



Quantum computing nel settore ferroviario

Quantum computing in the railway sector

Marzia DE BARTOLOMEO^(*)

Giuseppe CAVALLERI^(**)

Antonio DE NICOLA^(***)

(<https://www.medra.org/servlet/view?lang=it&doi=10.57597/IF.02.2025.ART.2>)

Sommario - Il settore ferroviario, essenziale per il trasporto globale, affronta problematiche tecniche e gestionali di crescente complessità. Il quantum computing, tecnologia basata sui principi della meccanica quantistica, sta emergendo come una soluzione avanzata per migliorare l'efficienza operativa, grazie alla capacità di eseguire calcoli paralleli e risolvere problemi NP-hard (*non-deterministic polynomial-time hardness*). Algoritmi come il Quantum Annealing e il QAOA (*Quantum Approximate Optimization Algorithm*) consentono di ottimizzare processi critici, tra cui la pianificazione oraria e l'allocazione delle risorse, riducendo drasticamente i tempi di calcolo rispetto ai metodi tradizionali. Il modello QUBO (*Quadratic Unconstrained Binary Optimization*) rappresenta un approccio efficace per minimizzare ritardi e costi, ottimizzando la gestione operativa. L'integrazione con tecnologie IoT abilita un monitoraggio continuo delle infrastrutture, migliorando sicurezza e affidabilità. Questo lavoro delinea il potenziale del quantum computing per ottimizzare il settore ferroviario, aprendo la strada a un futuro più efficiente e sostenibile.

1. Introduzione

Nel settore ferroviario, l'ottimizzazione delle operazioni rappresenta una sfida continua, data la complessità dei problemi NP-hard, *non-deterministic polynomial-time hardness*, come la pianificazione degli orari e l'allocazione delle risorse. Tradizionalmente, questi problemi sono stati affrontati con metodi euristici e algoritmi di ottimizzazione classica, i quali, sebbene efficaci in molti casi, non riescono sempre a fornire soluzioni ottimali in tempi ragionevoli, specialmente con l'aumento della complessità delle reti ferroviarie.

Il *quantum computing* si propone come una tecnologia rivoluzionaria in questo contesto, grazie alla sua capacità di eseguire calcoli in parallelo e di esplorare simultanea-

Summary - The rail sector, which is essential to global transport, faces technical and management challenges of increasing complexity. Quantum computing, a technology based on the principles of quantum mechanics, is emerging as an advanced solution to improve operational efficiency, thanks to the ability to perform parallel calculations and solve NP-hard (*non-deterministic polynomial-time hardness*) problems. Algorithms such as Quantum Annealing and QAOA (*Quantum Approximate Optimization Algorithm*) make it possible to optimize critical processes, including time planning and resource allocation, drastically reducing computational times compared to traditional methods. The QUBO (*Quadratic Unconstrained Binary Optimization*) model represents an effective approach to minimize delays and costs, optimizing operational management. Integration with IoT technologies enables continuous monitoring of infrastructures, improving safety and reliability. This work outlines the potential of quantum computing to optimize the rail sector, paving the way for a more efficient and sustainable future.

1. Introduction

In the rail sector, optimizing operations is an ongoing challenge, given the complexity of NP-hard, *non-deterministic polynomial-time hardness* issues, such as timetable planning and resource allocation. Traditionally, these problems have been addressed with heuristic methods and classical optimization algorithms, which, although effective in many cases, do not always fail to provide optimal solutions in a reasonable time, especially with the increasing complexity of railway networks.

Quantum computing is proposed as a revolutionary technology in this context, thanks to its ability to perform calculations in parallel and to simultaneously explore a large number of possible solutions. This feature makes it

^(*) Dott.ssa in Ingegneria Informatica, Università Guglielmo Marconi, Roma.

^(**) Siemens Mobility, Milano.

^(***) Agenzia nazionale per le nuove tecnologie, l'energia e lo sviluppo economico sostenibile (ENEA), Roma

^(*) Dott.ssa in Computer Engineering, Università Guglielmo Marconi, Roma.

^(**) Siemens Mobility, Milan.

^(***) Agenzia nazionale per le nuove tecnologie, l'energia e lo sviluppo economico sostenibile (ENEA), Rome.

mente un numero elevato di soluzioni possibili. Questa caratteristica lo rende particolarmente adatto per affrontare i problemi NP-hard, riducendo significativamente i tempi di calcolo e migliorando la qualità delle soluzioni ottenute [1][2]. Nel contesto della pianificazione ferroviaria, il *quantum computing* può essere utilizzato per ottimizzare la gestione dei ritardi, l'allocazione dei binari, e la distribuzione del traffico, contribuendo a creare reti ferroviarie più efficienti e resilienti.

