apprezzabili maggiori condizionamenti sui rotabili, ben diversa è la situazione quando si considerano gli effetti sulle spinte di bordino, stante che il diverso scartamento (a parità di tutte le altre condizioni) implica un differente assetto di circolazione. Per la ricerca degli assetti si applica il metodo dell'HEUMANN (in accordo con il lavoro del Prof. CORAZZA ed altri [1], [2]), con le semplificazioni di quel criterio ed in riferimento alla Fig. 4:

- la forza di guida Y_1 è orizzontale;
- i contatti ruota-rotaia sono unici per ogni coppia ruote e puntiformi;
- le ruote sono cilindriche (in base a questa semplificazione è influente considerare il tipo di profilo della ruota). Peraltro il criterio parte dal calcolo degli strisciamenti – con le relative forze dipendenti: da cosa è generato lo strisciamento diventa superfluo;
- i carichi verticali Q trasmessi dalle ruote alle rotaie sono supposti costanti nel tempo ed uguali sulla sala anteriore e posteriore; invece si considerano gli squilibri trasversali;
- il moto del veicolo si suppone in condizioni stazionarie su binario circolare privo di difetti;
- gli strisciamenti orizzontali ruota-rotaia sono supposti in attrito coulombiano, con coefficiente d'attrito f noto ed eguale per le quattro ruote salvo che per la ruota 3 (o quella 4, quando essa si trovi in accosto) che – se del caso – si suppongono in pseudostrisciamento;
- il problema è piano, nel senso che tutte le forze in gioco giacciono sul piano del ferro;
- si trascurano le resistenze al moto.

Il punto 1 è – come di prassi – il punto appartenente alla ruota anteriore sinistra senso marcia (che nel nostro caso è di guida, cioè è a bordino); come si vede dalla figura (fortemente esagerata) la ruota 1 ha – come già detto – due punti di contatto: quello di appoggio e quello di spinta; nei calcoli che si faranno questi due

effect (for each assigned wheel radius, conicity and gauge) only for a specific curve radius.

The widening of the gauge does nothing but modify the value of the radius of the curve for which the differential effect occurs.

From the formula, which is obtained from the conditions provided above, the gauge is used according to the radius where the differential effect is obtained for the assigned parameters

$$S_{\text{Track}} = 1,424 + \frac{\hat{S} r_m}{i R}$$

For example a wheel with radius $r_m = 0.40 \text{ m}$, $i = 0.05$ and with $a = 1.5 \text{ m}$ and active distance of the flanges $1,424 \text{ m}$, on a radius curve of 275 m would require a gauge of $1,468 \text{ m}$, however already higher than the so-called broadened one.

3.3 Flange thrusts

If as so far examined, failure to expand does not lead to appreciable greater conditioning on the rolling stock, the situation is very different when considering the effects on the flange thrusts, given that the different gauge (all other conditions being equal) implies a different circulation set-up.

The HEUMANN method is applied for the research of the structures (in agreement with the work of Prof. CORAZZA and others [1], [2]), with the simplifications of that criterion and with reference to Fig. 4:

- the driving force Y_1 is horizontal;
- the wheel-rail contacts are unique for each pair of wheels and punctiform;
- the wheels are cylindrical (based on this simplification, it is irrelevant to consider the type of wheel profile).

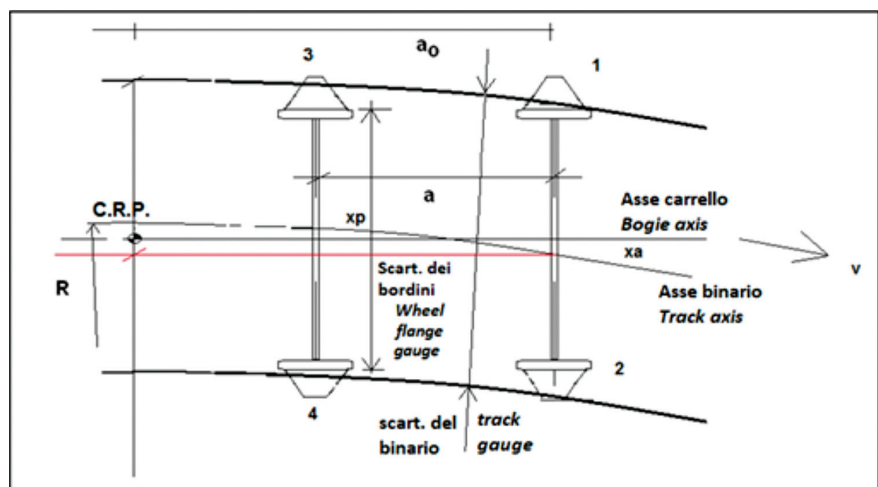


Fig. 4 – Assetto.
Fig. 4 – Arrangement.

punti vengono considerati sovrapposti e quello risultante si pone sulla sezione passante per l'asse della sala.

Anche per le altre ruote i punti di contatto sono unici e pure questi vengono posti sulla verticale dell'asse sala. Pertanto la distanza, in senso longitudinale, tra 1 e 3 e 2 e 4 è quella del passo rigido del carrello (notazione = a).

E' interessante notare che l'U.T. prescrive che quando il passo supera 4500 mm, devono essere adottati dispositivi affinché sia consentito una certa libertà tra le sale. Ne deriva che il massimo passo rigido è di 4500 mm.

Ben più problematica è la definizione della larghezza del rettangolo definito dai quattro punti di contatto: questa può essere posta pari allo scartamento del binario più 70,6 mm ossia pari alla distanza dei punti di appoggio della sala in rettilineo centrata nel binario con rotaie inclinate di 1/20.

Con tali premesse, si ha che l'agio della ruota opposta a quella a bordino (trascurando l'inclinazione della tavola di rotolamento della sala) vale $2g = S_{\text{Binario}} - B + 2 \text{ mm}$ (Fig. 5).

La grandezza B si ottiene dalla somma della distanza interna delle facce delle ruote più 2 volte lo spessore del bordino, ossia 1426 mm.

Con riferimento alla Fig. 4 si ha:

- a = passo del veicolo;
- a_0 = la distanza tra la sala anteriore ed il centro principale di rotazione C.R.P. (intersezione tra asse di simmetria longitudinale del carrello e raggio della curva ad esso asse ortogonale);
- $\frac{a_0^2}{2R}$ è la freccia sottesa dalla semicorda di lunghezza a_0 nella circonferenza di raggio R ;
- $\frac{(a_0 - a)^2}{2R}$ è la freccia sottesa dalla semicorda di lunghezza $a_0 - a$ nella circonferenza di raggio R ;
- x_a = distanza tra centro sala e centro binario sulla sala anteriore (x_a massimo = g);
- x_p = distanza tra centro sala e centro binario sulla sala posteriore.

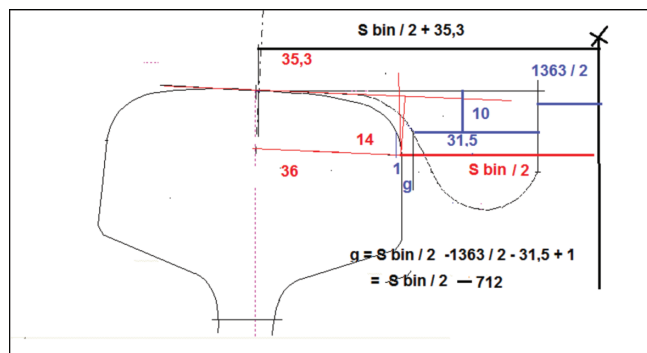


Fig. 5 – Giochi.
Fig. 5 – Clearances.

Moreover, the criterion starts from the calculation of the creep - with the relative dependent forces: what generates friction becomes superfluous;

- the vertical loads Q transmitted by the wheels to the rails are assumed constant over time and equal on the front and rear wheel set; on the other hand transversal imbalances are considered;
- the motion of the vehicle is assumed to be stationary on a circular track free of defects;
- the horizontal wheel-rail frictions are assumed in coulomb friction, with a friction coefficient f known and equal for the four wheels except for wheel 3 (or 4, when it is nearing) that - if necessary - are assumed to be in creep;
- the problem is plane, in the sense that all the forces at stake lie on the top of rail;
- resistances to motion are neglected.

Point 1 is - as usual - the point belonging to the front left wheel, in the direction of travel (which in our case is a guide, i.e. it is on flange); as can be seen from the figure (strongly exaggerated) wheel 1 has - as already mentioned - two points of contact: the support and the pushing one; in the calculations that will be made these two points are considered superimposed and the resulting one is placed on the section passing through the axis of the wheel set.

Also for the other wheels the contact points are unique and these are also placed on the vertical axis of the wheel set. Therefore the distance, in the longitudinal direction, between 1 and 3 and 2 and 4 is that of the rigid wheel-base of the bogie (notation = a).

It is interesting to note that the U.T. prescribes that when the wheelbase exceeds 4500 mm, devices must be adopted to allow some freedom between the wheel sets. It follows that the maximum rigid wheelbase is 4500 mm.

The definition of the width of the rectangle defined by the four contact points is even more problematic: it can be placed equal to the track gauge plus 70.6 mm, that is equal to the distance between the points of support of the wheel set on a straight line centered on the track with rails inclined by 1/20.

With these premises, the distance between the side of the rail and the flange of the wheel opposite to that with the flange in contact with the rail (neglecting the inclination of the rolling surface of the wheelset) has a value of $2g = S_{\text{Track}} - B + 2 \text{ mm}$ (Fig. 5).

Size B is obtained by adding the internal distance of the faces of the wheels plus twice the thickness of the flange, that is 1426 mm.

With reference to Fig. 4 we have:

- a = vehicle wheel-base;
- a_0 = the distance between the front wheelset and the main rotation centre M.R.C. (intersection of axis of lon-

Quindi:

$$x_a + x_p = \frac{(a_0)^2}{2R} - \frac{(a_0 - a)^2}{2R}$$

ossia:

$$x_p = \frac{a}{2R}(2a_0 - a) - x_a$$

Evidentemente $x_p = -x_a$ quando $a_0 = a/2$, ossia quando i bordini delle ruote 1 e 3 toccano la rotaia esterna.

L'assetto del carrello o veicolo conseguente è il simmetrico (Fig. 6).

Inoltre, a_0 non può mai essere minore di $a/2$ perché altrimenti la ruota 3 sormonterebbe la rotaia. Affinché anche le ruote 2 e 4 tocchino la rotaia deve essere $x_a = -x_b = 0$, ossia $g=0$; pertanto $S-1,424=0$. In astratto tale sarebbe lo scartamento minimo assoluto del binario con le 4 ruote a bordo⁽⁴⁾.

In tale valutazione non compare il raggio della curva: ad essere esatti, però, occorrerebbe tener conto che i punti di contatto ai 4 bordini sono per la sala anteriore anticipati e per quella posteriore arretrati, rispetto l'asse della sala per la non radialità delle sale stesse. Ma l'effetto dell'angolo di incidenza è trascurabile.

Quando $x_p = x_a$

$$2x_a = \frac{a}{2R}(2a_0 - a)$$

$$a_0 \lim P = 2 \frac{R}{a} x_a + \frac{a}{2}$$

Si ha il limite posteriore di a_0 .

In questo caso la ruota 4 tocca la rotaia e tale assetto si chiama obbligato interno (Fig. 7).

Quando a_0 è compreso tra $a/2$ ed il limite posteriore l'assetto è libero e tocca solo il bordino della ruota 1 (Fig. 8).

Il valore che assume a_0 - e quindi l'assetto del carrello - è definito dall'equilibrio delle azioni agenti sul carrello stesso: le forze F e T sono, rispettivamente, le forze di massa (centrifuga) e lo sforzo di trazione riportate al baricentro.

3.3.1. Studio degli assetti e calcolo delle spinte

Ora occorre trovare un criterio per ricavare la posizione del CRP: questo problema viene affrontato considerando gli equilibri delle forze longitudinali e trasversali e dei relativi momenti causati dalle azioni che cimentano il carrello.

Tali azioni, che nei calcoli si prendono come quasi-statiche ossia prive di effetti dinamici oscillatori e/o impulsivi, possono essere viste come:

- forze di massa: inerzia propria del carrello per accelerazioni trasversali (a_{nc}) o longitudinali (avviamento,

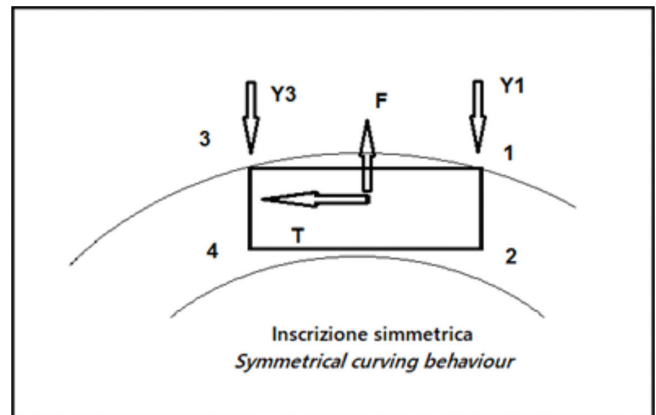


Fig. 6 – Assetto simmetrico.

