



Modello analitico elementare di funzionamento di un carrello ferroviario

Elementary analytical model of a railway bogie operation

(<https://www.medra.org/servlet/view?lang=it&doi=10.57597/IF.01.2025.ART.2>)

Giovanni MANNARA^(*)

Sommario - Un carrello ferroviario è un organo molto complesso e in continua evoluzione, anche grazie all'impiego di tecnologie di progettazione e di costruzione sempre più sofisticate. Questo grande impegno è motivato dal fatto che il carrello è centrale per il buon funzionamento di un rotabile.

In questo articolo si vogliono descrivere alcuni aspetti di base sul suo funzionamento in condizioni statiche ed allo scopo viene illustrato un semplice modello matematico che permette una soluzione analitica e che tiene conto delle rigidità delle sospensioni primarie, dell'eccentricità del baricentro rispetto all'incrocio delle diagonali, di un eventuale sghembo di binario e della forza peso trasmessa da ciascuna ruota alla rotaia. Le relazioni funzionali fra questi parametri, estraibili dalla soluzione analitica, permettono di osservare l'influenza di alcune condizioni di distribuzione delle rigidità della sospensione primaria o dell'eccentricità del baricentro, sulla distribuzione del peso sulle ruote.

1. Introduzione

La distribuzione uniforme della forza peso è sempre stato un obiettivo sia della progettazione [1][2] e sia della costruzione di un carrello e del suo accoppiamento da fermo con la struttura binario.

In tale ambito nell'ultimo decennio si sono potuti osservare alcuni accadimenti significativi:

- l'evoluzione di direttive Europee [3] e nazionali [4], che normano lo squilibrio ammissibile del peso sulle ruote di una sala di un carrello e che indicano anche un valore di soglia limite da non superare;
- aggiornamento della documentazione EN delle prove di omologazione statiche [5];
- l'introduzione di normative che disciplinano le modalità di misura della forza trasmessa al binario dalle ruote di un carrello [6];
- l'evoluzione delle tecnologie di misura che ha permes-

Summary - A railway bogie is a very complex and constantly evolving body, also thanks to the use of increasingly sophisticated design and construction technologies. This great commitment is motivated by the fact that the bogie is key to the proper functioning of rolling stock.

In this article we want to describe some basic aspects of its operation in static conditions and for this purpose a simple mathematical model is illustrated that allows an analytical solution and that takes into account the stiffness of the primary suspensions, the eccentricity of the centre of gravity with respect to the intersection of the diagonals, a possible track distortion and the weight force transmitted by each wheel to the rail. The functional relationships between these parameters, which can be extracted from the analytical solution, allow observing the influence of certain distribution conditions of the stiffnesses of the primary suspension or the eccentricity of the centre of gravity on the distribution of weight on the wheels.

1. Introduction

The uniform distribution of the weight force has always been an objective of both the design [1][2] and the construction of a bogie and its stationary coupling with the track structure.

In this context, in the last decade some significant events have been observed:

- the evolution of European [3] and national [4] directives, which regulate the permissible imbalance of the weight on the wheels of a bogie wheelset, and which also indicate a limit threshold value not to be exceeded;
- the update of the EN documentation of the static approval tests [5];
- the introduction of regulations governing the measuring methods of the force transmitted to the track by the wheels of a bogie [6];
- the evolution of measurement technologies that has al-

^(*) Amministratore unico IVM s.r.l.

^(*) Sole Director IVM s.r.l.

so l'introduzione sul mercato di nuovi strumenti con elevate prestazioni ed economia di utilizzo [7];

- la diffusione sempre maggiore della tecnologia della trazione distribuita sulle diverse categorie di rotabili per il trasporto passeggeri [8][9].

Questo ultimo punto ha determinato la necessità di trasferire anche ai carrelli delle vetture passeggero le attenzioni che si sono sempre assegnate alle locomotive per ottenere sia riduzione di slittamenti nelle accelerazioni e nelle frenate e sia equilibrio nella trazione fra lato destro e lato sinistro.

Questo ha indotto un maggiore interesse verso il funzionamento del carrello fra i tecnici presenti nei vari comparti del mondo ferroviario complementari alla progettazione dove ovviamente l'attenzione è sempre stata massima. Ad esempio, fra i settori complementari, si possono individuare soprattutto i gestori di flotte, gli ECM responsabili della manutenzione e le officine di revamping perché appare sempre più importante la correlazione fra l'usura delle ruote e una distribuzione non uniforme del peso sulle ruote di un carrello [7]. A questi si aggiungono anche i responsabili della manutenzione dell'infrastruttura binario considerando che un carrello con i carichi ruota sbilanciati può determinare una dinamica di marcia tale da indurre maggiori sollecitazioni verticali e trasversali e quindi maggiore usura del binario stesso. Allo scopo di fornire un piccolo contributo intorno a questo interesse abbiamo realizzato un modello matematico del carrello che, pur essendo più elementare rispetto ad altri modelli per i quali occorre ricorrere a metodi di risoluzione numerica, offre il vantaggio di essere risolto in forma analitica.

In pratica la soluzione delle incognite forza peso F_i trasmessa da ciascuna ruota sul binario è ottenuta in termini di espressione matematica e questo consente di ricavare semplici ed immediate relazioni funzionali fra i parametri considerati nel modello.

Queste relazioni funzionali aiutano a valutare quali indicazioni si possono dedurre dalla misura della distribuzione del peso sulle quattro ruote in presenza sia di uno squilibrio per ciascuna ruota e sia di uno squilibrio fra le due diagonali.

2. Modello di un carrello ferroviario in condizione di equilibrio statico

Consideriamo uno schema di carrello così come indicato in Fig. 1.

Dove abbiamo posto l'origine degli assi coincidente con l'incrocio delle diagonali, l'asse x positivo con il verso di avanzamento del carrello, l'asse y trasversale e l'asse z verticale positivo verso l'alto.

Nelle ipotesi di:

- a) struttura rigida;
- b) punti di contatto ruota-rotaia su un piano orizzontale;
- c) assenza di sospensioni secondarie;

lowed introducing new instruments on the market with high performance and economy of use [7];

- the increasing diffusion of distributed traction technology on the different categories of rolling stock for passenger transport [8][9].

This last point has determined the need to transfer the attention that has always been assigned to locomotives also to passenger car bogies to achieve both reduction of slippage in acceleration and braking and balance in traction between the right side and the left side.

This has led to a greater interest in the operation of the bogie among the technicians present in the various sectors of the railway world complementary to the design where the attention has obviously always been the utmost. For example, among the complementary sectors, fleet managers, ECMs responsible for maintenance and revamping workshops can be identified mainly because the association between wheel wear and an uneven distribution of weight on the wheels of a bogie appears to be increasingly important [7]. In addition to these there are also those responsible for the maintenance of the track infrastructure considering that a bogie with imbalanced wheel loads can determine running dynamics such as to induce greater vertical and transverse stresses and therefore greater wear on the track itself. In order to provide a small contribution to this interest, we have created a mathematical model of the bogie which offers the advantage of being solved analytically, despite being more elementary than other models for which numerical resolution methods must be used.

In practice, the solution of the unknown weight force F_i transmitted by each wheel on the track is obtained in terms of mathematical expression and this allows obtaining simple and immediate functional relationships between the parameters considered in the model.

These functional relationships help evaluating which indications can be deduced from the measurement of the weight distribution on the four wheels in the presence of both an imbalance for each wheelset and an imbalance between the two diagonals.

2. Railway bogie model in static equilibrium condition

Let us consider a bogie diagram as shown in Fig. 1.

Where we placed the origin of the axes coinciding with the intersection of the diagonals, the positive x-axis with the direction of travel of the bogie, the transverse y-axis and the positive vertical z-axis upwards.

In the event of:

- a) a rigid structure;
- b) wheel-rail contact points on a horizontal plane;
- c) no secondary suspensions;
- d) frictionless primary suspensions;

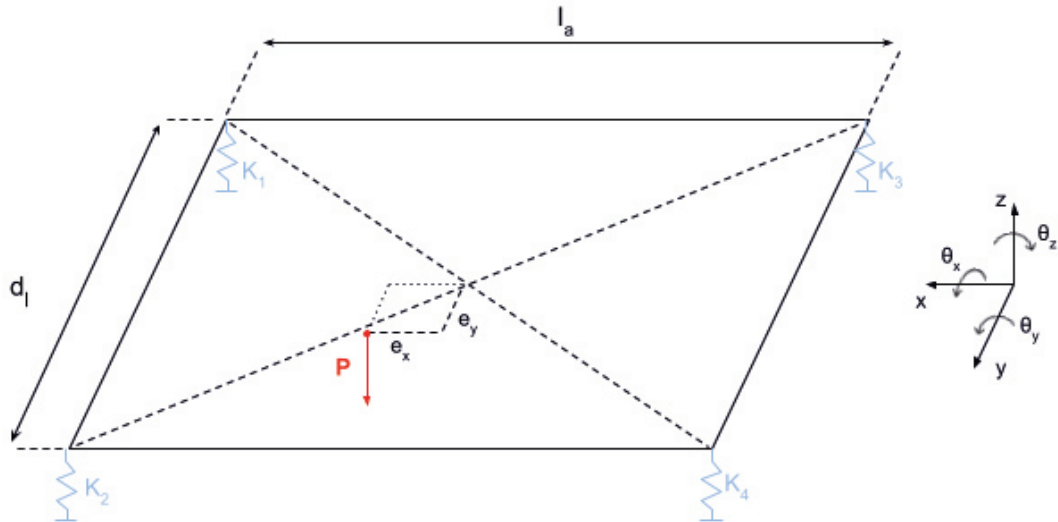


Figura 1 - Schema del carrello.
Figure 1 - Bogie diagram.