Fig. 6 – Symmetrical bogie curving behavior.

gitudinal symmetry of the bogie and radius of the curve orthogonal axis to it);

- $\frac{a_0^2}{2R}$ is the arrow subtended by the semicord of length a_0 in the circumference of radius R ;
- $\frac{(a_0-a)^2}{2R}$ is the arrow subtended by the semi-chord of length a_0-a in the circumference of radius R ;
- x_a = distance between the wheelset centre and the track centre on the front wheel set (x_a maximum = g);
- x_p = distance between the wheelset centre and the track centre on the back wheelset.

Therefore:

$$x_a + x_p = \frac{(a_0)^2}{2R} - \frac{(a_0 - a)^2}{2R}$$

or:

$$x_p = \frac{a}{2R}(2a_0 - a) - x_a$$

Evidently $x_p = -x_a$ when $a_0 = a/2$, i.e. when the flanges of wheels 1 and 3 touch the outer rail. The bogie or vehicle

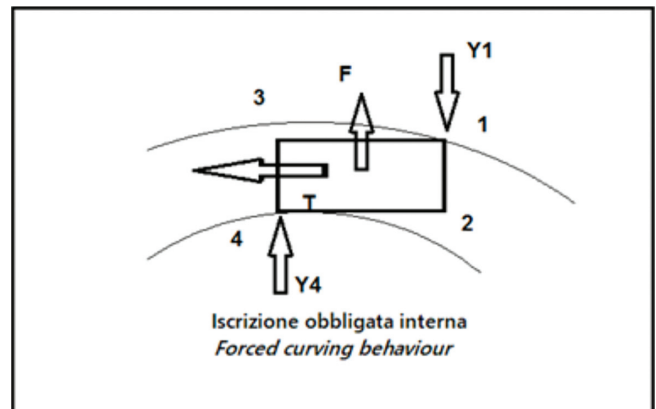


Fig. 7 – Assetto obbligato interno.

Fig. 7 – Internal enforced bogie curving behavior.

⁽⁴⁾ Questa misura non è molto diversa dallo scartamento minimo ammesso (1426 mm).

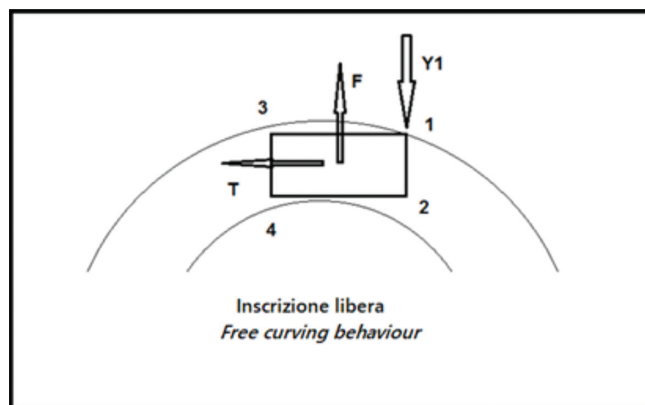


Fig. 8 – Assetto libero.

Fig. 8 – Free bogie curving behaviour.

frenatura). Si trascurano, per quanto, detto le inerzie verticali;

- coppie attive trasmesse dai motori alle sale oppure sforzi frenanti sulle ruote o sui dischi;
- forze provenienti, tramite la ralla, reale o virtuale, dalla cassa quali i carichi verticali e quelli orizzontali (ossia le inerzie della stessa) e gli sforzi resistenti del treno provenienti dal gancio o dai respingenti (se il treno è spinto) e resistenze proprie della cassa (aerodinamiche, pendenza);
- resistenze al moto proprie del carrello.

Questo insieme di forze e momenti viene opportunamente riportato ai vertici del parallelogramma che rappresenta i 4 punti di contatto delle ruote con le rotaie, oppure al centro di figura dello stesso: i carichi verticali per ciascuna ruota vengono adeguati ad eventuali incrementi/diminuzioni di carico per forze trasversali (Q_i), le forze trasmesse dalla ralla si associano a quelle proprie del carrello e si applicano al centro di figura scomposte in direzione longitudinale (T) e trasversale (F).

Tale sistema di forze deve essere equilibrato (quelle verticali dalla portanza del binario, ma non interessano ai fini dell'assetto, salvo che per gli attriti che generano) quelle nel piano dei 4 punti dalle forze scambiate tra ruote e rotaie.

Queste forze (in prima considerazione) sono, come detto, forze di attrito o spinte sui bordini.

Per la ruota 3 (o 4), che sono le prime ed uniche che passano in aderenza quando il raggio di curva si mantiene sotto i 300 m di raggio, in funzione della distanza tra CRP e ruota si pone la reazione al contatto proporzionale al rapporto tra tale distanza ed il prodotto del raggio di curva e lo scorrimento limite moltiplicata quella di attrito.

Infatti, seguendo [5], definito lo *scorrimento* come rapporto tra velocità di puro rotolamento meno la velocità effettiva del punto di contatto divisa la velocità di puro rotolamento si ha

$$e = \frac{V - \omega r}{V}$$

structure is symmetrical (Fig. 6). Furthermore, a_0 can never be less than $a/2$ because otherwise wheel 3 would override the rail.

In order that wheels 2 and 4 also touch the rail, it must be $x_a = -x_b = 0$, that is $g = 0$; therefore $S-1,424 = 0$.

In the abstract this would be the absolute minimum track gauge with 4-flanged wheels⁽⁴⁾.

In this assessment, the radius of the curve does not appear: to be precise, however, it should be taken into account that the contact points at the 4 flanges are for the front wheelset forward and for the rear backward, with respect to the axis of the wheelset for the non-radiality of the wheelsets themselves. But the effect of the angle of attack is negligible.

When $x_p = x_a$

$$2x_a = \frac{a}{2R}(2a_0 - a)$$

$$a_{0 \lim P} = 2\frac{R}{a}x_a + \frac{a}{2}$$

there is the back limit of a_0 .

In this case wheel 4 touches the rail and this arrangement is called *enforced internal arrangement* (Fig. 7).

When a_0 is between $a/2$ and the rear limit, the set-up is free and only the flange of wheel 1 touches the rail (Fig. 8).

The value assumed by a_0 - and therefore the set-up of the bogie - is defined by the equilibrium of the actions acting on the bogie itself: forces F and T are, respectively, the "centrifugal" mass forces and the tractive effort translated to the centre of gravity.

3.3.1 Study of the set-ups and calculation of the thrusts

Now we need to find a criterion to derive the position of the M.R.C.: this problem is dealt with considering the balances of the longitudinal and transverse forces and the relative moments caused by the actions that engage the bogie.

These actions, which in the calculations are taken as quasi-static i.e. without oscillating and/or impulsive dynamic effects, can be seen as:

- mass forces: inertia of the bogie for transversal (a_{nc}) or longitudinal accelerations (starting, braking). However, the vertical inertias are neglected;
- active couples transmitted by the engines to the wheelsets or braking efforts on the wheels or disks;
- forces coming from the pivot, either real or virtual, from the body such as vertical and horizontal loads (i.e. the inertias of the same) and the resistance forces of the train coming from the hook or bumpers (if the train is

⁽⁴⁾ This measurement is not very different from the minimum gauge allowed (1426 mm).

$$\frac{V - V_{rot}}{V} = e$$
$$\frac{V_{rot}-V}{V} = \frac{d}{R} = e.$$
$$F_{ad} = fQ \frac{e}{e_{lim}} = fQ \frac{d}{R e_{lim}}$$

Le forze di attrito di puro rotolamento (ossia quelle che si avrebbero nella marcia in rettilineo) sono trascurabili; non così quelle dovute alla conicità ed al rigido parallelismo delle sale.

Poiché, in generale, i CRP sono 2 (uno per l'asse anteriore e l'altro per quello posteriore) ancorché giacenti sullo stesso raggio principale (a meno di collegamenti rigidi tra le ruote delle due sale-bielle – o di carrelli monomot-

- resistance to the motion typical of the bogie.

This system of forces must be balanced (the vertical ones by the carrying capacity of the track, but are not of interest for the purpose of the structure, except for the frictions they generate) those in the plane of the 4 points from the forces exchanged between wheels and rails.

For wheel 3 (or 4), which are the first and only that pass in adherence when the radius of the curve is kept under the 300 m radius, depending on the distance between M.R.C. and wheel, there is the reaction to contact proportional to the ratio between this distance and the result of the curve radius and the limit sliding multiplied by the friction.

$$e = \frac{V - \omega r}{V}.$$
$$\frac{V - V_{rot}}{V} = e$$

and calling d the distance between the rolling centre and the point of contact (Fig. 9) we have the proportion

$$\frac{V_{rot}-V}{V} = \frac{d}{R} = e.$$

Thus, the d/R ratio is equal to the sliding.

The force acting on wheel 3 is given by the ratio between its sliding and the limit

$$F_{ad} = fQ \frac{e}{e_{lim}} = fQ \frac{d}{R e_{lim}}$$

with e_{lim} the sliding limit below which the friction force is transformed into adherent. Being e_{lim} about 1.5/1000 with a radius of 300 m the friction/adherence transition distance between PC and M.R.C. would be about 0.45 m.

The friction forces of pure rolling (that is, those that there would be travelling on a straight line) are negligible; not so those due to the conicity and the rigid parallelism of the wheelsets.

Firstly, the vector sum of the components for each wheel is considered to have a creep direction and to the op-

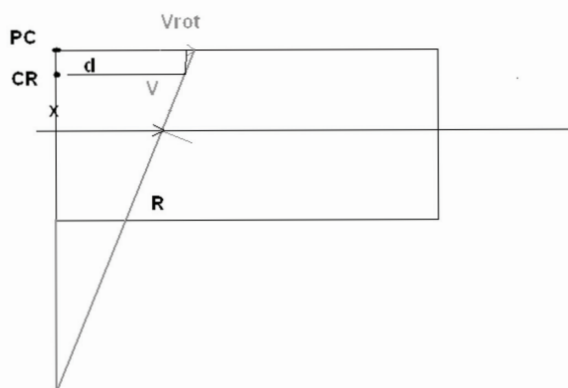


Fig. 9 – Ricerca dello scorrimento.
Fig. 9 – Creep search.

ri⁽⁵⁾ le incognite sono: le 3 coordinate dei CRP (a_0, y_a, y_p), le spinte di bordino che, al massimo sono altre 2 incognite. Però insieme alla spinta sulla ruota anteriore esterna, che si presume fino a prova contraria sempre esistente, le ulteriori spinte o sulla ruota posteriore esterna o su quella interna esistono solo quando, rispettivamente, si sia in assetto simmetrico esterno o obbligato interno, assetti per i quali è nota la posizione del raggio principale, per cui è eliminata una incognita.

Ciò posto si fissa un sistema di riferimento con asse x , coincidente con l'asse di simmetria longitudinale del carrello, si definiscono, a piacere: a_0 l'ascissa dell'intersezione con il raggio principale le ordinate y_a, y_p dei CPR e si tracciano le diagonali che collegano i punti di appoggio con i relativi CPR.

Nel più semplice caso, ossia quello senza forze esterne o di massa, si ha che il CRP è uno solo e si trova sull'asse x . Quindi per la ricerca dell'assetto è sufficiente risolvere una sola equazione (Fig. 10), nella quale compaia l'incognita a_0 .

Ammettiamo che l'assetto sia libero, allora l'equazione di equilibrio in CRP vale

$$M_{attr} = 2fQ(d_{ant} + d_{post})$$

Con:

$$d_{ant} = \sqrt{a_0^2 + c^2}$$

abbiamo:

$$d_{post} = \sqrt{(a - a_0)^2 + c^2}$$

Dividendo per c , chiamando $a_0/c = z$ ed $a/c = k$ si ha

$$M_{attr} = 2fQc \left(\sqrt{z^2 + 1} + \sqrt{(k - z)^2 + 1} \right)$$

Se l'assetto è libero deve essere

$$Y_1 a_0 = M_{attr} = 2fQc \left(\sqrt{z^2 + 1} + \sqrt{(k - z)^2 + 1} \right)$$

ossia

$$Y_1 = 2fQ \frac{1}{z} \left(\sqrt{z^2 + 1} + \sqrt{(k - z)^2 + 1} \right)$$

Per l'equilibrio delle forze trasversali deve essere

$$Y_1 = \sum T = 2fQ \left(-\frac{z}{\sqrt{(-z+k)^2 + 1}} + \frac{k-z}{\sqrt{z^2 + 1}} \right)$$

Eguagliando le due equazioni e risolvendo numericamente: dato k , si ricava z e, quindi, dato a/c , si ricava a_0/c ; e, d'opo, si ottiene a_0/a ⁽⁶⁾.

⁽⁵⁾ Per una quanto più immediata condivisione circa l'esistenza di 2 distinti centri di rotazione si consideri l'asse anteriore folle e quello posteriore in trazione (come è p.es. nel "carrello italiano" di alcune locomotive a vapore FS); il centro di rotazione dell'asse anteriore deve giacere sull'asse di simmetria longitudinale (affinché le componenti longitudinali delle forze di contatto si annullino), ma il centro di rotazione posteriore deve essere (per il motivo opposto) essere decentrato rispetto all'asse longitudinale. Naturalmente il raggio principale sarà comune.

⁽⁶⁾ Si è seguita la notazione e lo sviluppo impiegato dal Prof. N.PAPOLA [3] e delle Lezioni di Tecnica dei Trasporti Università la Sapienza di Roma - Istituto Trasporti AA 1968 -1969.

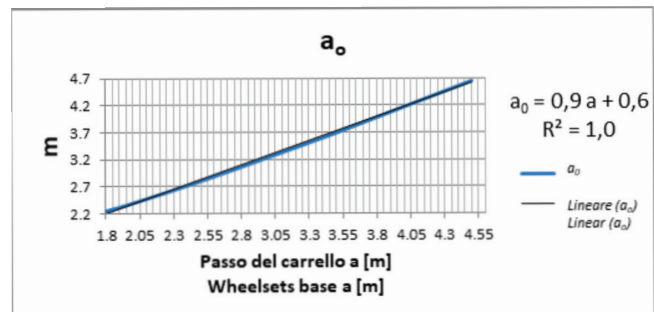


Fig. 10 – Posizione Centro Rotazione Principale.
Fig. 10 – Main Rotation Centre position.

posite direction (which is logical since they are frictional forces) and since said creep is orthogonal to the line connecting the 4 wheels to the Main Rotation Centre (M.R.C.), it all comes down to finding the coordinates of the centre of rotation, that is the set-up that, unfortunately, is the unknown factor of the problem. It will therefore be necessary to solve the equation system and then check whether, physically, the set-up obtained is compatible with the solution obtained.

Since, in general, there are 2 MRCs (one for the front axle and the other for the rear one) even though they are lying on the same main radius, (in fact, unless there are rigid connections between the wheels of the two wheelset – connecting rods - or of single-engine bogies, each of the two axles will provide a traction quota⁽⁵⁾) the unknowns are: the 3 coordinates of the MRCs (a_0, y_a, y_p), the thrust of the flange which, at most, are another 2 unknowns. However, together with the thrust on the outer front wheel, which is presumed always existing until proven otherwise, the further thrusts either on the external rear wheel or on the internal wheel exist only when, respectively, there is external symmetric or enforced interior arrangement, arrangements for which the position of the main radius is known, hence an unknown is eliminated.

Given this, a reference system is fixed with axis x , coinciding with the longitudinal axis of symmetry of the bogie, to define as desired: a_0 the abscissa of the intersection with the main radius the ordinates y_a, y_p of the MRC and the diagonals that connect the points of support with the relative MRCs are marked.

In the simplest case, i.e. the one without external or mass forces, the MRC is only one and is on the x axis. So

⁽⁵⁾ For more immediate sharing about the existence of two separate centres of rotation consider the front axle neutral and the rear one in traction (as it is for example in the "Italian bogie" of some FS steam locomotives): the centre of rotation of the front axle must lie on the longitudinal symmetry axis (so that the longitudinal components of the contact forces cancel out), but the rear rotation centre must be (for the opposite reason) off-centre with respect to the longitudinal axis. Naturally the main radius will be common.

Ne deriva che la posizione del CRP è funzione soltanto della geometria del veicolo.

Come si vede il CRP, che con elaborazione della equazione di 4° grado che lega a_0 con a e riduzione dei termini non rilevanti – nel campo di interesse, cioè per passi rigidi $1,8 \div 4,5$ m – può essere convenientemente approssimata ad una lineare, si trova dietro l'asse posteriore ed al crescere del passo si avvicina a questo, senza raggiungerlo.

Calcolato z è possibile ricavare la spinta Y_1 dalla

$$Y_1 = 2fQ \left(-\frac{z}{\sqrt{(-z+k)^2+1}} + \frac{k-z}{\sqrt{z^2+1}} \right) \quad [f.1]$$

Con analoga elaborazione della formula si ottiene la Fig. 11.

Si può dunque stimare che in assenza di forze diverse da quelle di attrito, e per i casi in cui la posizione del CRP è ammessa dal gioco scartamento binario/scartamento bordini (ossia per i casi per i quali $a_0 < a_{0 \text{ lim P}}$) l'iscrizione è libera e la spinta Y_1 varia con il passo del veicolo, diminuendo di intensità all'aumentare del passo medesimo.

La regressione di approssimazione della funzione [f.1] fornisce

$$\frac{Y_1}{fQ} = -0,1964 a + 3,1872$$

P. es per un passo di 2,65 m, $f = 0,25$ e $Q = 90$ kN si ottiene

$$Y_1 = 60 \text{ kN}$$

Come deve essere la spinta è lineare con fQ , e decresce al crescere del passo. Bisogna, ora, controllare se la posizione a_0 è consentita, cioè se è minore della posizione limite del CRP.

Dalla funzione

$$a_0 = 2 \frac{R}{a} x_a + \frac{a}{2}$$

che riduciamo alla seguente, avendo diviso per a e sostituito x_a

$$\frac{a_{0 \text{ lim P}}}{a} = (S - B - \frac{2}{1000}) \frac{R}{a^2} + \frac{1}{2}$$

da cui il grafico di Fig. 12, si desume che:

- come si era visto il limite inferiore del rapporto $a_{0 \text{ lim P}}/a$ tende, per qualunque caso, ad $1/2$, ossia il CRP si avvicina a quello limite anteriore (che è sull'asse di simmetria trasversale);
- focalizzando sul raggio $R=275$ m, si vede che con $S=1,435$ m il CRP è sempre interno, mentre che con $S=1,465$ m la curva è sempre maggiore di 1: quindi ogni posizione del CRP è possibile.

Dalla funzione $a_0/a = 0,9 + 0,6/a$ per $a = 2,65$ si ottiene 1,126; dalla Fig. 12 si osserva che per il passo $a = 2,65$ m, su una curva di raggio 275 m si ha:

for the search of the set-up it is sufficient to solve only one equation, in which the unknown factor a_0 appears.

Let us assume that the set-up is free, then the equilibrium equation in MRC has a value of

$$M_{attr} = 2fQ(d_{ant} + d_{post})$$

With

$$d_{ant} = \sqrt{a_0^2 + c^2}$$

Dividing by c , calling $a_0/c = z$ and $a/c = k$ we have

$$M_{attr} = 2fQc \left(\sqrt{z^2 + 1} + \sqrt{(k-z)^2 + 1} \right)$$

If the set-up is free it must be

$$Y_1 a_0 = M_{attr} = 2fQc \left(\sqrt{z^2 + 1} + \sqrt{(k-z)^2 + 1} \right)$$

that is

$$Y_1 = 2fQ \frac{1}{z} \left(\sqrt{z^2 + 1} + \sqrt{(k-z)^2 + 1} \right)$$

For the balance of transverse forces it must be

$$Y_1 = \sum T = 2fQ \left(-\frac{z}{\sqrt{(-z+k)^2+1}} + \frac{k-z}{\sqrt{z^2+1}} \right)$$

By equating the two equations and solving numerically: given k , we obtain z and, then, given a/c , we have a_0/c : and, after, we have $a_0/a^{(6)}$.

It follows that the position of the MRC is only a function of the vehicle geometry (Fig. 10).

As we can see the MRC, that with elaboration of the 4th degree equation that connects a_0 with a and reduction of the non-relevant terms - in the field of interest, i.e. for rigid pitches $1.8 \div 4.5$ m - can be conveniently approximated to a linear equation, is located behind the rear axle and as the wheel-base grows it comes closer to this, without reaching it.

Having calculated z it is possible to derive the Y_1 thrust

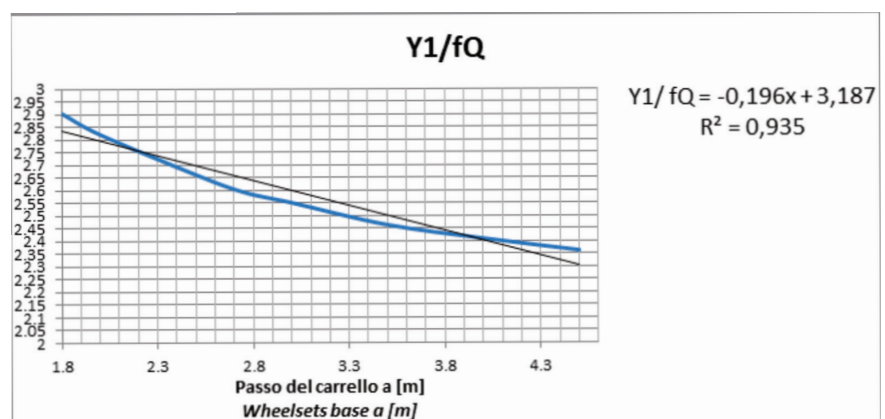


Fig. 11 – Spinta di guida.

Fig. 11 – Driving thrust.

⁽⁶⁾ The notation and development used by Prof. N. PAPOLA was followed [3] and Lessons of the Techniques of Transportation University La Sapienza of Rome - Transport Institute AA 1968 -1969.

- per scartamento 1,435 m, $a_0/a=1,126 > a_{0 \lim P}/a=0,93$;
- per scartamento 1,465 m $a_0/a=1,126 < a_{0 \lim P}/a=2,10$.

Per le situazioni dove $a_0/a > a_{0 \lim P}/a$, siamo in condizioni di assetto obbligato (interno): le ruote a bordino sono la 1 e la 4.

In questa situazione le incognite sono le spinte su queste, essendo la posizione a_0 , nota e pari a $a_{0 \lim P}$. Riprendendo il caso di $F=0$, dovrà essere

$$Y_1 = Y_4 + \sum T$$

$$M = Y_1 a_0 + Y_4 (a - a_0)$$

Con passaggi e risolvendo il sistema di equazioni si ha

$$Y_4 = \frac{M - a_{0 \lim P} \sum T}{a}$$

$$Y_1 = \frac{M}{a} + \sum T \left(1 - \frac{a_{0 \lim P}}{a}\right)$$

Ricordando che

$$M = 2fQ(\sqrt{a_{0 \lim P}^2 + c^2} + \sqrt{(a - a_{0 \lim P})^2 + c^2})$$

e che

$$\sum T = 2fQ \left(\frac{a_0}{\sqrt{a_{0 \lim P}^2 + c^2}} - \frac{a_0 - a_{0 \lim P}}{\sqrt{(a_{0 \lim P})^2 + c^2}} \right),$$

essendo i termini tra parentesi noti si risolve il sistema e si osserva (Fig. 13) che al crescere del passo rigido il rapporto Y_4/Y_1 tende a 1.

3.3.2. Analisi di comparazione

Dalla relazione

$$\frac{a_{0 \lim P}}{a} = \left(S - B - \frac{2}{1000} \right) \frac{R}{a^2} + \frac{1}{2}$$

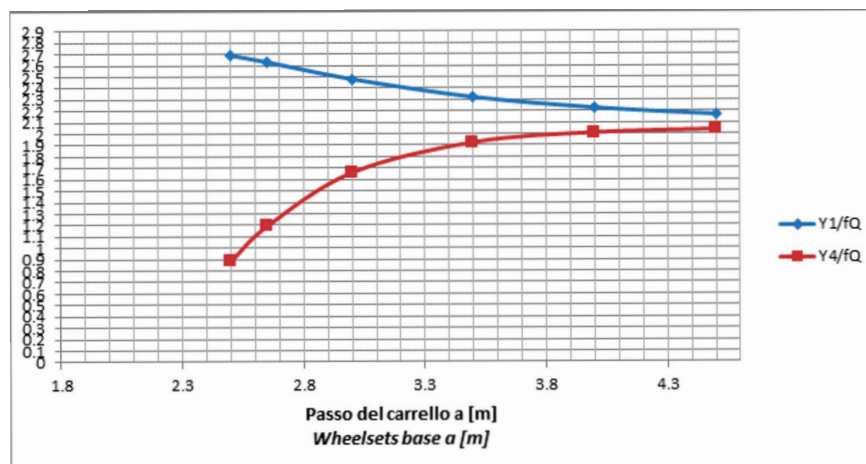


Fig. 13 – Rapporto spinte/attrito.

Fig. 13 – Thrust/friction ratio.