- d) sospensioni primarie prive di attrito;
- e) sospensioni primarie a molla con rigidezza k_i costante nell'intorno della tara;
- f) assenza di carichi dinamici;
- g) assenza di vincoli esterni che possono trasmettere forze al carrello stesso
- h) peso P applicato con eccentricità e_x, e_y e altezza nulla rispetto all'incrocio delle diagonali e origine degli assi.

Possiamo considerare le seguenti condizioni:

- 1) equilibrio alla traslazione verticale;
- 2) equilibrio alla rotazione intorno all'asse x ;
- 3) equilibrio alla rotazione intorno all'asse y ;
- 4) complanarità dei punti di aggancio delle sospensioni al carrello.

A queste condizioni corrispondono le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}
 1) & P = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \\
 2) & F_1 + F_3 = F_2 + F_4 - 2 * P * \frac{e_y}{d_l} \\
 3) & F_1 + F_2 = F_3 + F_4 - 2 * P * \frac{e_x}{l_a} \\
 4) & \frac{F_1}{k_1} + \frac{F_4}{k_4} = \frac{F_2}{k_2} + \frac{F_3}{k_3}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

con:

P , forza peso totale gravante sul carrello;

F_1, F_2, F_3, F_4 , le forze di reazione nei punti di contatto ruota-rotaia;

e_x, e_y , distanze del baricentro rispetto all'incrocio delle diagonali del carrello;

- e) primary spring suspensions with constant k_i stiffness around the tare weight;
- f) no dynamic loads;
- g) no external constraints that can transmit forces to the bogie itself
- h) weight P applied with eccentricity e_x, e_y and zero height with respect to the intersection of the diagonals and origin of the axes.

We can consider the following conditions:

- 1) balance to vertical translation;
- 2) balance to rotation around the x -axis;
- 3) balance to rotation around the y -axis;
- 4) coplanarity of the suspension coupling points to the bogie.

These conditions correspond to the following equations:

$$\begin{aligned}
 1) & P = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \\
 2) & F_1 + F_3 = F_2 + F_4 - 2 * P * \frac{e_y}{d_l} \\
 3) & F_1 + F_2 = F_3 + F_4 - 2 * P * \frac{e_x}{l_a} \\
 4) & \frac{F_1}{k_1} + \frac{F_4}{k_4} = \frac{F_2}{k_2} + \frac{F_3}{k_3}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

with:

P , total weight force on the bogie;

F_1, F_2, F_3, F_4 the reaction forces at the wheel-rail contact points;

e_x, e_y , distances of the centre of gravity with respect to the intersection of the bogie diagonals;

d_l , lateral distance (distance between the wheel/rail contact points of a wheelset);

d_l , distanza laterale (distanza fra i punti di contatto ruota/rotaia di una sala);

I_a , interasse.

Il sistema di cui sopra nelle incognite F_i ha le seguenti soluzioni:

$$\begin{aligned} F_1 &= -F_2 + \frac{P}{2} + P * \frac{e_x}{I_a} \\ F_2 &= \left(\frac{P}{2} * A + P * B * \frac{e_x}{I_a} + P * C * \frac{e_y}{d_l} \right) / kk \\ F_3 &= F_2 - P * \frac{e_x}{I_a} - P * \frac{e_y}{d_l} \\ F_4 &= -F_2 + \frac{P}{2} + P * \frac{e_y}{d_l} \end{aligned} \quad (2)$$

avendo posto:

$$A = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_4} \right); B = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_3} \right); C = \left(\frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_4} \right) \quad (3)$$

$$kk = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_4} \quad (4)$$

Il modello, basato sulla precedente trattazione analitica, ha bisogno di definire in input:

- la forza peso totale P ;
- la distanza laterale d_l e il passo del carrello I_a ;
- i valori di rigidezza k_i delle sospensioni primarie;
- l'eccentricità di applicazione della forza peso P , rispetto all'incrocio delle diagonali.

In output si ottiene:

- la distribuzione delle forze peso F_i sulle 4 ruote;
- gli accorciamenti $\Delta l_i = F_i / k_i$ delle molle.

Vogliamo adesso introdurre uno sghembo di binario in corrispondenza della ruota 2 e quindi rimuovere l'ipotesi b) fra le precedenti elencate. Ovvero supponiamo di alterare la condizione che i punti di contatto ruota-rotaia si trovino su uno stesso piano orizzontale.

Allo scopo inseriamo uno spessore (positivo o negativo) ΔS_2 sotto alla ruota 2 così da simulare uno sghembo di binario.

In questa ipotesi l'equazione di equilibrio alla traslazione verticale e le equazioni di equilibrio alla rotazione intorno agli assi x e y e rimangono identiche.

Al contrario l'equazione di coplanarità si modifica e il sistema di equazioni (1), diventa:

$$\begin{aligned} P &= F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \\ F_1 + F_3 &= F_2 + F_4 - 2 * P * \frac{e_y}{d_l} \\ F_1 + F_2 &= F_3 + F_4 - 2 * P * \frac{e_x}{I_a} \\ \frac{F_1}{k_1} + \frac{F_4}{k_4} &= \frac{F_2}{k_2} + \frac{F_3}{k_3} + \Delta S_2 \end{aligned} \quad (5)$$

Le soluzioni (2) diventano:

I_a , wheelbase.

The above system in F_i unknowns has the following solutions:

$$\begin{aligned} F_1 &= -F_2 + \frac{P}{2} + P * \frac{e_x}{I_a} \\ F_2 &= \left(\frac{P}{2} * A + P * B * \frac{e_x}{I_a} + P * C * \frac{e_y}{d_l} \right) / kk \\ F_3 &= F_2 - P * \frac{e_x}{I_a} - P * \frac{e_y}{d_l} \\ F_4 &= -F_2 + \frac{P}{2} + P * \frac{e_y}{d_l} \end{aligned} \quad (2)$$

having put:

$$A = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_4} \right); B = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_3} \right); C = \left(\frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_4} \right) \quad (3)$$

$$kk = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_4} \quad (4)$$

The model, based on the previous analytical discussion, needs to define in input:

- the total weight force P ;
- the lateral distance d_l and the bogie pivot pitch I_a ;
- the stiffness values k_i of the primary suspensions;
- the eccentricity of application of the weight force P , with respect to the intersection of the diagonals.

Output results in:

- the distribution of the weight forces F_i on the 4 wheels;
- the compression $\Delta l_i = F_i / k_i$ of the springs.

We now want to introduce a track distortion at wheel 2 and then remove hypothesis b) from the previous ones listed. That is, suppose we alter the condition that the wheel-rail contact points are on the same horizontal plane.

For this purpose, we introduce a (positive or negative) thickness ΔS_2 under wheel 2 so as to simulate a track distortion.

In this hypothesis, the vertical translation equilibrium equation and the rotation equilibrium equations around the x and y axes remain identical.

On the contrary, the coplanarity equation changes and the system of equations (1) becomes:

$$\begin{aligned} P &= F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \\ F_1 + F_3 &= F_2 + F_4 - 2 * P * \frac{e_y}{d_l} \\ F_1 + F_2 &= F_3 + F_4 - 2 * P * \frac{e_x}{I_a} \\ \frac{F_1}{k_1} + \frac{F_4}{k_4} &= \frac{F_2}{k_2} + \frac{F_3}{k_3} + \Delta S_2 \end{aligned} \quad (5)$$

The solutions (2) become:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= -F_2 + \frac{P}{2} + P * \frac{e_x}{I_a} \\
 F_2 &= \left(\frac{P}{2} * A + P * B * \frac{e_x}{I_a} + P * C * \frac{e_y}{d_l} \right) / kk + \Delta S_2 / kk \\
 F_3 &= F_2 - P * \frac{e_x}{I_a} - P * \frac{e_y}{d_l} \\
 F_4 &= -F_2 + \frac{P}{2} + P * \frac{e_y}{d_l}
 \end{aligned} \quad (6)$$

avendo posto sempre le (3) e (4) come:

$$\begin{aligned}
 A &= \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_4} \right); B = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_3} \right); C = \left(\frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_4} \right) \\
 kk &= \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_4}
 \end{aligned} \quad (3) \quad (4)$$

Confrontando le F_2 della (2) e della (6) si possono fare alcune prime considerazioni.

Indicando:

$F_2^{\Delta S}$ = la forza agente sulla ruota 2 in presenza di sghebo

F_2^0 = la forza agente sulla ruota 2 in assenza di sghebo
si ottiene:

$$F_2^{\Delta S} - F_2^0 = \frac{\Delta S_2}{kk} \quad (7)$$

questa espressione indica che la variazione di forza rilevata in presenza di uno sghebo è direttamente proporzionale allo sghebo stesso e inversamente proporzionale al parametro kk (Fig. 2). Supponiamo ora per semplicità di avere rigidità uguali, la (7) diventa:

$$F_2^{\Delta S} - F_2^0 = \frac{\Delta S_2}{kk} = \Delta S_2 * \frac{k}{4} \quad (8)$$

Si provi a valutare questa variazione di forza per alcuni valori tipici di k , da 1000000 a 2000000 N/m, nelle ipotesi di considerare un interasse medio di 2 metri per il carrello e la presenza di uno sghebo di binario considerato fino al limite di 4 mm al metro, dove per l'identificazione di questo valore limite si sono considerati valori di allarme "AL", per un caso di velocità di percorrenza medio, proposti nella EN 13485-parte 5 in appendice della norma¹.

Si possono valutare le perdite di peso in termini assoluti (N) ipotizzando a titolo di esempio un carico per ruota di 50 kN (Fig.2).