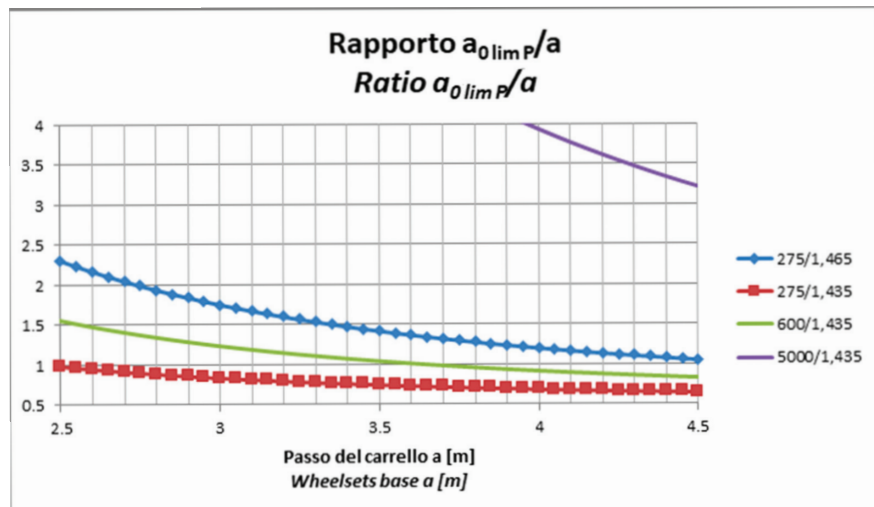


Fig. 12 – Rapporto posizione CRP/passaggio.

Fig. 12 – MRC position/wheel-base ratio.

from the

$$Y_1 = 2fQ \left(-\frac{z}{\sqrt{(-z+k)^2 + 1}} + \frac{k-z}{\sqrt{z^2 + 1}} \right) \quad [f.1]$$

With a similar elaboration of the formula, Fig. 11 is obtained.

It can therefore be estimated that in the absence of forces other than frictional forces, and for cases where the position a_0 of the MRC is permitted by the track gauge/flange gauge clearance (i.e. for cases for which $a_0 < a_{0 \lim P}$) curve negotiation is free and the Y_1 thrust varies with the vehicle's wheel-base, decreasing in intensity as the wheel-base increases.

The approximation regression of the function [f.1] provides

$$\frac{Y_1}{fQ} = -0,1964 a + 3,1872$$

E.g. for a wheel-base of 2.65 m, $f = 0.25$ and $Q = 90$ kN we obtain

$$Y_1 = 60 \text{ kN}$$

How it should be, the thrust is linear with fQ , and decreases as the wheelbase increases. It is now necessary to check if the a_0 position is allowed, that is if it is smaller than the limit position of the MRC.

From function

$$a_0 = 2 \frac{R}{a} x_a + \frac{a}{2}$$

which we reduce to the following, having divided by a and replaced x_a

$$\frac{a_{0 \lim P}}{a} = \left(S - B - \frac{2}{1000} \right) \frac{R}{a_0} + \frac{1}{2}$$

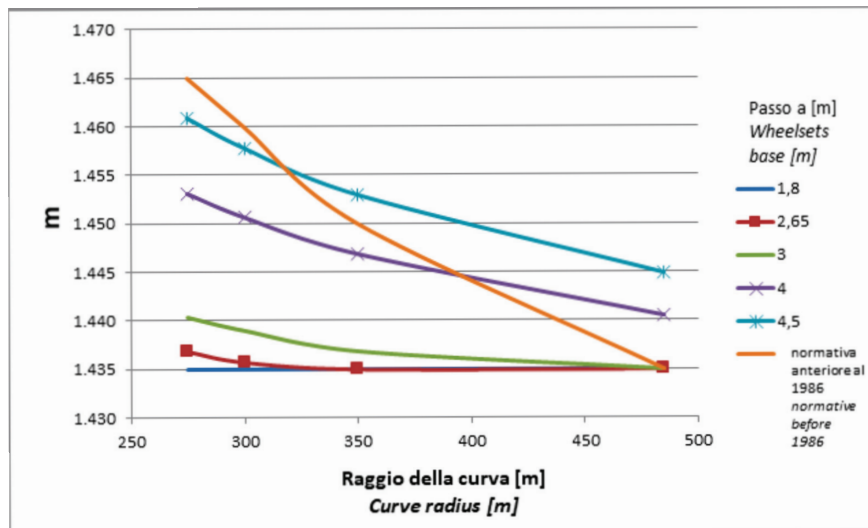


Fig. 14 – Scartamento minimo.
Fig. 14 – Minimum gauge.

e dalla considerazione che per $a = a_{0 \lim P}$ l'assetto è obbligato interno si ottiene il valore dello scartamento limite oltre il quale l'assetto è certamente libero, ossia quando $a > a_{0 \lim P}$: si ha (Fig. 14)

$$B + \frac{2}{1000} + \frac{1}{2} \frac{a^2}{R} = S_{\lim}$$

Per la norma ante 86 già si ammetteva che per i passi più lunghi e per i raggi ristretti lo scartamento non fosse quello minimo per l'iscrizione libera.

Per una valutazione quanto più realistica possibile (Tabella 2) dato che la condizione di forze esterne nulle è

Tabella 2 – Table 2

Coefficiente di attrito Friction coefficient	f	0,25
Carico verticale statico ruota kN Wheel static vertical load kN	Q	90
Passo delle sale m Wheel set wheelbase m	a	2,65
Scartamento bordini m Flange gauge m		1,426
Distanza cerchi mm Rims distance mm	2 c	70,6+S _{Binario}
Semisforzo di trazione/spinta kN Tension/kN thrust half-force	T/2	-10 /30 ^(*)
Semisforza trasversale kN Transverse force kN	F/2	0/18 ^(**)
Raggio della curva m Radius of the curve m	Raggio	275

^(*) Ottenuto da uno sforzo di trazione al gancio di 120 kN.

^(**) Ottenuto per una accelerazione non compensata di 1 m/s² (9000 kg · 8 · 1/4 = 18000 N).

^(*) Obtained by a traction force at the hook of 120 kN.

^(**) Obtained for an uncompensated acceleration of 1 m/s² (9000 kg · 8 · 1/4 = 18000 N).

from which the graph of Fig. 12, we infer that:

– as we have seen the lower limit of the ratio $a_{0 \lim P}/a$ tends, for any case, to $1/2$, i.e. the MRC approaches the front limit (which is on the axis of transverse symmetry);

– focusing on the radius $R=275$ m, we see that with $S = 1,435$ m the MRC is always internal, whereas with $S = 1,465$ m the curve is always greater than 1: therefore every position of the MRC is possible.

From the function $a_0/a = 0.9 + 0.6/a$ for $a = 2.65$ we obtain 1,126; from Fig. 12 it is observed that for wheel-base $a = 2.65$ m, on a radius curve of 275 m we have:

– for gauge 1,435 m, $a_0/a = 1,126 > a_{0 \lim P}/a = 0.93$;

– for gauge 1,465 m $a_0/a = 1,126 < a_{0 \lim P}/a = 2.10$.

For situations where $a_0/a > a_{0 \lim P}/a$, we are in a forced set-up condition (internal): the flange wheels are 1 and 4.

In this situation the unknowns are the thrusts on these, being the position a_0 known and equal to $a_{0 \lim P}$.

Resuming the case of $F = 0$, it will have to be

$$Y_1 = Y_4 + \sum T$$

$$M = Y_1 a_0 + Y_4 (a - a_0)$$

Through steps and solving the system of equations we have

$$Y_4 = \frac{M - a_{0 \lim P} \sum T}{a - a_{0 \lim P}}$$

$$Y_1 = \frac{M}{a} + \sum T \left(1 - \frac{a_{0 \lim P}}{a}\right)$$

Remembering that

$$M = 2fQ(\sqrt{a_{0 \lim P}^2 + c^2} + \sqrt{(a - a_{0 \lim P})^2 + c^2})$$

and that

$$\sum T = 2fQ \left(\frac{a_0}{\sqrt{a_{0 \lim P}^2 + c^2}} - \frac{a_0 - a_{0 \lim P}}{\sqrt{(a_{0 \lim P})^2 + c^2}} \right),$$

since the terms in the brackets are known, the system is solved and it is observed (Fig. 13) that as the rigid wheel-base increases, the ratio Y_4/Y_1 tends to 1.

3.3.2. Comparison analysis

From the relation

$$\frac{a_{0 \lim P}}{a} = \left(S - B - \frac{2}{1000}\right) \frac{R}{a^2} + \frac{1}{2}$$

and from the consideration that for $a = a_{0 \lim P}$ the arrangement is internally enforced the value of the limit gauge is

alquanto improbabile perché richiede il compenso esatto della centrifuga ed uno sforzo di trazione esattamente pari alle resistenze al moto, occorre considerare anche gli effetti del sovraccarico delle ruote esterne/scarico ruote interne (in presenza di forza centrifuga); p.es.:

- ruote 1 e 3 $= 1 + \frac{F}{2} \frac{1,7}{1,5} \frac{1}{Q}$
- ruote 2 e 4 $= 1 - \frac{F}{2} \frac{1,7}{1,5} \frac{1}{Q}$

con 1,7 altezza in metri del baricentro sul p.d.f.; 1,5 m scartamento approssimato.

Non è interessante riprodurre tutte le situazioni, ma si riportano i grafici di sintesi (Figg. 15 e 16).

Eseguendo i calcoli (seguendo la procedura di cui l'Appendice 1) si osserva che:

- questo sviluppo giustifica l'affermazione di UEBELAECKER e di HEUMANN [7]: le condizioni peggiori per

obtained beyond which the set-up is certainly free, i.e. when $a > a_{0\lim}$; we have (Fig. 14)

$$B + \frac{2}{1000} + \frac{1}{2} \frac{a^2}{R} = S_{\lim}$$

For the former 86 norm, it was already admitted that for the longer wheelbases and for narrow radii the gauge was not the minimum for curve negotiation.

For an assessment as realistic as possible (Table 2) given that the condition of null external forces is unlikely because it requires the exact compensation of the centrifuge and a traction effort exactly equal to the resistances to the motion, it is also necessary to consider the effects of the overload of the external wheels/internal wheels discharge (in the presence of centrifugal force); e.g.:

- wheels 1 and 3 $= 1 + \frac{F}{2} \frac{1,7}{1,5} \frac{1}{Q}$
- wheels 2 and 4 $= 1 - \frac{F}{2} \frac{1,7}{1,5} \frac{1}{Q}$

with 1.7 height in metres of the centre of gravity on the top of rail; 1.5 m approximate gauge.

It is of no interest to reproduce all the situations, but the summary graphs are shown (Figs. 15 and 16).

By performing the calculations (following the procedure described in Appendix 1) we observe that:

- this development justifies the affirmation of UEBELAECKER and HEUMANN [7]: the worst conditions for the Y_1 flange thrust are in the absence of longitudinal traction effort;
- with equal traction effort, the thrust on the driving wheel increases linearly with F [approx. the thrust increases, with respect to the situation of null external forces, with the value of $F/2$];
- for the maximum possible negative transverse force, net of horizontal thrusts such as the wind, which occurs in very slow speed on a maximum height of 160 mm, the value of $F/2$ draws - 19 kN: under these conditions with a friction of $f = 0.25$ Y_1 still has a value of 40.95 kN. For the cancellation of the thrust on the driving wheel the friction should fall to about 0.10.

It turns out that the condition of maximum thrust is around $T/2 = -10$ kN and $F = F_{\max}$; being the thrust for $F=0$ equal to 59.6 kN and that for F_{\max} 75.1 kN it is observed that the increase due to the maximum allowed centrifugal force, is slightly more than $1/4$.

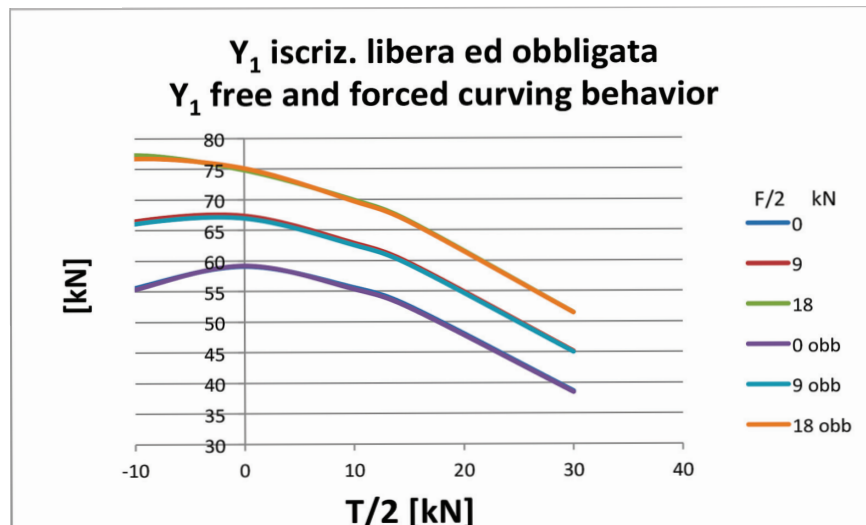


Fig. 15 - Spinte Y_1 e sforzi di trazione-frenatura.
Fig. 15 - Y_1 thrusts and traction-braking stresses.