Si osserva che la variazione di distribuzione della forza peso diventa significativa allorquando per lo sghebo si considera un valore pari ad almeno metà del valore limite.

Di seguito con l'aiuto del modello vogliamo analizzare due casi di interesse:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= -F_2 + \frac{P}{2} + P * \frac{e_x}{I_a} \\
 F_2 &= \left(\frac{P}{2} * A + P * B * \frac{e_x}{I_a} + P * C * \frac{e_y}{d_l} \right) / kk + \Delta S_2 / kk \\
 F_3 &= F_2 - P * \frac{e_x}{I_a} - P * \frac{e_y}{d_l} \\
 F_4 &= -F_2 + \frac{P}{2} + P * \frac{e_y}{d_l}
 \end{aligned} \quad (6)$$

having always placed (3) and (4) as:

$$\begin{aligned}
 A &= \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_4} \right); B = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_3} \right); C = \left(\frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_4} \right) \\
 kk &= \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_4}
 \end{aligned} \quad (3) \quad (4)$$

Comparing F_2 of (2) and (6), some initial considerations can be made.

Indicating:

$F_2^{\Delta S}$ = the force acting on wheel 2 in the presence of a distortion

F_2^0 = the force acting on wheel 2 in the absence of a distortion

we obtain:

$$F_2^{\Delta S} - F_2^0 = \frac{\Delta S_2}{kk} \quad (7)$$

this expression indicates that the change in force detected in the presence of a distortion is directly proportional to the distortion itself and inversely proportional to the parameter kk (Fig. 2). For simplicity, let us suppose we have equal stiffnesses, the (7) becomes:

$$F_2^{\Delta S} - F_2^0 = \frac{\Delta S_2}{kk} = \Delta S_2 * \frac{k}{4} \quad (8)$$

Try to evaluate this change in force for some typical values of k , from 1000000 to 2000000 N/m, in the hypotheses of considering an average wheelbase of 2 metres for the bogie and the presence of a track distortion considered up to the limit of 4 mm per metre, where for the identification of this limit value "AL" alarm values were considered, for an average travel speed case, proposed in EN 13485-part 5 in the appendix of the standard¹.

Weight losses can be evaluated in absolute terms (N) by assuming a wheel load of 50 kN as an example.

We can observe that the change in the distribution of the weight force becomes significant when a value equal to at least half of the limit value is considered for the distortion.

Below, we want to analyse two cases of interest with the help of the model:

⁽¹⁾ vedi appendice B la tabella al paragrafo B.2.5 dove sono indicati i valori limite di allarme ed intervento per una base di calcolo di 3 metri.

⁽¹⁾ see Appendix B the table in paragraph B.2.5 where the alarm and intervention limit values are indicated for a calculation base of 3 metres.

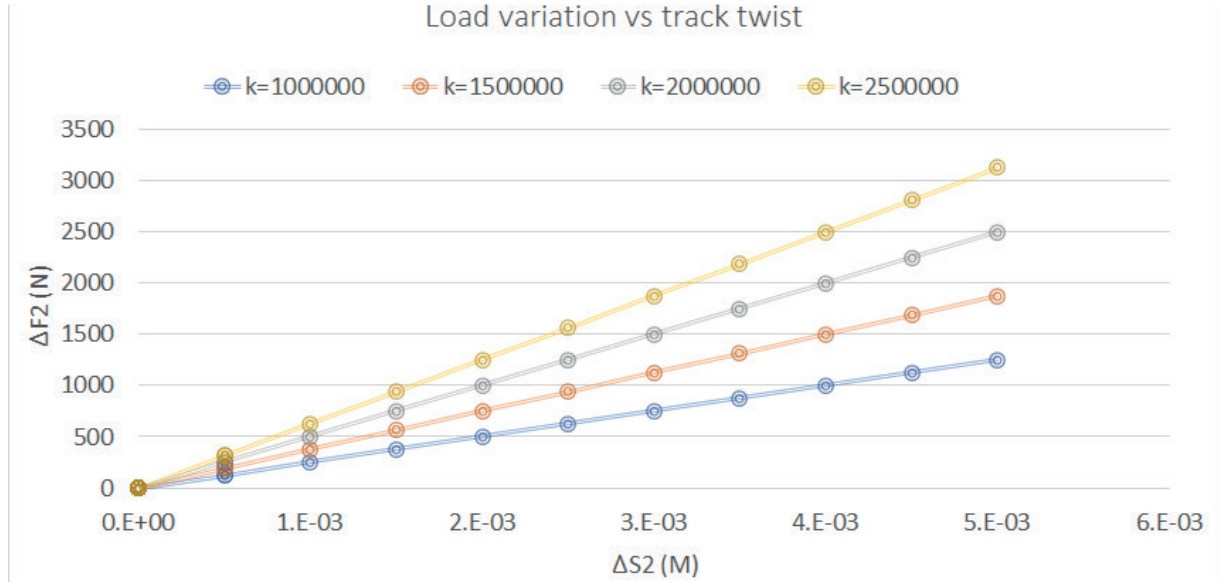


Figura 2 - Effetto di uno sgembo di binario sulla distribuzione del carico, valori assoluti per un carrello con passo 2 metri.

Figure 2 Effect of a track distortion on load distribution, absolute values for a bogie with 2 metre pitch.

- il caso di rigidzze delle sospensioni primarie tutte uguali;
- il caso di degrado delle rigidzze di 2 sospensioni sulle 4 di un carrello.

Il primo caso rappresenta il caso ideale di un carrello in normali condizioni di manutenzione.

Il secondo caso rappresenta un caso di riduzione della rigidzza della metà delle sospensioni.

- the case of stiffneses of the primary suspensions all equal;
- the case of degradation of the stiffneses of 2 suspensions on 4 of a bogie.

The first case represents the ideal case of a bogie in normal maintenance conditions.

The second case represents a case of reduction in stiffness of half of the suspensions.

3. Il caso delle rigidzze uguali

Utilizziamo adesso le soluzioni date dalle (6) ed esaminiamo il caso ideale per il quale le rigidzze delle sospensioni siano ben equilibrate e quindi tutte uguali, ovvero:

$$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 \quad (9)$$

Le posizioni (3) e (4) diventano:

$$\begin{aligned} A &= B = C = \frac{2}{k} \\ kk &= \frac{4}{k} \end{aligned} \quad (10)$$

e di conseguenza le soluzioni (6) diventano:

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{P}{4} + \frac{P}{2} * \frac{e_x}{l_a} - \frac{P}{2} * \frac{e_y}{d_l} - \Delta S_2 * \frac{k}{4} \\ F_2 &= \frac{P}{4} + \frac{P}{2} * \frac{e_x}{l_a} + \frac{P}{2} * \frac{e_y}{d_l} + \Delta S_2 * \frac{k}{4} \\ F_3 &= \frac{P}{4} - \frac{P}{2} * \frac{e_x}{l_a} - \frac{P}{2} * \frac{e_y}{d_l} + \Delta S_2 * \frac{k}{4} \\ F_4 &= \frac{P}{4} - \frac{P}{2} * \frac{e_x}{l_a} + \frac{P}{2} * \frac{e_y}{d_l} - \Delta S_2 * \frac{k}{4} \end{aligned} \quad (11)$$

3. The case of equal stiffneses

Let us now use the solutions given by (6) and examine the ideal case for which the stiffneses of the suspensions are well balanced and therefore all equal, namely:

$$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 \quad (9)$$

Positions (3) and (4) become:

$$\begin{aligned} A &= B = C = \frac{2}{k} \\ kk &= \frac{4}{k} \end{aligned} \quad (10)$$

and consequently, the solutions (6) become:

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{P}{4} + \frac{P}{2} * \frac{e_x}{l_a} - \frac{P}{2} * \frac{e_y}{d_l} - \Delta S_2 * \frac{k}{4} \\ F_2 &= \frac{P}{4} + \frac{P}{2} * \frac{e_x}{l_a} + \frac{P}{2} * \frac{e_y}{d_l} + \Delta S_2 * \frac{k}{4} \\ F_3 &= \frac{P}{4} - \frac{P}{2} * \frac{e_x}{l_a} - \frac{P}{2} * \frac{e_y}{d_l} + \Delta S_2 * \frac{k}{4} \\ F_4 &= \frac{P}{4} - \frac{P}{2} * \frac{e_x}{l_a} + \frac{P}{2} * \frac{e_y}{d_l} - \Delta S_2 * \frac{k}{4} \end{aligned} \quad (11)$$

Per queste soluzioni il segno di ΔS_2 è positivo per uno sgembo che porti il punto di contatto della ruota 2 più in alto rispetto al piano passante per le altre ruote del carrello.

Queste soluzioni ci dicono che in assenza di sgembo $\Delta S_2 = 0$ la distribuzione della forza peso può essere non uniforme solo in presenza di una eccentricità, ovvero di una distanza del baricentro rispetto all'incrocio delle diagonali.

Consideriamo ora sempre in assenza di sgembo ($\Delta S_2 = 0$) i seguenti due parametri:

a. sbilanciamento laterale per asse:

- $S_{bil-ante} = (F_1 - F_2) / (F_1 + F_2)$ per la sala anteriore
- $S_{bil-post} = (F_3 - F_4) / (F_3 + F_4)$ per la sala posteriore

b. sbilanciamento fra le diagonali:

- $S_{bil-Diag} = (Diag.A - Diag.B) / (Diag.A + Diag.B)$

avendo posto per il carico sulle diagonali:

$$Diag. A = (F_1 + F_4)$$

$$Diag. B = (F_2 + F_3)$$

Calcoliamo ora, in base alle soluzioni (11) il carico sulle diagonali sempre nell'ipotesi di avere le rigidzze tutte uguali:

$$\begin{aligned} Diag. A &= (F_1 + F_4) = \\ \frac{P}{4} + \frac{P}{2} * \frac{e_x}{l_a} - \frac{P}{2} * \frac{e_y}{d_l} + \frac{P}{4} - \frac{P}{2} * \frac{e_x}{l_a} + \frac{P}{2} * \frac{e_y}{d_l} &= \frac{P}{2} \\ Diag. B &= (F_2 + F_3) = \\ \frac{P}{4} + \frac{P}{2} * \frac{e_x}{l_a} + \frac{P}{2} * \frac{e_y}{d_l} + \frac{P}{4} - \frac{P}{2} * \frac{e_x}{l_a} - \frac{P}{2} * \frac{e_y}{d_l} &= \frac{P}{2} \end{aligned} \quad (12)$$

Come si può osservare il carico P , quando le rigidzze k delle sospensioni primarie sono tutte uguali, si distribuisce in parti uguali $P/2$ sulle diagonali indipendentemente dalla posizione del baricentro (e_x, e_y). La posizione del baricentro può determinare uno sbilanciamento laterale.

Di conseguenza anche lo sbilanciamento delle diagonali è sempre nullo e indipendente dalla posizione del baricentro ovvero è indipendente dalla distribuzione delle masse.

Nel caso quindi di rigidzze uniformi sulle 4 sospensioni e di sgembo nullo $\Delta S_2 = 0$, anche in presenza di eccentricità non nulla $e_x \neq 0, e_y \neq 0$, si può avere sbilanciamento delle singole sale:

- $S_{bil-ante} \neq 0$
- $S_{bil-post} \neq 0$

Tuttavia, lo sbilanciamento delle diagonali è sempre nullo:

- $S_{bil-Diag} = (Diag.A - Diag.B) / (Diag.A + Diag.B) = 0$
essendo in base alle (12), $Diag.A = Diag.B = P/2$.

In definitiva, si ha che:

quando le rigidzze sono uguali sulle 4 sospensioni, la distribuzione del carico sulle diagonali è indipendente

For these solutions, the sign ΔS_2 is positive for a bogie that brings the point of contact of wheel 2 higher than the plane through which the other wheels of the bogie pass.

These solutions tell us that in the absence of a distortion $\Delta S_2 = 0$ the distribution of the weight force can be non-uniform only in the presence of eccentricity, that is, a distance of the centre of gravity with respect to the intersection of the diagonals.

Let us now always consider the following two parameters in the absence of a distortion ($\Delta S_2 = 0$):

a. lateral imbalance per axis:

- $S_{bil-ante} = (F_1 - F_2) / (F_1 + F_2)$ for the front wheelset
- $S_{bil-post} = (F_3 - F_4) / (F_3 + F_4)$ for the rear wheelset

b. imbalance between the diagonals:

- $S_{bil-Diag} = (Diag.A - Diag.B) / (Diag.A + Diag.B)$

having put for the load on the diagonals:

$$Diag. A = (F_1 + F_4)$$

$$Diag. B = (F_2 + F_3)$$

Now, based on the solutions (11), let us calculate the load on the diagonals, always assuming that they all have the same stiffnesses:

$$\begin{aligned} Diag. A &= (F_1 + F_4) = \\ \frac{P}{4} + \frac{P}{2} * \frac{e_x}{l_a} - \frac{P}{2} * \frac{e_y}{d_l} + \frac{P}{4} - \frac{P}{2} * \frac{e_x}{l_a} + \frac{P}{2} * \frac{e_y}{d_l} &= \frac{P}{2} \\ Diag. B &= (F_2 + F_3) = \\ \frac{P}{4} + \frac{P}{2} * \frac{e_x}{l_a} + \frac{P}{2} * \frac{e_y}{d_l} + \frac{P}{4} - \frac{P}{2} * \frac{e_x}{l_a} - \frac{P}{2} * \frac{e_y}{d_l} &= \frac{P}{2} \end{aligned} \quad (12)$$

As can be seen the load P is distributed in equal parts $P/2$ on the diagonals, when the stiffnesses k of the primary suspensions are all equal, regardless of the position of the centre of gravity (e_x, e_y). The position of the centre of gravity may cause a lateral imbalance.

Consequently, the imbalance of the diagonals is also always zero and independent of the position of the centre of gravity, that is, it is independent of the distribution of the masses.

Therefore, in the case of uniform stiffnesses on the 4 suspensions and zero distortion ($\Delta S_2 = 0$), even in the presence of non-zero eccentricity $e_x \neq 0, e_y \neq 0$, there may be imbalance of the individual wheelsets:

- $S_{bil-ante} \neq 0$
- $S_{bil-post} \neq 0$

However, the imbalance of the diagonals is always zero:

- $S_{bil-Diag} = (Diag.A - Diag.B) / (Diag.A + Diag.B) = 0$
it being based on (12), $Diag.A = Diag.B = P/2$.

Ultimately, we have:

when the stiffnesses are equal on the 4 suspensions, the load distribution on the diagonals is independent of the ec-

dall'eccentricità ed un eventuale sbilanciamento sulle diagonali è possibile solo se è presente uno sghebo ($\Delta S_2 \neq 0$).

Valutiamo ora una corrispondenza inversa (Fig. 3), ossia quali considerazioni possiamo ricavare a partire dalla misura delle forze scaricate sulle quattro ruote di un carrello (ovvero le F_i)?

Dall'analisi dei valori di queste grandezze ricavate analiticamente, supponiamo di misurare su un binario privo di sghebo ($\Delta S_2 = 0$) i valori della forza peso sulle quattro ruote e consideriamo un primo caso in cui queste quattro forze misurate siano tutte uguali. In base alla prima delle equazioni (1), la forza $F=P/4$. In base alla seconda e alla terza si ricava che l'eccentricità è nulla. Infine, in base alla quarta si determina che $k_1+k_4 = k_2+k_3$ ovvero la somma delle rigidezze sulle due diagonali è uguale.

Vogliamo adesso analizzare l'ipotesi in cui le quattro forze non siano uguali, ma le forze sulle diagonali non sono sbilanciate. Allo scopo determiniamo in base alle soluzioni (6) l'espressione dello sbilanciamento sulle diagonali che corrisponde a:

$$\text{Diag.A} - \text{Diag.B} = (F_1 + F_4) - (F_2 + F_3) = P * \left(1 - 2 \frac{A}{KK}\right) + 2P * \frac{e_x}{l_a} \left(1 - 2 \frac{B}{KK}\right) + 2P * \frac{e_y}{d_l} \left(1 - 2 \frac{C}{KK}\right) \quad (13)$$

questa diventa pari a 0 nei casi di:

- le grandezze in parentesi sono tutte nulle ovvero le rigidezze k_i sono tutte uguali;
- l'eccentricità è nulla e $k_1+k_4 = k_2+k_3$ ovvero le somme delle rigidezze sulle due diagonali sono uguali.

Possiamo quindi considerare il seguente schema:

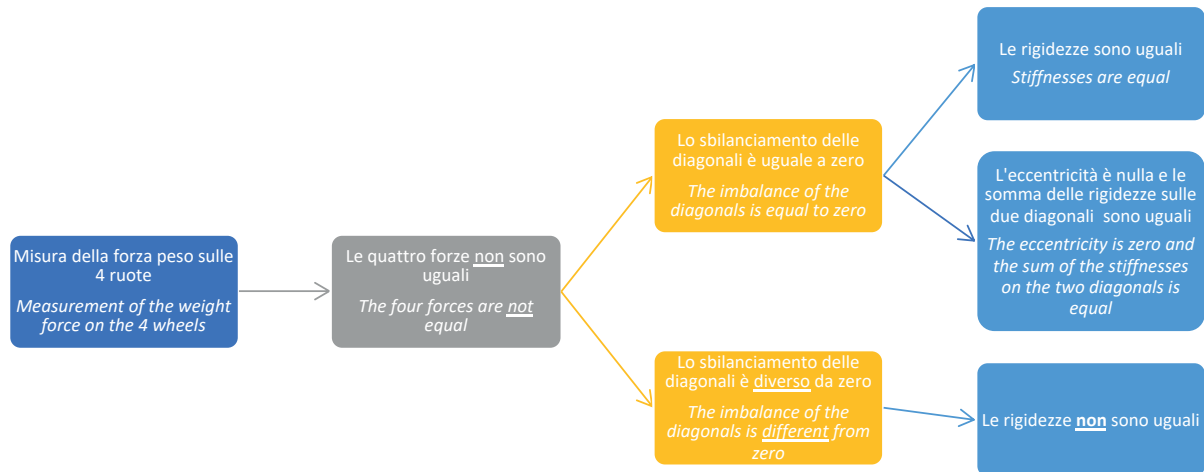


Figura 3 - Corrispondenza Inversa.
Figura 3 - Inverse correspondence.

Possiamo dedurre che quando le quattro forze non sono tutte uguali (e questo è sicuramente il caso più generale) e lo sbilanciamento delle diagonali è diverso da zero, allora le rigidezze delle quattro sospensioni primarie NON sono uguali. Pertanto, si ha che:

centricity and any imbalance on the diagonals is only possible if there is a distortion).

Let's now evaluate an inverse correspondence (Fig. 3), that is, what considerations can we derive from the measurement of the forces discharged on the four wheels of a bogie (i.e. the F_i)?