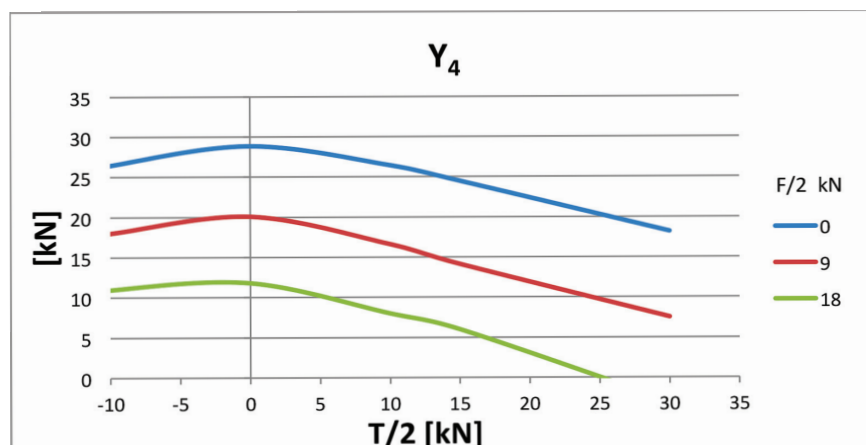


Fig. 16 - Spinte Y_4 e sforzi di trazione-frenatura.
Fig. 16 - Y_4 thrusts and traction-braking stresses.

la spinta di bordino Y_1 si hanno in assenza di forze longitudinali di trazione;

- a parità di forza di trazione, la spinta sulla ruota di guida cresce linearmente con F [approssimativamente la spinta cresce, rispetto alla situazione di forze esterne nulle, del valore di $F/2$];
- per la massima forza trasversale negativa possibile, al netto di spinte orizzontali quali il vento, che si ha per marcia lentissima su sopraelevazione massima di 160 mm, il valore di $F/2$ attinge – 19 kN: in tali condizioni con un attrito di $f=0,25$ la Y_1 vale ancora 40,95 kN. Per l'annullamento della spinta sulla ruota di guida l'attrito dovrebbe scendere a circa 0,10.

Risulta che la condizione di massima spinta è quella nell'intorno di $T/2=-10$ kN ed $F=F_{\max}$; essendo la spinta per $F=0$ pari a 59,6 kN e quella per F_{\max} 75,1 kN si osserva che l'incremento dovuto alla forza centrifuga massima ammessa, è poco più di $1/4$.

A parità di forza trasversale F , al crescere della forza di trazione T , la spinta sulla ruota a bordino diminuisce più che linearmente (curva di ordine 2).

Quando l'assetto è obbligato la spinta sulla ruota anteriore è assai vicina a quella di assetto libero e rispetta le stesse proprietà.

Invece la spinta sulla ruota 4, che è massima per una forza longitudinale nulla, segue una legge decrescente al variare di questa.

Ciò si spiega con il fatto che il momento "antiorario" rispetto alla ruota 1 provocato dalla frenatura – che tende a ridurre il momento "orario" della forza Y_4 – è compensato dal minore momento degli attriti: infatti spostandosi i CRP verso l'interno della curva, mutano, riducendosi - le proiezioni delle forze d'attrito che generano il momento in 1.

L'assetto vincolato interno, dunque, è caratterizzato da spinte Y_4 massime per $F=0$, situazione certamente rara⁽⁷⁾, e $T=0$; le situazioni più frequenti sono, invece, quelle con presenza di accelerazione non compensata e trazione (quanto meno per vincere la resistenza al moto!) quando Y_4 si riduce.

È pure interessante che, sia Y_1 che Y_4 hanno andamento parabolico, come si evince facilmente con una analisi di tendenza. Ne deriva che il loro rapporto è pressoché costante al variare di T .

3.3.3. Parametri di influenza

I parametri che condizionano l'assetto (e le spinte di bordino) sono:

At the same transverse force F , as the tensile force T increases, the thrust on the wheel with the flange in contact with the rail decreases more than linearly (order 2 curve).

When the arrangement is forced, the thrust on the front wheel is very close to that of free arrangement and respects the same properties.

Instead the thrust on wheel 4, which is maximum for a zero longitudinal force, follows a decreasing law as this changes.

This is explained by the fact that the "counterclockwise" moment with respect to wheel 1 caused by braking - which tends to reduce the "time" moment of the Y_4 force - is offset by the smaller frictional moment: in fact moving the MRCs towards the inside of the curve, the projections of the frictional forces that generate the moment in 1 change and decrease.

The internal constrained arrangement therefore, is characterised by maximum Y_4 thrusts for $F=0$, certainly rare situation⁽⁷⁾, and $T=0$; the most frequent situations, however, are those with the presence of uncompensated acceleration and traction (at least to overcome the resistance to motion!) when Y_4 is reduced.

It is also interesting that both Y_1 and Y_4 have a parabolic trend, as can easily be seen with a trend analysis.

It follows that their ratio is almost constant with the variation of T .

3.3.3. Influence parameters

The parameters that condition the arrangement (and the flange thrusts) are:

- the friction coefficient;
- The vertical load of a wheel;
- the rigid wheelbase;
- the half-width of the supporting parallelogram;
- the braking traction effort;
- the acting centrifugal force F ;
- the load unbalance coefficients;
- the distance of the active faces of the flanges;
- the radius of the curve;
- the limit creep.

In the case in question the vehicle, the radius of the curves and the creep are defined therefore only the friction coefficient, the traction/braking force, the acting centrifugal

⁽⁷⁾ Su una curva di raggio 275 m, da considerare raggio minimo della linea, la velocità di rango A vale $= 4,62 \cdot 275^{1/2} = 80$ km/h con $a_{nc} = 0,6$ m/s². Per una $a_{nc} = 0$, cioè in presenza del massimo eccesso di sopraelevazione, il treno viaggierebbe a soli 60 km/h, evento che appare infrequente

⁽⁷⁾ On a curve of radius 275 m, to be considered minimum radius of the line, the speed of rank A is $= 4,62 \cdot 275^{1/2} = 80$ km/h with $a_{nc} = 0,6$ m/s². For an $a_{nc} = 0$, i.e. in the presence of maximum excess of track cant, the train would travel at only 60 km/h, an event that seems uncommon.

- il coefficiente di attrito;
- Il carico verticale di una ruota;
- il passo rigido;
- la semilarghezza del parallelogramma di appoggio;
- lo sforzo di trazione frenatura;
- la forza centrifuga agente F;
- i coefficienti di squilibrio del carico;
- la distanza delle facce attive dei bordini;
- il raggio della curva;
- lo scorrimento limite.

Nel caso in esame il veicolo, il raggio delle curve e lo scorrimento sono definiti per cui restano a condizione l'assetto solo il coefficiente di attrito, lo sforzo di trazione/frenatura, la forza centrifuga agente F ed, ovviamente, lo scartamento.

Coefficiente di attrito

Si esamina, in primis, la situazione con $S = 1,465$ m.

Le forze attive siano nulle: in questo caso per simmetria il CPR giace sull'asse di simmetria longitudinale, pertanto $y_a = y_b = 0$.

Dalla già data equazione di equilibrio dei momenti intorno al punto di contatto 1

$$M_1 = fQ(2c[L_2 + L_4] - a[T_4 + T_3])$$

è evidente che, dovendo essere $M_1 = 0$, il valore è costante per qualunque f ed è dato dai rapporti geometrici tra a e c .

Invece, per $F > 0$, il CRP, al crescere di f , si sposta allontanandosi dall'asse anteriore: l'andamento è in figura: si osserva che per bassi valori molto bassi di attrito permane l'assetto simmetrico; in nessun caso si ha assetto obbligato interno, ossia quando $a_0 = a_{0\lim P}$ (Fig. 17).

La situazione è alquanto diversa per $S = 1,435$ m (Fig. 18).

Infatti, in ragione del minore gioco tra distanza bordini e scartamento del binario, il campo di escursione del CRP si riduce. Infatti se per lo scartamento $1,465$ $a_{0\lim P} = 5,58$ m, per lo scartamento $1,435$ m si ha $a_{0\lim P} = 2,467$ m.

Ciò significa che l'assetto libero è possibile per casi assai limitati (per f piccoli e F grandi).

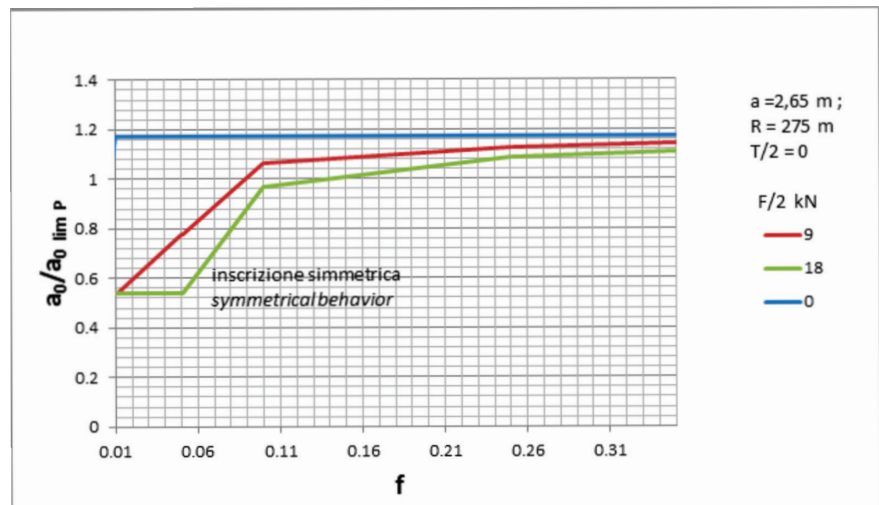


Fig. 17 – Posizione CRP con coefficiente di attrito ($S_{\text{Binario}} = 1,465$ m).

Fig. 17 – MRC position with friction coefficient ($S_{\text{Track}} = 1.465$ m).

force F and, obviously, the gauge remain to condition the arrangement.

Friction coefficient

First of all, the situation with $S = 1.465$ m is examined.

The active forces are null: in this case, by symmetry, the MRC lies on the longitudinal symmetry axis, therefore $y_a = y_b = 0$.

From the already given equilibrium equation of the moments around the point of contact 1

$$M_1 = fQ(2c[L_2 + L_4] - a[T_4 + T_3])$$

it is evident that, having to be $M_1 = 0$, the value is constant for any f and is given by the geometric ratios between a and c .

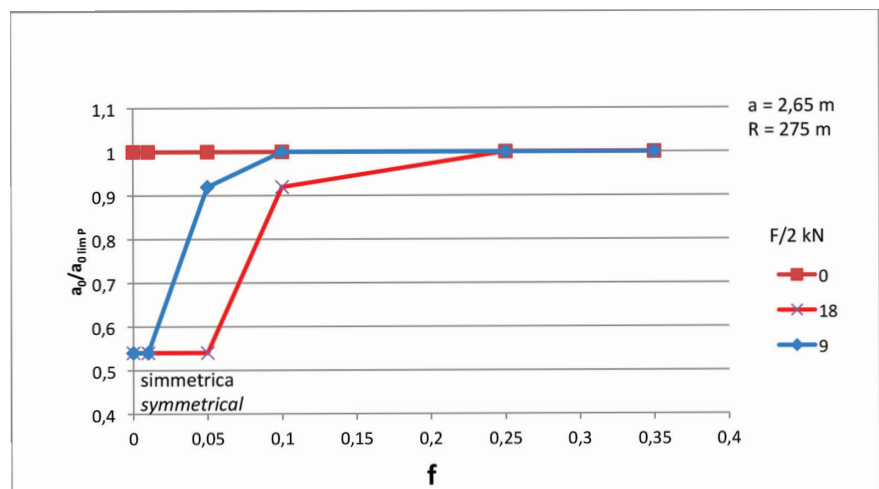


Fig. 18 – posizione CRP con coefficiente di attrito ($S_{\text{Binario}} = 1,435$ m).

Fig. 18 – MRC position with friction coefficient ($S_{\text{Track}} = 1.435$ m).

Dalla Fig. 18 – relativa al passo 2,75 m - si osserva che per coefficienti f di interesse ($0,2 \div 0,3$) il CRP è sempre in $a_0 = a_{0 \lim P}$, quindi l'assetto è obbligato interno.

Forze centrifuga e di trazione /frenatura

I momenti dovuti agli sforzi di trazione agiscono nello stesso senso della forza centrifuga: pertanto al loro crescere si attende la tendenza alla iscrizione libera; viceversa per quelli di frenatura la rotazione è tale da accostare la ruota 4 alla rotaia.

Ma considerando il massimo attrito possibile (esageratamente 0,4) e la massima frenatura possibile (70 kN per carrello, equivalente ad una decelerazione di 2 m/s^2 !) i centri di rotazione si portano su un raggio principale che si stacca ad $a_{0P} = 2,8 \text{ m}$, quindi assai lontano da $a_{0 \lim P}$.