From the analysis of the values of these analytically derived quantities, let us suppose that the values of the weight force on the four wheels are measured on a track without a distortion and consider a first case in which these four measured forces are all equal. Based on the first of the equations (1), the force $F=P/4$. Based on the second and third it follows that the eccentricity is null. Finally, based on the fourth, it is determined that $k_1+k_4 = k_2+k_3$ or the sum of the stiffnesses on the two diagonals is equal.

We now want to analyse the hypothesis that the four forces are not equal, but the forces on the diagonals are not imbalanced. For this purpose, based on the solutions (6), we determine the expression of the imbalance on the diagonals that corresponds to:

$$\text{Diag.A} - \text{Diag.B} = (F_1 + F_4) - (F_2 + F_3) = P * \left(1 - 2 \frac{A}{KK}\right) + 2P * \frac{e_x}{l_a} \left(1 - 2 \frac{B}{KK}\right) + 2P * \frac{e_y}{d_l} \left(1 - 2 \frac{C}{KK}\right) \quad (13)$$

this becomes equal to 0 in the cases of:

- the quantities in brackets are all null, that is, the stiffnesses k_i are all equal;
- the eccentricity is null and $k_1+k_4 = k_2+k_3$, that is, the sums of the stiffnesses on the two diagonals are equal.

We can therefore consider the following diagram:

We can deduce that when the four forces are not all equal (and this is certainly the most general case) and the imbalance of the diagonals is different from zero, then the stiffnesses of the four primary suspensions are NOT equal. Therefore, we have:

la misura di una distribuzione non omogenea della forza peso sulle 4 ruote del carrello, accoppiata ad uno sbilanciamento delle diagonali, è un'utile indicazione della presenza di rigidità differenti all'interno di uno stesso carrello.

4 Il caso di rigidità uguali a due a due

Esaminiamo ora il caso in cui le rigidità delle sospensioni siano degradate (diminuite) ed in particolare quello in cui il degrado sia solo per due elementi su quattro; in questo caso si vengono a distinguere i seguenti casi:

- 1) è presente uniformità per i k relativi ad una stessa sala, ossia $k_1=k_2=k_a$ per la sala anteriore; $k_3=k_4=k_b$ per la sala posteriore;
- 2) è presente uniformità per i k relativi ad uno stesso lato, ossia $k_1=k_3=k_{dx}$ per le ruote a destra $k_2=k_4=k_{sx}$ per le ruote a sinistra;
- 3) è presente uniformità per i k relativi ad una stessa diagonale, ossia $k_1=k_4=k_A$ per la diagonale A e $k_2=k_3=k_B$ per le ruote della diagonale B.

Riprendiamo a questo punto le soluzioni (6).

Consideriamo, oltre all'ipotesi di assenza di sgembo $\Delta S_2 = 0$, anche l'eccentricità nulla $e_x = e_y = 0$. Osserviamo che quest'ultima ipotesi è sempre più vera grazie alle moderne tecnologie CAD e CAM.

Le soluzioni (6) possono essere riscritte come:

$$\begin{aligned} F_1 &= -\frac{P}{2} * \frac{A}{kk} + \frac{P}{2} \\ F_2 &= \frac{P}{2} * \frac{A}{kk} \\ F_3 &= \frac{P}{2} * \frac{A}{kk} \\ F_4 &= -\frac{P}{2} * \frac{A}{kk} + \frac{P}{2} \end{aligned} \quad (14)$$

dove il parametro A/kk , come combinazione delle 4 rigidità può essere espresso come:

$$A/kk = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_4} \right) / \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_4} \right) = \frac{1}{\left(1 + \frac{\frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_4}} \right)} \quad (15)$$

Prendiamo a questo punto in esame i casi 1) e 2).

In base alla (15), il valore di A/kk è sempre uguale $1/2$ e quindi in base alle (14), si ottiene che la forza applicata si distribuisce in maniera identica tra le 4 ruote, ed è pari a:

$$F_i = \frac{P}{4}$$

In questo caso dal punto di vista della distribuzione delle forze sulle ruote, il carrello in assenza di sgembo si

the measurement of an uneven distribution of the weight force on the 4 wheels of the bogie, coupled with an imbalance of the diagonals, is a useful indication of the presence of different stiffnesses within the same bogie.

4. The case of stiffnesses equal two by two

Let us now examine the case in which the stiffnesses of the suspensions are degraded (decreased) and in particular that in which the degradation is only for two out of four elements; in this case the following cases are identified:

- 1) there is uniformity for the ks relating to the same wheelset, that is $k_1=k_2=k_a$ for the front wheelset; $k_3=k_4=k_b$ for the rear wheelset;
- 2) there is uniformity for the ks relating to the same side, that is $k_1=k_3=k_{dx}$ for the wheels on the right $k_2=k_4=k_{sx}$ for the wheels on the left;
- 3) there is uniformity for the ks relating to the same diagonal, that is $k_1=k_4=k_A$ for diagonal A and $k_2=k_3=k_B$ for the wheels of diagonal B.

At this point, let us come back to the solutions (6).

In addition to the hypothesis of the absence of a distortion $\Delta S_2 = 0$, let us also consider the zero eccentricity $e_x = e_y = 0$. We can observe that the latter hypothesis is increasingly true thanks to modern CAD and CAM technologies.

The solutions (6) can be rewritten as:

$$\begin{aligned} F_1 &= -\frac{P}{2} * \frac{A}{kk} + \frac{P}{2} \\ F_2 &= \frac{P}{2} * \frac{A}{kk} \\ F_3 &= \frac{P}{2} * \frac{A}{kk} \\ F_4 &= -\frac{P}{2} * \frac{A}{kk} + \frac{P}{2} \end{aligned} \quad (14)$$

where the parameter A/kk , as a combination of the 4 stiffnesses can be expressed as:

$$A/kk = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_4} \right) / \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_4} \right) = \frac{1}{\left(1 + \frac{\frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_4}} \right)} \quad (15)$$

Let us now consider cases 1) and 2).

Based on (15), the value of A/kk is always equal to $1/2$ and therefore based on (14), the result is that the applied force is distributed identically among the 4 wheels, and is equal to:

$$F_i = \frac{P}{4}$$

In this case, from the point of view of the distribution of forces on the wheels, in the absence of a distortion, the bogie behaves in a completely similar way to the case of the four stiffnesses that

comporta in maniera del tutto simile al caso delle quattro rigidità tutte uguali; la sola differenza consiste nel fatto che le sospensioni in corrispondenza delle k_i minori si accorceranno un po' di più, ma il carrello avrà un equilibrio stabile. Occorre sottolineare che questo differente accorciamento delle molle determina un'inclinazione del telaio che a rigore determina una piccola perdita della forza verticale. In questa trattazione semplificata la trascureremo considerata la piccola entità.

Veniamo adesso al caso 3), ossia quello in cui le rigidità sono uguali a due a due sulle diagonali. Il fattore definito A/kk (15) diventa una funzione dei k delle due diagonali, che può essere espresso nel seguente modo:

$$\frac{A}{kk} = \left(\frac{k_B}{k_A + k_B} \right)$$

consentendo di riscrivere le (14) come:

$$\begin{aligned} F_1 = F_4 &= -\frac{P}{2} * \left(\frac{k_B}{k_A + k_B} \right) + \frac{P}{2} \\ F_2 = F_3 &= \frac{P}{2} * \left(\frac{k_B}{k_A + k_B} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

$$F_1 = F_4 > F_2 = F_3$$

Ricordando che k_A è la rigidità della diagonale 1-4 e k_B è la rigidità della diagonale 2-3, si può osservare che quando $k_A > k_B$ si ha che $F_1 = F_4 > F_2 = F_3$ ovvero Ovvero la diagonale dove la rigidità delle 2 sospensioni è maggiore, corrisponde alla diagonale sulla quale grava il maggior peso. Se ipotizzassimo una condizione limite di rigidità infinita per le sospensioni della diagonale 1-4 (e quindi un corrispondente accorciamento nullo), il peso si scaricherebbe solo sulle ruote 1 e 4.

A questo punto consideriamo (Fig. 4) lo schema seguente dove si propone un carrello squilibrato sulle diagonali tale che $(F_1 + F_4) > (F_2 + F_3)$ e quindi le rigidità delle ruote 1 e 4 in rosso maggiori delle ruote 2 e 3 in azzurro (Fig.4).

Da fermo, in assenza di altre forze e nell'ipotesi che il baricentro coincida con l'incrocio delle diagonali O, il carrello appare del tutto identico al caso di rigidità tutte uguali. Ovvero il telaio del carrello rimane orizzontale e parallelo ai punti di contatto delle ruote con le rotaie, si veda lo schema del carrello di Fig.1.

Questo assetto sarebbe identico anche nel caso limite per il quale le rigidità della diagonale 2-3 degradassero al punto tale da essere nulle e in questo caso il peso ricadrebbe unicamente sulla diagonale 1-4. È evidente, tuttavia, che sarebbe un assetto estremamente instabile perché durante il moto sarebbe sufficiente una qualsiasi forza verticale aggiuntiva non appartenente

are all the same; the only difference is that the suspensions will shorten a little more at the minor k_s , but the bogie will have a stable balance. It should be noted that this different shortening of the springs determines an inclination of the frame which strictly determines a small loss of vertical force. In this simplified discussion we will neglect it considering the small entity.

Let us now address case 3), that is, the one in which the stiffnesses are equal two by two on the diagonals. The defined factor A/kk (15) becomes a function of the k s of the two diagonals, which can be expressed as follows:

$$\frac{A}{kk} = \left(\frac{k_B}{k_A + k_B} \right)$$

allowing (14) to be rewritten as:

$$\begin{aligned} F_1 = F_4 &= -\frac{P}{2} * \left(\frac{k_B}{k_A + k_B} \right) + \frac{P}{2} \\ F_2 = F_3 &= \frac{P}{2} * \left(\frac{k_B}{k_A + k_B} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

Bearing in mind that k_A is the stiffness of the diagonal 1-4 and k_B is the stiffness of the diagonal 2-3, we can observe that when $k_A > k_B$ we have $F_1 = F_4 > F_2 = F_3$ that is to say, the diagonal where the stiffness of the 2 suspensions is greater, corresponds to the diagonal on which the greater weight is borne. If we assumed a limit condition of infinite stiffness for the 1-4 diagonal suspensions (and therefore a corresponding zero shortening), the weight would only be discharged on wheels 1 and 4.

At this point we consider (Fig. 4) the following diagram where an imbalanced bogie is proposed on the diagonals such that $(F_1 + F_4) > (F_2 + F_3)$ and therefore the stiffnesses of wheels 1 and 4 in red are greater than those of wheels 2

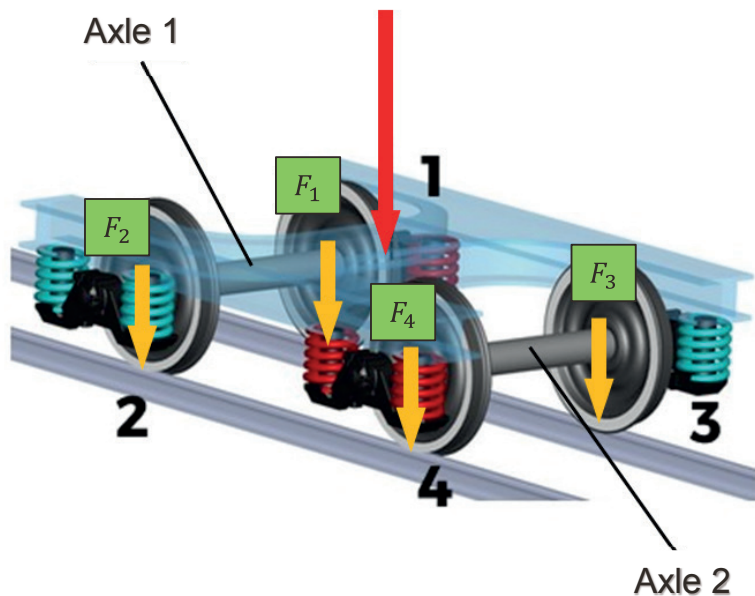


Figura 4 - Carrello le cui rigidità sono uguali a due a due sulle diagonali.
Figure 4 - Bogie whose stiffnesses are equal two by two on the diagonals

alla diagonale 1-4 che provocherebbe una rapida rotazione del carrello intorno all'asse 1-4.

In definitiva si può affermare che, quando degradano le rigidità su una diagonale, il carrello:

- distribuisce la forza peso maggiormente sulla diagonale per la quale le rigidità non sono degradate e quindi sono maggiori (ad es. 1-4);
- viene a trovarsi in una condizione di equilibrio instabile rispetto alla rotazione intorno ad un asse 1-4 e può assumere assetti diversi in presenza di una qualsiasi forza di disturbo.

Questa instabilità e la possibile rotazione intorno all'asse 1-4 determina repentinamente una diversa distribuzione del peso sulle ruote della diagonale 2-3 alleggerendo una delle due ruote a seconda di una forza di disturbo anche piccola.

In definitiva il modello mette in evidenza che la distribuzione del peso scaricato sulle quattro ruote è determinata anche dall'assetto che assume il carrello durante il moto e questo assetto può cambiare repentinamente in funzione di forze di disturbo anche piccole (Fig. 5).

5. Possibili effetti dinamici conseguenti alla riduzione di rigidità per le sospensioni primarie di una diagonale

Abbiamo precedentemente esaminato il caso del carrello per il quale si è verificata una riduzione di rigidità per la coppia di sospensioni appartenenti alla stessa diagonale. In questo caso il peso scaricato sulle due diagonali è diverso e sulla diagonale con le rigidità non degradate e quindi maggiori grava un carico maggiore. Come conseguenza il carrello, se il baricentro coincide con l'incrocio delle diagonali, risulta in equilibrio instabile e durante il suo moto è maggiormente sensibile alle altre forze che agiscono su di esso provocando variazioni di assetto che possono modificare frequentemente l'interazione con il binario. In particolare, le due ruote sulla diagonale per la quale le sospensioni primarie presentano una rigidità minore, scaricano la forza che compete alla diagonale non in maniera uguale, ma maggiormente sull'una rispetto all'altra. Questa disuniformità può cambiare continuamente e rapidamente a seconda dell'assetto in cui si colloca il carrello durante il suo moto, determinando che le forze che agiscono sulla diagonale si distribuiscano alternativamente sulle due ruote. Al link https://youtu.be/Q_LgakQzt1M è visibile un'animazione di un possibile moto di un carrello nelle condizioni appena descritte.

Questa variazione continua e alternante di assetto e quindi di distribuzione del peso scaricato, può determinare:

- condizioni in cui il Q su una ruota diminuisce e conseguentemente aumenta il rapporto caratteristico per il rischio svio Y/Q da cui deriva un peggioramento della capacità di affrontare uno sghebo;

and 3 in blue.

When stationary, in the absence of other forces and in the event that the centre of gravity coincides with the intersection of the diagonals O, the bogie appears completely identical to the case of all equal stiffnesses. That is, the bogie frame remains horizontal and parallel to the points of contact of the wheels with the rails, see the bogie diagram in Fig.1.

This arrangement would be identical even in the limit case for which the stiffnesses of the diagonal 2-3 would degrade to the extent of being zero and in this case the weight would fall only on the diagonal 1-4. It is evident, however, that it would be an extremely unstable set-up because during motion any additional vertical force not belonging to the 1-4 diagonal would be sufficient to cause a rapid rotation of the bogie around the 1-4 axis.

Ultimately, it can be said that, when the stiffnesses on a diagonal are degraded, the bogie:

- distributes the weight force more on the diagonal for which the stiffnesses are not degraded and therefore are greater (e.g. 1-4);*
- it is in a condition of unstable equilibrium with respect to rotation around an axis 1-4 and can assume different positions in the presence of any disturbing force.*

This instability and the possible rotation around the 1-4 axis suddenly determine a different distribution of weight on the wheels of the 2-3 diagonal, relieving one of the two wheels, depending on a small disturbing force.

Ultimately, the model highlights that the distribution of the weight unloaded on the four wheels is also determined by the distribution that the bogie assumes during motion and this balance can change suddenly as a function of even small disturbing forces (Fig. 5).

5. Possible dynamic effects resulting from the reduction in stiffness for the primary suspensions of a diagonal

We have previously examined the case of the bogie for which there was a reduction in stiffness for the pair of suspensions belonging to the same diagonal. In this case, the weight unloaded on the two diagonals is different and therefore a greater load rests on the diagonal with the stiffnesses not degraded. As a result, if the centre of gravity coincides with the intersection of the diagonals, the bogie is in an unstable equilibrium and is more sensitive to the other forces acting on it during its movement, causing changes in distribution that can frequently modify the interaction with the track. In particular, the two wheels on the diagonal for which the primary suspensions have a lower stiffness, unequally discharge the force that corresponds to the diagonal, but more on one than on the other. This irregularity can change continuously and quickly, depending on the arrangement in which the bogie is placed during its movement, determining that the forces acting on the diagonal are distributed alternately on the two wheels. You can see an animation of a possible motion of a bogie in the conditions just described