Nel caso di assetto vincolato interno la frenatura conferma l'assetto; lo sforzo di trazione, ancorché intenso, non è sufficiente ad allontanare la ruota 4 dalla rotaia.

4. Usura

Partendo dalle affermazioni, dimostrate sperimentalmente, che:

- il volume d'usura è proporzionale allo spazio percorso dal corpo strisciante;
- il volume d'usura è proporzionale al carico d'attrito applicato;
- il volume d'usura è inversamente proporzionale alla durezza del materiale più tenero.

Nella valutazione comparativa si deve tener conto di quanto in b), posto che le posizioni a) e c) sono comuni nel caso in studio.

Quindi, di fatto, si applica l'ipotesi del REYE, secondo cui "il volume di materiale asportato per usura è proporzionale al lavoro compiuto dalle forze di attrito" [6].

Per il carico di attrito si divide tra quello agente sulla tavola di rotolamento, che provocherà l'usura di questa e quello agente sul bordino (spinta di bordino).

Circa i carichi sulla tavola si analizzano la somma vettoriale delle forze longitudinali con quelle trasversali, agenti sulle 4 ruote, e se ne farà la somma.

4.1. Usura della tavola di rotolamento

Seguendo lo STAGNI [4], nella situazione di forze non di attrito nulle, si immagina che il veicolo compia un giro completo di circonferenza: le ruote avranno percorso, per l'iscrizione libera - circonferenze di raggio:

- sala anteriore $2\pi\sqrt{a_0^2 + c^2}$;
- sala posteriore $2\pi\sqrt{(a_0 - a)^2 + c^2}$;
- da cui la somma $2\pi(\sqrt{a_0^2 + c^2} + \sqrt{a_0^2 + a^2 - 2a_0 a + c^2})$.

Come si vede, moltiplicando la relazione per fQ e dividendo per 2π si ha quella di pag. 280 (somma dei momenti di attrito rispetto al CRP) che suggeriva, con buo-

Instead, for $F > 0$, the MRC, as f increases, moves away from the front axle: the trend is in the figure: it is observed that for very low values of friction the symmetrical structure remains; in no case does it have an internal enforced arrangement, i.e. when $a_0 = a_{0 \lim P}$ (Fig. 17).

The situation is quite different for $S = 1.435 \text{ m}$ (Fig. 18).

In fact, due to the lower clearance between the flange spacing and the track gauge, the range of excursion of the MRC is reduced. In fact if for the gauge 1.465 m $a_{0 \lim P} = 5.58 \text{ m}$, for the gauge 1.435 m we have $a_{0 \lim P} = 2.467 \text{ m}$.

This means that the free arrangement is possible for very limited cases (for small f and large F).

From Fig. 18 - relative to the 2.75 m wheelbase - it is observed that for coefficients f of interest ($0.2 \div 0.3$) the MRC is always in $a_0 = a_{0 \lim P}$, hence the arrangement is enforced internally.

Centrifugal forces and traction/braking forces

The moments due to the traction efforts act in the same sense as the centrifugal force: therefore, the trend towards free curve negotiation is expected to grow; vice versa, for braking ones, the rotation is such as to bring wheel 4 closer to the rail.

But considering the maximum friction possible (exaggeratedly 0.4) and the maximum possible braking (70 kN per bogie, equivalent to a deceleration of 2 m/s^2 !!!) the centres of rotation are carried on a main radius that detaches at $a_{0P} = 2.8 \text{ m}$, therefore very far from $a_{0 \lim P}$.

In the case of internal constrained arrangement the braking confirms the arrangement; the tensile stress, even if intense, is not sufficient to distance wheel 4 from the rail.

4. Wear

Starting from the experimentally demonstrated statements, that:

- the amount of wear is proportional to the space travelled by the sliding body;*
- the amount of wear is proportional to the applied friction load;*
- the amount of wear is inversely proportional to the hardness of the softer material.*

In the comparative assessment we must take into account of what is in b), given that positions a) and c) are common in the case under study.

Therefore, in fact, the REYE hypothesis is applied, according to which "the volume of material removed for wear is proportional to the work performed by the friction forces" [6].

For the friction load it is divided between the one acting on the rolling surface, which will cause the wear of this and that acting on the flange (flange push).

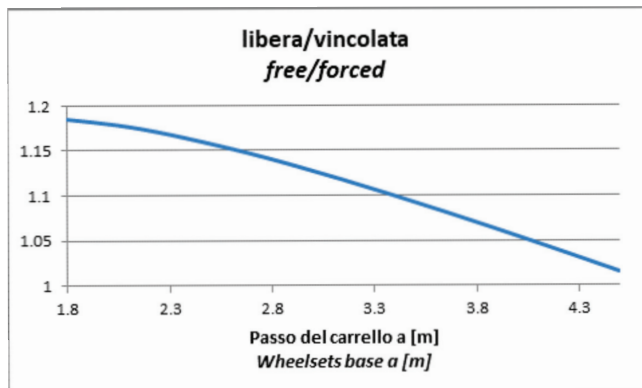


Fig. 19 – Rapporto consumi della tavola.
Fig. 19 – Surface wear report.

na, approssimazione esser la posizione del CRP funzione del solo passo rigido (a parità di c).

Tale la somma equivale al prodotto di Y_1 per a_0 da cui il lavoro degli attriti è proporzionale al carico di ruota, coefficiente di attrito e caratteristiche geometriche del carrello.

Per la vincolata essendo $a_0 = a$ il giro vale

$$2\pi(\sqrt{a^2 + c^2} + c)$$

con le stesse considerazioni di prima. Pertanto il rapporto tra libera e vincolata vale (Fig. 19).

Nel caso, invece, di presenza di forze attive non nulle si ha che, mediamente – nelle diverse situazioni di carico che si possono manifestare – il rapporto tra libera e obbligata vale circa il 30% in più per la libera relativamente ai valori massimi del lavoro, circa pari per i valori minimi.

4.2. Usura dei bordini

Detti Y_1 ed, eventualmente, Y_4 le forze di bordino hanno una componente normale all'asse della rotaia data da

$$Y_{1n} = Y_1 \cos \alpha_A$$

$$Y_{4n} = Y_4 \cos \alpha_P$$

ed una componente tangenziale data da

$$Y_{1t} = Y_1 \sin \alpha_A$$

$$Y_{4t} = Y_4 \sin \alpha_P$$

Essendo α gli angoli di attacco.

Per quello anteriore si ha $\sin \alpha_A = \frac{a_0}{R}$ e per quello posteriore $\sin \alpha_P = (a - a_0)/R$. quindi grazie alla piccolezza degli angoli

$$Y_{1n} = Y_1$$

$$Y_{4n} = Y_4$$

$$Y_{1t} = Y_1 \alpha_A = Y_1 \frac{a_0}{R}$$

$$Y_{4t} = Y_4 \alpha_P = Y_4 \frac{a - a_0}{R}$$

La somma delle forze che cimentano i bordini è

$$U = (Y_{1n} + Y_{4n}) + Y_{1t} + Y_{4t} = Y_1 \left(f + \frac{a_0}{R} \right) + Y_4 \left(f + \frac{a}{R} - \frac{a_0}{R} \right)$$

About the loads on the surface we analyse the vectorial sum of the longitudinal forces with the transverse ones acting on the 4 wheels, and we will sum it up.

4.1. Surface wear

Following STAGNI [4], in the event of null non-frictional forces, it is imagined that the vehicle completes a full circle: the wheels will have travelled, for free curve negotiation - radius circumferences:

- front wheel set $2\pi\sqrt{a_0^2 + c^2}$;
- back wheel set $2\pi\sqrt{(a_0 - a)^2 + c^2}$;
- from which the sum $2\pi(\sqrt{a_0^2 + c^2} + \sqrt{a_0^2 + a^2 - 2a_0 a + c^2})$.

As we can see, multiplying the relation by fQ and dividing by 2π we have that of page 281 (sum of the moments of friction with respect to the MRC) which suggested, with good approximation, the position of the MRC function of the rigid wheelbase only (c being equal).

This sum is equivalent to the product of Y_1 times a_0 from which the friction work is proportional to the wheel load, friction coefficient and geometric characteristics of the bogie.

As for the constrained being $a_0 = a$

$$2\pi(\sqrt{a^2 + c^2} + c)$$

the same considerations as before are valid.

Therefore the relationship between free and constrained curve negotiation is valid (Fig. 19).

In case of, on the other hand, the presence of non-zero active forces, on average - in the different load situations that may occur - the ratio between free and forced is about 30% higher for free with respect to maximum work values, approximately equal for the minimum values.

4.2. Flange wear

Said Y_1 and possibly Y_4 the flange forces have a normal component at the rail axis given by

$$Y_{1n} = Y_1 \cos \alpha_A$$

$$Y_{4n} = Y_4 \cos \alpha_P$$

and a tangential component given by

$$Y_{1t} = Y_1 \sin \alpha_A$$

$$Y_{4t} = Y_4 \sin \alpha_P$$

Being α the angle of attack.

For the front one there is $\sin \alpha_A = \frac{a_0}{R}$ and for the back one $\sin \alpha_P = (a - a_0)/R$. so thanks to the smallness of the corners

$$Y_{1n} = Y_1$$

$$Y_{4n} = Y_4$$

$$Y_{1t} = Y_1 \alpha_A = Y_1 \frac{a_0}{R}$$

$$Y_{4t} = Y_4 \alpha_P = Y_4 \frac{a - a_0}{R}$$

Nel caso di $a_0 = 3 \text{ m}$, $a = 2,65 \text{ m}$, $R = 275 \text{ m}$ (libera) si ha $a_0/R=0,011$, $a/R = 0,010$ trascurabili rispetto ad f . Per l'obbligata il rapporto a_0/R è ancora minore. Quindi il rapporto dei consumi tra obbligata e libera vale $1 + Y_4/Y_1$ (Fig. 20).

Nella Fig. 20 detti rapporti sono dati per un carrello di locomotiva FS E464 su una curva di raggio $R = 275 \text{ m}$. Per avere una indicazione complessiva occorre, però, considerare il caso pratico.

5. Applicazione

Si considera un treno reversibile composto da locomotiva E 464 (Tabella 3) e da carrozze di cui la Tabella 4 circolante sulla linea di caratteristiche di cui la Tabella 5 e con le prestazioni della Tabella 6. Nel primo caso tale treno percorre un tratto in curva di raggio $R = 275 \text{ m}$ con scartamento $1,465 \text{ m}$, nel secondo caso percorre lo stesso tratto di binario ma con scartamento $1,435 \text{ m}$: il confronto sul totale delle usure (che, si ricorda è dato dal prodotto delle spinte per la distanza percorsa) si esegue sommando le spinte nei due casi e rapportando le somme tra loro.

Tabella 3 – Table 3

Locomotiva Locomotive	FS E 464
Rodiggio Running gear	
Lunghezza m Length m	15,750
Interperno m Distance between pivots m	7,54
Passo del carrello m Bogie wheelbase m	2,65
Massa t Mass t	72
Carico verticale ruota kN kN wheel vertical load	90
Diametro ruote m Wheel diameter m	1,1
Sforzo massimo di trazione kN kN maximum traction power	200
Sforzo a 80 km/h Effort at 80 km/h	130

Tabella 4 – Table 4

Treno Train	11 carrozze Md 11 carriages Md
Massa 1 carrozza t Mass 1 carriage t	38
Massa rimorchiata t Towed mass t	419
Massa totale treno t Total train mass t	491

Tabella 5 – Table 5

Linea Line	
Curve raggio m Radius curves m	275
Ascesa / discesa ‰ Ascent /descent ‰	12
Velocità rango B km/h Rank speed B km/h	80

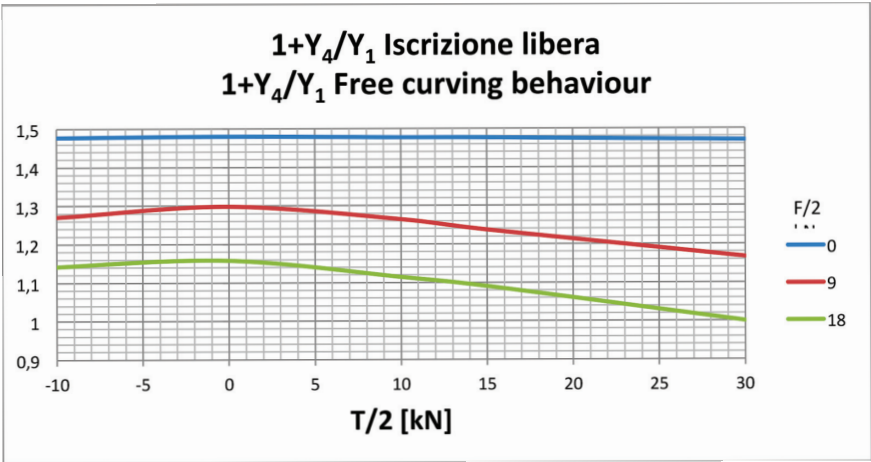


Fig. 20 – Rapporto consumi dei bordini.
Fig. 20 – Flange wear report.