Typology	DATE	Rolling Stock (R.S.)	Imbalance for wheelset				Diagonal Load				Diagonal Imbalance	
			1	2	3	4	1--4	2--3	5--8	6--7	% 1_4/2_3	% 5_8/6_7
European Passenger Trains	23/06/2021	R.S. 1	6.95	-2.14	-0.33	-8.36	21.52	19.63	21.47	19.85	4.59%	3.92%
	18/06/2021	R.S. 2	4.84	0.93	-2.72	-5.45	21.03	20.21	21.02	20.50	1.99%	1.25%
	09/06/2021	R.S. 3	6.15	1.83	-5.48	-3.55	21.05	20.17	20.47	20.88	2.13%	-0.99%
	08/06/2021	R.S. 4	-3.02	-0.32	-1.62	6.72	18.51	19.02	17.84	19.40	-1.36%	-4.19%
	04/06/2021	R.S. 5	7.74	0.30	-5.46	-5.07	21.33	19.77	20.78	20.94	3.80%	-0.38%
	01/06/2021	R.S. 6	5.46	-2.62	-4.72	-0.60	21.50	19.83	20.34	21.23	4.04%	-2.14%
	12/04/2021	R.S. 7	-7.73	3.99	-1.14	-1.51	20.07	22.56	21.20	21.12	-5.84%	0.19%
	28/03/2021	R.S. 8	3.46	4.59	5.47	-7.07	21.34	21.59	22.63	19.96	-0.58%	6.27%
	26/03/2021	R.S. 9	-3.90	11.53	5.72	-9.50	19.78	23.10	22.95	19.70	-7.74%	7.62%
	11/03/2021	R.S. 10	4.47	-0.19	11.15	-10.60	21.85	20.86	23.60	18.97	2.32%	10.88%
	19/02/2021	R.S. 11	2.09	-1.27	5.74	6.54	19.32	18.68	19.67	17.10	1.68%	6.99%
	06/01/2021	R.S. 12	0.40	-5.51	3.31	3.73	21.07	19.93	20.57	20.64	2.78%	-0.17%
	08/12/2020	R.S. 13	1.50	-1.60	5.96	-1.23	21.97	21.30	22.04	20.50	1.55%	3.62%
Regional Trains	02/09/2021	R.S. 14	-0.86	8.36	0.30	-0.92	13.20	14.47	13.28	13.12	-4.59%	0.61%
	06/05/2021	R.S. 15	3.68	6.95	-2.99	-0.68	13.55	13.99	13.10	13.41	-1.60%	-1.17%
	06/05/2021	R.S. 16	-0.38	3.54	-6.48	-3.72	12.96	13.48	13.53	13.91	-1.97%	-1.38%
	05/03/2021	R.S. 17	3.59	12.23	-7.15	-1.44	13.20	14.37	12.85	13.61	-4.24%	-2.87%
	05/03/2021	R.S. 18	2.12	10.61	-10.88	-3.34	12.68	13.81	13.21	14.24	-4.27%	-3.75%
	01/04/2020	R.S. 19	-3.54	-4.90	7.52	-1.27	14.10	13.92	14.15	12.95	0.64%	4.43%
	01/04/2020	R.S. 20	5.04	9.52	-8.99	-10.71	13.17	13.77	13.88	13.65	-2.23%	0.84%
	01/04/2020	R.S. 21	-5.11	-2.23	4.06	-0.74	13.81	14.22	13.94	13.28	-1.46%	2.42%
	01/04/2021	R.S. 22	-8.35	-5.71	4.02	5.55	13.73	14.11	13.49	13.69	-1.36%	-0.74%
	01/04/2021	R.S. 23	5.15	3.51	-8.71	-9.90	13.60	13.37	14.00	13.83	0.85%	0.61%
	19/03/2021	R.S. 24	-9.27	-5.99	11.44	10.21	13.93	14.39	13.71	13.54	-1.62%	0.62%
	19/03/2021	R.S. 25	10.40	5.26	-6.01	-9.49	13.67	13.01	14.16	13.66	2.47%	1.80%
	19/03/2021	R.S. 26	-5.99	-11.70	5.85	5.54	14.31	13.56	13.63	13.58	2.69%	0.18%
	23/12/2020	R.S. 27	8.59	0.45	-4.43	-10.98	14.00	12.90	14.37	13.47	4.09%	3.23%
	19/03/2021	R.S. 28	-8.18	-13.44	-0.44	18.62	14.40	13.69	12.41	15.01	2.53%	-9.48%
	19/03/2021	R.S. 29	-5.03	-6.34	-1.71	-0.72	13.55	13.38	13.90	14.04	0.63%	-0.50%
	19/03/2021	R.S. 30	-13.33	-2.43	16.55	8.96	13.26	14.79	14.28	13.23	-5.45%	3.82%
High Speed Trains	19/03/2021	R.S. 31	6.97	7.05	-3.60	-8.78	13.18	13.21	14.37	13.63	-0.11%	2.64%
	28/09/2020	R.S. 32	2.70	8.48	-5.39	-4.76	14.11	14.96	13.77	13.85	-2.92%	-0.29%
	28/09/2020	R.S. 33	5.87	2.39	-1.50	-6.17	14.33	13.85	16.58	15.81	1.70%	2.38%
	31/08/2020	R.S. 34	1.35	-0.71	2.55	5.71	14.23	13.94	13.86	14.30	1.03%	-1.56%
	31/08/2020	R.S. 35	0.57	-1.69	2.61	5.68	14.25	13.93	13.92	14.35	1.14%	-1.52%
	24/07/2020	R.S. 36	5.34	3.62	-5.97	-7.52	14.52	14.27	13.82	13.61	0.87%	0.77%
	18/06/2020	R.S. 37	3.13	2.32	-1.48	-5.15	12.53	12.43	12.31	11.87	0.40%	1.82%
	17/06/2020	R.S. 38	-2.55	-9.44	11.64	5.12	14.52	13.56	14.87	13.94	3.42%	3.23%
	12/06/2020	R.S. 39	4.57	5.46	-1.30	-5.54	14.19	14.32	16.52	15.83	-0.46%	2.13%
	12/06/2020	R.S. 40	5.92	6.39	-1.49	-8.25	14.09	14.17	16.84	15.72	-0.28%	3.44%
	18/06/2020	R.S. 41	3.13	2.32	-1.48	-5.15	12.53	12.43	12.31	11.87	0.40%	1.82%

All trains in the table have been measured in the time interval between two second level maintenances

Figura 5 - Tabella riepilogativa della distribuzione dei pesi sulle ruote dei carrelli misurati su diversi rotabili in Europa, che presentano uno squilibrio laterale oltre il 5%. Si può osservare che circa la metà (ultime due colonne valori evidenziati) presenta anche uno sbilanciamento sulle diagonali oltre il 3%.

Figure 5 - Summary table of the distribution of weights on the wheels of the bogies measured on different rolling stock in Europe, which have a lateral imbalance also exceeding 5%. It can be seen that about half (last two columns highlighted values) also have an imbalance on the diagonals exceeding 3%.

b) un'interazione meccanica ruota/rotaia non ottimale che può causare:

- usura maggiore e non uniforme delle ruote;
- usura maggiore e non uniforme delle rotaie;

c) un funzionamento non ottimale nel caso di carrelli motore e più gravoso rispetto ai carrelli portanti.

Queste condizioni nascono tutte da un degrado delle rigidità di due sospensioni primarie appartenenti ad una diagonale.

at the link https://youtu.be/Q_LgakQzt1M.

This continuous and alternating variation of the arrangement and therefore of the distribution of the unloaded weight, can determine:

a) conditions in which the Q on a wheel decreases and consequently increases the characteristic ratio for the Y/Q derailment risk resulting in worsening the ability to deal with a distortion;

b) a non-optimal wheel/rail mechanical interaction that may cause:

Per una più completa descrizione del modello e per il suo utilizzo interattivo è stata realizzata una web application al link <https://playground.powerve.cloud/> accessibile gratuitamente.

La condizione di degrado delle rigidità delle sospensioni primarie può essere agevolmente individuata misurando la distribuzione della forza peso sulle ruote del carrello e individuando l'eventuale squilibrio sulle diagonali.

Durante operazioni di misura del peso che abbiamo effettuato per vari motivi su rotabili in tutta Europa, si sono riscontrati diversi casi con uno o più carrelli sbilanciati sia nelle sale e sia sulle diagonali ad un livello tale che potrebbero trovarsi nelle condizioni appena descritte (fig.5). Ovviamente queste condizioni non significano propriamente una riduzione delle condizioni di sicurezza nelle quali un rotabile opera, ma probabilmente rappresentano un maggiore costo nella manutenzione delle ruote e/o del binario e potrebbe essere opportuno chiedersi se è il caso di cercare di ridurre il numero di rotabili con questa condizione.

Per ridurre queste condizioni che determinano anche maggiori costi per l'usura delle ruote e dei binari, possiamo ipotizzare di:

- monitorare con frequenza adeguata la distribuzione del peso sulle ruote di un carrello così da individuare l'insorgere di un degrado nella rigidità delle sospensioni;
- associare a questi momenti adeguati interventi di manutenzione su condizione.

Tutto ciò significa definire un processo manutentivo mirato a mantenere gli squilibri entro certi valori così come indicano le recenti norme. Questo significa per l'esercente poter assicurare la circolazione di rotabili in conformità alle condizioni di omologazione. Il problema è valutare:

- a) quale potrebbe essere l'incremento dei costi di manutenzione;
- b) quanto potrebbero valere i benefici ricavabili.

Una valutazione in merito a modifiche dei piani di manutenzione deve basarsi su uno studio del possibile rapporto costo/benefici che ne deriverebbe (Fig.6).

Vogliamo ribadire che tutte le considerazioni finora esposte, nascono intorno ad un modello elementare che certamente non è in grado di cogliere tutti gli aspetti delle sofisticazioni presenti nei moderni carrelli, ma riteniamo che sia uno strumento utile ad una migliore interpretazione delle indicazioni sia delle più recenti norme che prescrivono valori limite dello squilibrio delle sale [3][4] e sia delle misure di peso che oggi si possono eseguire con maggiore facilità durante la vita di un rotabile [6][7].

6. Conclusioni

La norma UNI EN 13306:2010 definisce che l'obiettivo della manutenzione è assicurare che "un'entità", e quindi

- *greater and non-uniform wear of the wheels;*
- *greater and non-uniform wear of the rails;*
- c) *operation is not optimal in the case of motor bogies and more burdensome than load-bearing bogies.*

These conditions all arise from a degradation of the stiffnesses of two primary suspensions belonging to a diagonal.

For a more complete description of the model and for its interactive use, a web application has been created at the link <https://playground.powerve.cloud/> accessible free of charge.

The condition of degradation of the stiffnesses of the primary suspensions can be easily identified by measuring the distribution of the weight force on the bogie wheels and identifying any imbalance on the diagonals.

During the weight measurement operations that we have carried out for various reasons on rolling stock throughout Europe, several cases have been found with one or more imbalanced bogies both in the wheelsets and on the diagonals at such a level that they could be in the conditions just described (fig.5). Obviously, these conditions do not really mean reduced safety conditions in which a rolling stock operates, but they probably represent a higher cost in the maintenance of the wheels and/or the track and it may be appropriate to ask oneself whether it is right to try to reduce the number of rolling stock with this condition.

To reduce these conditions that also cause higher costs for the wear of the wheels and tracks, we can assume:

- *monitoring the distribution of weight on the wheels of a bogie with adequate frequency in order to identify the occurrence of a degradation in the stiffness of the suspensions;*
- *associating these instances with appropriate maintenance operations on condition.*

All this means defining a maintenance process aimed at maintaining imbalances within certain values as indicated by recent regulations. For the operator this means being able to ensure circulation of rolling stock in accordance with the approval conditions. The problem is to assess:

- a) *what the increase in maintenance costs could be;*
- b) *how much the benefits could be worth.*

An assessment of changes to maintenance plans must be based on a study of the possible resulting cost/benefit ratio (Fig. 6).