The sum of the forces that engage the flanges is

$$U = F(Y_{1n} + Y_{4n}) + Y_{1t} + Y_{4t} = Y_1 \left(f + \frac{a_0}{R} \right) + Y_4 \left(f + \frac{a}{R} - \frac{a_0}{R} \right)$$

In the case of $a_0=3 \text{ m}$, $a=2.65 \text{ m}$, $R=275 \text{ m}$ (free curve negotiation) we have $a_0/R=0.011$, $a/R=0.010$ negligible compared to f .

For the enforced the ratio a_0/R is even less. So the consumption ratio between forced and free has a value of $1+Y_4/Y_1$ (Fig. 20).

In Fig. 20 said ratios are given for an FS E464 locomotive bogie on a radius curve $R=275 \text{ m}$. To have an overall indication, however, it is necessary to consider the practical case.

5. Application

A reversible train consisting of an E 464 locomotive (Table 3) and of carriages as in Table 4 circulating on the line with the characteristics shown in Table 5 and with the performance of Table 6 is considered. In the first case, this train travels along a curve section of radius $R = 275 \text{ m}$ with a $1,465 \text{ m}$ gauge, in the second case it covers the same section of track but with a $1,435 \text{ m}$ gauge: the comparison of the total wear (which is given by the result of the thrusts for the distance travelled) is performed by adding the thrusts in the two cases and comparing the sums to each other.

Tabella 6 – Table 6

Prestazione Performance	
Resistenza al moto in piano e rettilineo <i>Resistance to motion in plane and straight line</i>	$R = [2,5 + 0,0003V^2] P_{loc} + [2,5 + 0,00025V^2] P_{rim} = 2036 \text{ daN}$
Resistenza per la pendenza <i>Resistance to inclination</i>	$R_p = 491 \cdot 12 = 5891 \text{ daN}$
Resistenza per la curva $R = 275\text{m}$ <i>Resistance for the curve $R = 275\text{m}$</i>	$R_c = 3 \cdot 491 = 1473 \text{ daN}$
Resistenza totale <i>Total resistance</i>	$R_{tot} = 94 \text{ kN}$ Compatibile con lo sforzo di trazione - <i>Compatible with the traction effort.</i>
Sforzo di trazione / carrello <i>Traction effort/ bogie</i>	47 kN
Sforzo di ritenuta in discesa <i>Holding effort</i>	$2036 + 1473 - 5891 = -2383 \text{ daN}$
Sforzo per carrello loco <i>Effort for loco bogie</i>	$-2383 \cdot 72 \cdot 0,5 / 491 = -0,174 \text{ daN}$ (trascurabile)
Forza trasversale per carrello <i>Transverse force for bogie</i>	$F = 0,8 \cdot 72 / 2 = 28,8 \text{ kN}$
Sforzo laterale su carrello per spinta eccentrica su respingente <i>Lateral force on bogie for eccentric thrust on bumper</i>	$\Delta F = T \frac{\text{semidistanza resp.}}{\text{interperno}} = T/10$ $\Delta F = T \frac{\text{semidistance bumper}}{\text{dist. between pivot}} = T/10$
ΔF massima # minima <i>Maximum # minimum ΔF</i>	$\pm 9,4 \text{ kN}$
Squilibrio di carico trasversale per ruota <i>Transverse load unbalance per wheel</i>	$\Delta Qr = \mp \frac{F}{2} \cdot \frac{1,7}{1,50}$
Coefficiente di attrito <i>Friction coefficient</i>	0,25

Combinazioni di carico

➤ Treno trainato (Fig. 21)

I) Ascesa senso marcia

- $T = 47 \text{ kN}$
- $F(A) = F(B) = 28,8 \text{ kN}$

II) discesa senso marcia

- $T = 0 \text{ kN}$
- $F(A) = F(B) = 28,8 \text{ kN}$

➤ Treno spinto (Fig. 22)

III) Ascesa senso marcia

carrello A:

Load combinations

➤ Towed train (Fig. 21)

I) Ascent in direction of travel

- $T = 47 \text{ kN}$
- $F(A) = F(B) = 28,8 \text{ kN}$

II) Descent in the direction of travel

- $T = 0 \text{ kN}$
- $F(A) = F(B) = 28,8 \text{ kN}$

➤ Pushed train (Fig. 22)

III) Ascent in the direction of travel

bogie A

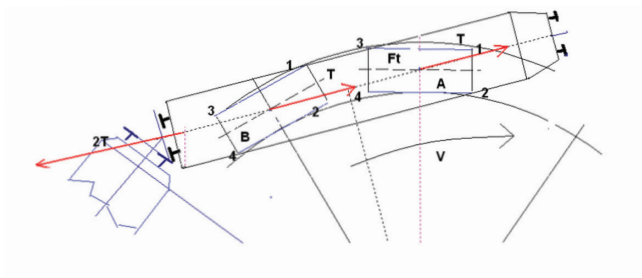


Fig. 21 – Treno trainato.
Fig. 21 – Towed train.

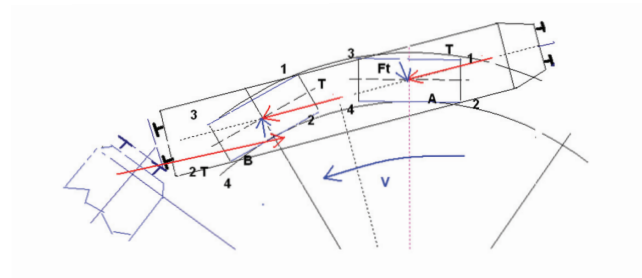


Fig. 22 – Treno spinto.
Fig. 22 – Pushed train.

- $T = 47 \text{ kN}$
- $F(A) = 28,8 - 4,7 = 24,1 \text{ kN}$

carrello B:

- $T = 47 \text{ kN}$
- $F(B) = 28,8 + 4,7 = 33,5 \text{ kN}$

IV) discesa senso marcia

$T = 0 \text{ kN}$

$F(A) = F(B) = 28,8 \text{ kN}$

Scartamento = 1,465 m

Assetto sempre libero

Scartamento = 1,435 m

Assetto sempre vincolato

Ne consegue (Tabelle 7 e 8) che, per l'applicazione sviluppata, il maggior consumo sarebbe dell'ordine del 15%.

6. Considerazioni

Dai risultati in tabella (e relativamente al caso esaminato) la verifica se con il mancato allargamento di scartamento siano da attendersi maggiori usure confermerebbe sussistere un certo fondamento.

Però bisogna considerare:

- Che non è stata considerata la deformazione rotazionale elastica della rotaia, dovuta alla elasticità dell'organo di attacco, che provoca un discreto allargamento dello scartamento (prudenzialmente questo, sotto una spinta di bordino di 50 kN, si può stimare in almeno 1,5 mm, in rapporto alle usuali rigidità dell'attacco). Stante che nelle condizioni dell'applicazione, l'iscrizione diventerebbe libera per uno scartamento di 1437 mm, la spinta sulla ruota 4 non esisterebbe⁽⁸⁾;
- Non si sono considerati gli spostamenti sterzanti – sia pur limitati – dovuti ai giochi dei parasala che dovrebbero essere di vantaggio.
- Che sia il profilo della ruota che quello della rotaia sono stati considerati a nuovo; ciò, però, non è del tutto corretto: le usure dei due organi a contatto aumentano il gioco e, pertanto, agiscono nel senso di attenuare il fenomeno; in altri termini non sembrerebbero sussistere le condizioni per una tendenza

$T = 47 \text{ kN}$

$F(A) = 28,8 - 4,7 = 24,1 \text{ kN}$

bogie B

$T = 47 \text{ kN}$

$F(B) = 28,8 + 4,7 = 33,5 \text{ kN}$

IV) Descent in the direction of travel

$T = 0 \text{ kN}$

$F(A) = F(B) = 28,8 \text{ kN}$

Gauge = 1,465 m

Always free arrangement

Gauge = 1,435 m

Arrangement always restrained

It follows (Tables 7 and 8) that, for the application developed, the greatest consumption would be in the order of 15%.

6. Final thoughts

From the results shown in the table (and in relation to the case examined) the verification that with the non-enlargement of the gauge, greater wear should be expected would confirm a certain foundation.

But we must consider:

- That the elastic rotational deformation of the rail has not been considered, due to the elasticity of the couplings, which causes a discrete widening of the gauge (this, prudently, under a flange thrust of 50 kN, can be estimated in at least 1.5 mm, in relation to the usual stiffness of the coupling). Given that under the conditions of the application, the curve negotiation would become free for a gauge of 1437 mm, the thrust on wheel 4 would not exist⁽⁸⁾;
- Steering movements - albeit limited - were not considered due to wheelset clearances that should be of advantage.
- That both the profile of the wheel and that of the rail have been considered as new; this, however, is not entirely correct: the wear of the two contacting parts increases the clearance and, therefore, acts by attenuating the phenomenon; in other words, the conditions for an accelerating trend of wear would not seem to exist; moreover, the value of the gauge is nominal, but in the narrow radius curves it, in practice, increases recovering the clearances allowed by the coupling which are of appreciable breadth;

⁽⁸⁾ A rigore se tale fosse l'allargamento del binario, dovrebbero mutare le condizioni di assetto e di spinta: ma è proprio quella spinta che provoca l'allargamento. Il calcolo che comprenda anche l'elasticità della rotaia – e, quindi, la mutua influenza con la spinta – è possibile anche se aumenta la complicazione dei calcoli.

⁽⁸⁾ Strictly speaking, if this were the enlargement of the track, the conditions of set-up and thrust should change: but it is precisely that drive that causes enlargement. The calculation that also includes the elasticity of the rail – and, therefore, the mutual influence with the thrust – is possible even if the complication of the calculations increases.

accelerativa dell'usura; inoltre, il valore dello scartamento è quello nominale, ma nelle curve di stretto raggio esso, nella pratica, aumenta recuperando i giochi consentiti dall'attacco che sono di apprezzabile ampiezza;

- d. Che si è considerato un coefficiente di attrito $f = 0,25$ "abbondante": per valori minori (per esempio $f = 0,15$) nelle condizioni di massima forza laterale e di trazione, con scartamento di 1,435 mm, l'iscrizione è libera.
- e. Che si è presupposto un comportamento quasi-statico del carrello ossia non si sono considerati elementi essenziali quali:
- le oscillazioni laterali di rollio e le conseguenti variazioni di carico;
 - il cabraggio dovuto alla frenatura o trazione con relative variazioni dei carichi verticali: peraltro tali forze sono variabili nel tempo;
 - i difetti di allineamento del binario con relative variazioni della forza centrifuga;
 - i difetti di scartamento che mutano in continuazione le condizioni di assetto;
 - le inerzie proprie del carrello e della cassa connesse alle variazioni di forze attive e relativi moti di serpeggio del carrello stesso.

Tabella 7 – Table 7

Riepilogo combinazioni di carico
Summary of load combinations

Caso Case	Carrello A Bogie A		Carrello B Bogie B	
	Traz/asse kN Tract/axis kN	Ft kN	Traz/ax asse kN Tract/ax axis kN	Ft kN
I	23,5	28,8	23,5	28,8
II	0	28,8	0	28,8
III	23,5	24,1	23,5	33,5
IV	0	28,8	0	28,8

- d. Considering a friction coefficient $f = 0.25$ "abundant": for smaller values (e.g. $f = 0.15$) in conditions of maximum lateral force and traction, with gauge of 1,435 mm, curve negotiation is free.
- e. That a quasi-static behaviour of the bogie has been assumed, i.e. no essential elements have been considered, such as:
- the lateral rolling oscillations and the consequent load variations;
 - the pitch due to the braking or traction with relative variations of the vertical loads: however these forces are variable over time;

Tabella 8 – Table 8

Carichi trasversali sulle ruote a contatto di bordino
Lateral loads on wheels in contact with flange

LIBERA scartamento 1,465 FREE gauge = 1,465 m									
Caso Case	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	Totale dei carichi <i>Total loads</i>
I	56,423	0,000	0,000	0,000	56,423	0,000	0,000	0,000	
II	71,860	0,000	0,000	0,000	71,860	0,000	0,000	0,000	
III	0,000	0,000	55,000	0,000	0,000	0,000	58,145	0,000	
IV	0,000	0,000	71,860	0,000	0,000	0,000	71,860	0,000	
Σ	128,283	0	126,86	0	128,283	0	130,005	0	513,431
VINCOLATA scartamento 1,435 CONSTRAINED gauge = 1,435 m									
Caso Case	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	
I	56,295	0,000	0,000	4,100	56,295	0,000	0,000	4,100	
II	72,150	0,000	0,000	15,090	72,150	0,000	0,000	15,090	
III	0,000	6,325	54,633	0,000	0,000	1,335	58,053	0,000	
IV	0,000	15,090	72,150	0,000	0,000	15,090	72,150	0,000	
Σ	128,445	21,415	126,783	19,19	128,445	16,425	130,203	19,19	590,096

7. Conclusioni

Si è sviluppato un caso di studio su un classico problema dell'interazione tra veicolo e binario.

Delle esigenze contrapposte prevalse - quando venne modificata la norma - quella che privilegiava la gestione del binario la cui positività è certa rispetto a soltanto plausibili - ma non dimostrabili - maggiori oneri di esercizio dei rotabili.

Quanto oggi si evidenzia in materia di consumi delle ruote - sugli odierni binari - non può corrispondere a quanto allora (anni 1980) avveniva; infatti, una comparazione tra usure che si manifestano sui rotabili, attualmente in circolazione su binari a scartamento normale e linee a raggio ristretto, con quelle dei rotabili di allora non si pone realistica per le troppe diversità strutturali del materiale allora circolante.

La totalità dei treni reversibili, per esempio, era affidata a locomotive E646 o E656 il cui rodiggio, sistema di sospensione ed azionamenti erano assai diversi dalla locomotiva E464.

Né appare possibile una sperimentazione di confronto perché bisognerebbe dedicare ad essa, per un congruo periodo, un materiale ed un tratto di linea dedicati e esclusivi.

Infatti, se il materiale insieme alla sperimentazione fosse impiegato in altri servizi, le misurazioni stesse sarebbero certamente non rappresentative.

Nel contempo l'allargamento dello scartamento dovrebbe essere considerata pratica coeva delle circolazioni dei veicoli a più lungo passo rigido (le locomotive a vapore, classicamente) e, pertanto, obsoleta e da non praticare in toto.

La scelta che allora fu fatta dalle FS di giusto compromesso - si ritiene - tra la Norma UIC di nessun allargamento e quella storica di allargamenti ampi e diffusi (e che qui si è sottoposta ad analisi critica, per la verità assai postuma) e che in base alle norme vigenti è confermata, comunque, si presta ad interessanti approfondimenti per i quali si ha notizia di predisposizione da parte di RFI.

Gli attuali modelli di calcolo, le più approfondite conoscenze sulle forze di contatto e quanto nel frattempo intervenuto in materia di rotabili ed armamento potrebbe attivare una linea di studio innovativa che però - ad esclusivo parere di chi scrive - non porterebbe a risultati così diversi da quelli ottenuti con i procedimenti studiati dai "precursori" per l'ovvia considerazione che quelle calcolazioni derivano direttamente dai fondamentali principi della Meccanica, ossia che in un sistema - per quanto complicato si voglia - la somma delle forze e dei momenti è costantemente nulla.

- *the alignment defects of the track with relative variations of the centrifugal force;*
- *the gauge defects that constantly change the structure conditions;*
- *the inherent inertia of the bogie and of the body connected to the variations of active forces and relative lateral oscillation of the bogie itself.*

7. Conclusions

A case study has been developed on a classic problem of vehicle-track interaction.

Of the opposing needs - when the rule was changed - the one that privileged the management of the track whose positivity is certain compared to only plausible - but not demonstrable - higher running costs of the rolling stock prevailed.

What is highlighted today in terms of wheel consumption - on today's tracks - can not correspond to what used to happen (1980s); in fact, a comparison between wear that occurs on rolling stock, currently in circulation on normal gauge tracks and narrow-radius lines, with those of the rolling stock at the time is not realistic for the too many structural differences of the rolling stock then circulating.

All reversible trains, for example, were entrusted to E 646 or E 656 locomotives whose wheel arrangement, suspension system and drives were very different from the E 464 locomotive.

Nor is it possible to experiment with comparison because it is necessary to dedicate exclusive and dedicated material and line section to it for a suitable period.

In fact, if the rolling stock together with the experimentation were used in other services, the measurements themselves would certainly not be representative.

At the same time, the widening of the gauge should be considered as a common practice of the circulation of vehicles with a longer rigid wheelbase (steam locomotives, classically) and, therefore, obsolete and not to practice in full.

The choice that was then made by the FS of just compromise - it is believed - between the UIC norm of no enlargement and the historical one of wide and widespread enlargements (and that has been subjected here to a critical analysis, actually very posthumous) and that based on the current regulations is confirmed, however, lends itself to interesting insights for which there is news of preparation by RFI.

The current calculation models, the more in-depth knowledge of contact forces and all that in the meantime intervened in the field of rolling stock and permanent way could trigger an innovative line of study that - for the sole opinion of the writer - would not lead to results so different from those obtained with the procedures studied by the "precursors" for the obvious consideration that those calculations derive directly from the fundamental principles of Me-

APPENDICE

Procedura di calcolo dell'assetto e delle spinte

Le 3 incognite del problema sono la distanza a_0 , la ordinata y_a e quella y_p (ossia le coordinate dei due centri di rotazione, che giacciono sullo stesso raggio principale).

Si devono scrivere 3 equazioni: equilibrio degli sforzi longitudinali per l'asse anteriore, stesso equilibrio per l'asse posteriore, equilibrio dei momenti intorno la ruota anteriore a bordino.

Si fissano, a piacere, le tre incognite [essendo $a/2 \leq a_0 \leq a_{0 \lim p}$] e si calcolano le diagonali dal CRP anteriore alle ruote uno; due e dal CRP posteriore alle ruote 3;4.

Le coordinate dei PC delle quattro ruote sono:

$$\begin{aligned} 1 &\rightarrow x = 0; y = c \\ 2 &\rightarrow x = 0; y = -c \\ 3 &\rightarrow x = a; y = c \\ 4 &\rightarrow x = a; y = -c \end{aligned}$$

E quelle dei centri di rotazione

$$\begin{aligned} \text{CRP } a &\rightarrow x = a_0; y = y_a \\ \text{CRP } p &\rightarrow x = y_0; y = y_p \end{aligned}$$

Allora

$$d_i = \sqrt{(Dx)^2 + (Dy_i)^2}$$

Indi si calcolano gli scorrimenti trasversali e longitudinali dalle proporzioni

$$\begin{aligned} \Delta v_{i \text{ TR}} &= \frac{Dx_{CP i}}{d_i} \Delta v_i \\ \Delta v_{i \text{ LG}} &= \frac{Dy_{CP i}}{d_i} \Delta v_i \end{aligned}$$

Si applica la proporzionalità tra scorrimento $\Delta v_i = \text{Attrito} = fQ_i$

E si ottengono le forze come $A_{i \text{ TR, LG}} = fQ_i \frac{Dx_{CP i} Dy_{CP i}}{d_i}$

Per la ruota 3, oppure 4 se in assetto vincolato interno, si pone $A_{CLG} = \frac{f}{a_0} fQ_c \frac{Dy_{CP C}}{dC}$ perché questa ruota va in aderenza.

Calcolate le forze si impongono gli equilibri: si fissa a_0 . Indi

Sala anteriore $\sum A_{A,B} - \frac{T}{2} = 0$ da cui si ottiene (imponendo "obiettivo 0") y_a

Sala posteriore $\sum A_{A,B} - \frac{T}{2} = 0$ da cui si ottiene, parimenti, y_b

Quindi si calcola il momento degli attriti e quello delle forze T ed F, in 1 e si impone nulla la loro somma.

Se $a_0 < a_{0 \lim p}$, l'assetto è libero, quindi si calcola la spinta S in 1 dall'equilibrio delle forze trasversali.

Altrimenti l'assetto è vincolato: qui è nota a_0 e si ricavano solo y_a ed y_p .

Si calcolano i momenti in B e D e si ottiene il sistema

chanics, i.e. that in a system - however complicated it may be - the sum of the forces and moments is constantly null.

APPENDIX

Procedure for calculating the arrangement and thrusts

The 3 unknowns of the problem are the distance a_0 , the ordinates y_a and y_p (that is, the coordinates of the two centres of rotation, which lie on the same main radius).

3 equation must be written: balance of longitudinal efforts for the front axle, same balance for the rear axle, balance of the moments around the front flange wheel.

The three unknowns are fixed at choice [being $a/2 \leq a_0 \leq a_{0 \lim p}$] and the diagonals are calculated from the front MRC on wheels one; two and from the rear MRC on wheels 3; 4.

The coordinates of the PCs of the four wheels are:

$$\begin{aligned} 1 &\rightarrow x = 0; y = c \\ 2 &\rightarrow x = 0; y = -c \\ 3 &\rightarrow x = a; y = c \\ 4 &\rightarrow x = a; y = -c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{MRC } a &\rightarrow x = a_0; y = y_a \\ \text{MRC } p &\rightarrow x = a_0; y = y_p \end{aligned}$$

Then

$$d_i = \sqrt{(Dx)^2 + (Dy_i)^2}$$

The transversal and longitudinal creep from the proportions are then calculated

$$\begin{aligned} \Delta v_{i \text{ TR}} &= \frac{Dx_{CP i}}{d_i} \Delta v_i \\ \Delta v_{i \text{ LG}} &= \frac{Dy_{CP i}}{d_i} \Delta v_i \end{aligned}$$

Proportionality between sliding $\Delta v_i = \text{Friction} = fQ_i$ is applied

And the forces are obtained as $A_{i \text{ TR, LG}} = fQ_i \frac{Dx_{CP i} Dy_{CP i}}{d_i}$

For wheel 3, or 4 if in internal constrained arrangement, $A_{CLG} = \frac{f}{a_0} fQ_c \frac{Dy_{CP C}}{dC}$ is given because this wheel goes in adherence.

Having calculated the forces the balances are laid down: a_0 is fixed. Therefore

Front wheel set $\sum A_{A,B} - \frac{T}{2} = 0$ from which y_a is obtained (imposing "objective 0")

Rear wheel set $\sum A_{A,B} - \frac{T}{2} = 0$ from which y_b is likewise obtained,

Then the moment of the frictions and that of forces T and F is calculated, in 1 and their sum is imposed as null.

If $a_0 < a_{0 \lim p}$, the arrangement is free, then thrust S in 1 is calculated from the balance of the transverse forces.

Otherwise the arrangement is constrained: here a_0 is known and only y_a and y_p are obtained.

The moments in B and D are calculated and the system is obtained

$$0 = \frac{1}{a} \sum M_B + S_D$$

$$0 = \frac{1}{a} \sum M_D - S_B$$

Si impostano i seguenti valori:

Coefficiente di attrito	f
Carico verticale statico ruota kN	Q
Passo delle sale m	a
Semiscartamento cerchi di appoggio $S_B/2 + 35,5/1000$	c
Semisforzo di trazione/spinta	T/2
Semiforza trasversale	F/2
Coefficiente di squilibrio del carico ruote	$1 \pm \frac{F}{2} \frac{1,7}{1,5} \frac{1}{Q}$
Scartamento binario	S_B
Raggio della curva	Raggio
Distanza di pseudolisfittamento	$d_0 = 0,0015 R$; max = c

$$0 = \frac{1}{a} \sum M_B + S_D$$

$$0 = \frac{1}{a} \sum M_D - S_B$$

The following values are set

Friction coefficient	f
kN wheel static vertical load	Q
Wheel set wheelbase m	a
Semi-gauge of support rims $S_B/2 + 35.5/1000$	c
Traction/thrust half-effort	T/2
Transverse semi-force	F/2
Wheel load imbalance coefficient	$1 \pm \frac{F}{2} \frac{1,7}{1,5} \frac{1}{Q}$
Track gauge	S_B
Radius of the curve	Radius
Creep distance	$d_0 = 0,0015 R$; max = c

BIBLIOGRAFIA - REFERENCES

- [1] M. BRUNER, G.R. CORAZZA, E. COSCIOTTI, "Lo svio - Cento e più anni di ricerche di un problema complesso. La scuola tedesca". "Derailment - Over one hundred years of research on a complex problem. The german school", Ingegneria Ferroviaria, n.12 Dicembre 2010.
- [2] M. BRUNER, G.R. CORAZZA, E. COSCIOTTI, "Cento e più anni di ricerche sullo svio. I 'deragliatori'". "A hundred and more years of research on derailment. The 'derailleurs'". Ingegneria Ferroviaria, n.6 Giugno 2012.
- [3] N. PAPOLA N., "Comportamento in curva dei carrelli ferroviari con e senza differenziale", Ingegneria Ferroviaria - n.10 Ottobre 1968.
- [4] E. STAGNI, "Meccanica della locomozione", 1950.
- [5] R. LICCIARDELLO, "Il coefficiente di attrito nei calcoli di dinamica del veicolo ferroviario", Ingegneria Ferroviaria - n. 07-08 Luglio-Agosto 2003.
- [6] T. REYE, "Zur Theorie der Zapfenreibung, Der Civilingenieur", NF-6 (1860), 235-255 [1].
- [7] M. BRUNER, G.R. CORAZZA, "Note sullo sviluppo di un pensiero scientifico originale nelle ferrovie - La marcia in rettilineo e in curva. Notes on the development of an original scientific thought in the rail system - Running on a straight track and cornering", Ingegneria Ferroviaria, n.09 Settembre 2018 Edizioni CIFI