We want to reiterate that all the considerations set out so far arise around an elementary model that is certainly unable to grasp all the aspects of the sophistications present in modern bogies, but we believe that it is a useful tool for a better interpretation of the indications of both the most recent regulations that prescribe limit values of the imbalance of the wheelsets [3][4] and of the weight measurements that can be performed more easily today during the life of a rolling stock [6][7].

6. Conclusions

The UNI EN 13306:2010 standard defines that the objec-

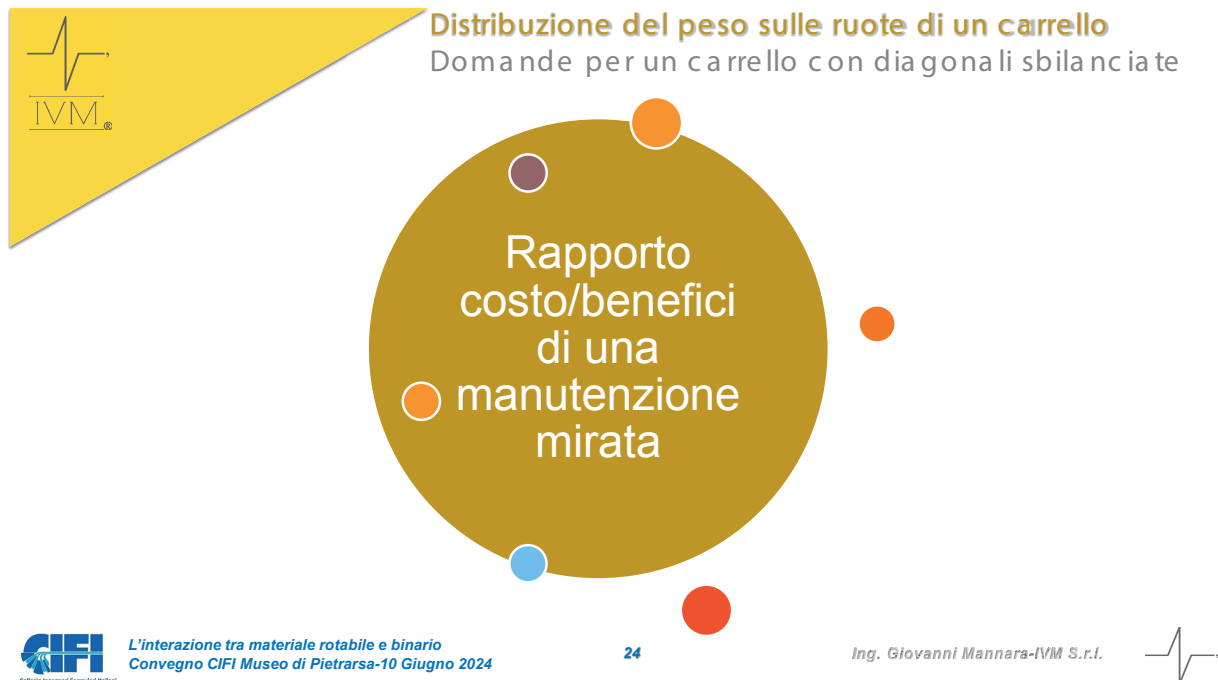


Figura 6 – Importanza di una valutazione del: “rapporto costo/benefici di una manutenzione mirata” Slide conclusiva della presentazione effettuata dall'autore durante il convegno CIFI tenuto a Pietrarsa il 10 giugno 2024 [10].
Figure 6 – Importance of an assessment of: “cost/benefit ratio of targeted maintenance” Concluding slide of the presentation made by the author during the CIFI conference held in Pietrarsa on 10 June 2024 [10].

il rotabile, durante l'utilizzo conservi la conformità ai suoi requisiti di progetto e di omologazione.

Per i nuovi treni, omologati in conformità alla STI LOC & PAS, è previsto un valore limite di squilibrio laterale delle sale fissato al 5% e questo valore deve essere probabilmente dimostrato durante gli interventi manutentivi.

Quanto trattato in questo articolo evidenzia alcuni possibili benefici derivanti dalla circolazione di rotabili con una distribuzione ben equilibrata della forza peso sulle ruote di un carrello.

Come richiamato nell'introduzione, gli accadimenti degli ultimi 10 anni sembrano fornire un orientamento anche normativo verso una maggiore attenzione a questi aspetti e l'evoluzione delle tecniche di modellazione possono fornire una quantizzazione dei benefici sempre più accurata.

Crediamo che ci sono molti elementi per orientare approfondimenti verso una valutazione quantitativa del possibile rapporto fra costi e benefici di una manutenzione mirata al mantenimento uniforme della forza peso per un carrello ferroviario.

Nell'ambito di questa valutazione quantitativa, stiamo già svolgendo attività di:

- modellazione numerica dell'usura delle ruote di un carrello ferroviario introducendo sia diversi livelli di sbilanciamento delle sale e sia delle diagonali;

itive of maintenance is to ensure that “an entity”, and therefore the rolling stock, maintains compliance with its design and approval requirements during use.

For new trains, approved in accordance with the LOC & PAS TSI, a limit value of lateral imbalance of the wheelsets is set at 5% and this value must probably be proven during maintenance operations.

What is discussed in this article highlights some possible benefits deriving from the circulation of rolling stock with a well-balanced distribution of the weight force on the wheels of a bogie.

As mentioned in the introduction, the events of the last 10 years seem to provide a regulatory orientation towards greater attention to these aspects and the evolution of modelling techniques can provide an increasingly accurate quantification of the benefits.

We believe that there are many elements to guide insights towards a quantitative assessment of the possible cost-benefit ratio of maintenance aimed at the uniform maintenance of the weight force for a railway bogie.

As part of this quantitative evaluation, we are already carrying out activities of:

- numerical modelling of the wear of the wheels of a railway bogie introducing both different levels of imbalance of the wheelsets and of the diagonals;

- monitoraggio sperimentale di flotte di treni in esercizio sulla stessa tratta, che presentano alcuni carrelli con sale e con diagonali sbilanciate.

L'obiettivo consisterà nell'ottenere una quantizzazione dell'usura delle ruote nelle diverse condizioni di sbilanciamento del carrello.

- *experimental monitoring of fleets of trains in operation on the same route, which have some bogies with wheelsets and imbalanced diagonals.*

The objective will be to obtain a quantification of the wear of the wheels in the different conditions of imbalance of the bogie.

BIBLIOGRAFIA – REFERENCES

- [1] PANAGIN R. (2010), *“La dinamica del veicolo ferroviario”* – CET, Casa Editrice Torinese, 2010
- [2] STAGNI E. (1971), *“Meccanica della locomozione”* – Riccardo Patron, 1971
- [3] STI LOC & PAS (2014), Specifica Tecnica di Interoperabilità per il sottosistema «Materiale rotabile — Locomotive e materiale rotabile per il trasporto di passeggeri» del sistema ferroviario dell'Unione europea- REGOLAMENTO (UE) N. 1302/2014 DELLA COMMISSIONE del 18 novembre 2014.
- [4] Decreto ANSF n.1 2016 del 13 dicembre 2016 - Riordino normativo, standard tecnico, sottosistemi materiale rotabile e controllo-comando e segnalamento di bordo.
- [5] UNI EN 14363:2022 Railway applications - *“Testing for the acceptance of running, characteristics of railway vehicles - Testing of running behaviour and stationary tests”* (Applicazioni ferroviarie - Prove per l'accettazione delle caratteristiche di marcia dei veicoli ferroviari - Prove di comportamento dinamico e statico).
- [6] UNI EN 15654:2019 Railway applications - *“Measurement of vertical forces on wheels and wheelsets”* (Applicazioni ferroviarie - Misurazione delle forze verticali su ruote e sale montate). (Parte 1 – Pesatura di un rotabile in movimento; Parte 2: Prove in officina per veicoli nuovi, modificati e sottoposti a manutenzione Parte– 3 indicazioni su come tarare gli apparati per la misura dinamica.)
- [7] BARBATI N., BORRELLI A., CARILLO D., MANNARA G., RACIOPPI G., STRANO S. (2023), *“Innovation in railway bogie maintenance using a portable weighing system”* [Innovazione nella manutenzione di carrelli ferroviari mediante l'utilizzo di un sistema di pesatura portatile] - Ingegneria Ferroviaria, 78 (1), pp. 5-29.
- [8] BIANCUCCI A. (2018), Trenitalia Direzione Tecnica - *“Firenze e l'evoluzione della TE italiana in C.C.”* - Convegno CIFI, 16 novembre 2018
- [9] UNI EN 15839:2024 Railway applications - *Testing and simulation for the acceptance of running characteristics of railway vehicles - Running safety under longitudinal compressive force”*.
- [10] MANNARA G., IVM (2024), *“L'interazione fra materiale rotabile e binario”* – Convegno CIFI, Museo Ferroviario di Pietrarsa, 10 giugno.

Avviso ai lettori

Si informano i gentili lettori che sul sito di Ingegneria Ferroviaria (<https://www.ingegneriaferroviaria.it/web/>) è ora possibile consultare e scaricare gratuitamente i numeri arretrati dal 2008 al 2023. L'annualità 2024 verrà caricata progressivamente in parallelo ai fascicoli del 2025.

IF - Ingegneria Ferroviaria
La redazione
Editorial Board