Oltre all'ottimizzazione operativa, l'integrazione del *quantum computing* con l'*Internet of Things* (IoT) sta aprendo nuove frontiere nella manutenzione predittiva delle infrastrutture ferroviarie. A. LUGARÀ, nel suo lavoro "La manutenzione predittiva ferroviaria ed il ruolo abilitante dell'*Internet of Things*" [14], ha evidenziato come l'adozione dell'IoT possa abilitare un monitoraggio continuo e interventi tempestivi, riducendo il rischio di guasti e ottimizzando i costi operativi. Inoltre, nello studio "La manutenzione predittiva dei ponti ferroviari attraverso un framework basato sull'*Internet of Things*. Una proposta di implementazione" [15], LUGARÀ e BRUCIAFREDDO hanno esplorato come un framework IoT specificamente progettato per i ponti ferroviari possa ulteriormente migliorare la sicurezza e l'affidabilità delle infrastrutture. L'integrazione del *quantum computing* con l'*Internet of Things* rappresenta una sinergia che può trasformare radicalmente la manutenzione delle infrastrutture ferroviarie. L'IoT, con i suoi sensori distribuiti su tutta la rete ferroviaria, raccoglie continuamente dati dettagliati sulle condizioni dei binari, dei ponti e di altri elementi critici. Tuttavia, l'analisi di questi dati in tempo reale può essere un compito arduo e complesso, specialmente quando si tratta di enormi volumi di informazioni. Occorrerebbe indagare sui dati che si influenzano reciprocamente perché sono essi che danno luogo a crescita esponenziale delle computazioni. In caso contrario, se c'è indipendenza, la crescita lineare non dovrebbe creare grosse criticità di elaborazione. Ecco dove il *quantum computing* fa la differenza. La sua capacità di elaborare e analizzare dati in modo estremamente veloce consente di trarre conclusioni più rapide dalle informazioni fornite dall'IoT. Utilizzando algoritmi quantistici avanzati, è possibile identificare schemi complessi e anomalie che potrebbero sfuggire ai computer tradizionali. Questo non solo migliora la precisione delle previsioni sui guasti, ma accelera anche il processo di diagnosi e intervento. La sinergia tra IoT e *quantum computing* si manifesta concretamente nella capacità di ottimizzare la pianificazione della manutenzione. Mentre i sensori IoT monitorano continuamente le condizioni delle infrastrutture, i computer quantistici possono elaborare questi dati per generare modelli predittivi molto più sofisticati. Questo approccio integrato consente di prevedere guasti con una maggiore accuratezza e di pianificare interventi mirati che riducono al minimo i costi e i disagi operativi.

Inoltre, la combinazione di IoT e *quantum computing* migliora significativamente la sicurezza. Modelli complessi per l'analisi predittiva supportati dal *quantum computing* possono rilevare anche segni minimi di usura o potenziali problemi, permettendo interventi tempestivi e prevenendo incidenti prima che si verifichino. L'unione

particularly suitable for dealing with NP-hard problems, significantly reducing computational times and improving the quality of the solutions obtained [1][2]. In the context of rail planning, quantum computing can be used to optimize delay management, track allocation, and traffic distribution, helping to create more efficient and resilient rail networks.

In addition to operational optimization, the integration of quantum computing with the Internet of Things (IoT) is opening up new frontiers in the predictive maintenance of railway infrastructure. A. LUGARÀ, in his work "La manutenzione predittiva ferroviaria ed il ruolo abilitante dell'Internet of Things" [14], highlighted how the adoption of IoT can enable continuous monitoring and timely interventions, reducing the risk of failures and optimizing operating costs. In addition, in the study "La manutenzione predittiva dei ponti ferroviari attraverso un framework basato sull'Internet of Things. Una proposta di implementazione" [15], LUGARÀ and BRUCIAFREDDO explored how an IoT framework specifically designed for railway bridges can further improve the safety and reliability of infrastructures. The integration of quantum computing with the Internet of Things represents a synergy that can radically transform the maintenance of railway infrastructure. The IoT, with its sensors distributed throughout the railway network, continuously collects detailed data on the condition of tracks, bridges and other critical elements. However, analysing this data in real-time can be a daunting and complex task, especially when it comes to huge volumes of information. It would be necessary to investigate the data that influence each other because they are the ones that give rise to exponential growth of computations. Otherwise, if there is independence, linear growth should not create major processing criticalities. That's where quantum computing makes the difference. Its ability to process and analyse data extremely fast allows conclusions to be drawn faster from the information provided by the IoT. Using advanced quantum algorithms, complex patterns and anomalies can be identified that could be missed by traditional computers. This not only improves the accuracy of fault predictions, but also speeds up the diagnosis and intervention process. The synergy between IoT and quantum computing is concretely manifested in the ability to optimize maintenance planning. While IoT sensors continuously monitor the condition of infrastructure, quantum computers can process this data to generate much more sophisticated predictive models. This integrated approach allows you to predict failures with greater accuracy and plan targeted interventions that minimize costs and operational disruption.

In addition, the combination of IoT and quantum computing significantly improves safety. Complex models for predictive analytics supported by quantum computing can detect even the slightest signs of wear or potential problems, enabling timely intervention and preventing accidents before they occur. Combining these technologies with quantum

di queste tecnologie con il *quantum computing* potrebbe potenziare ulteriormente le capacità di previsione e reazione, garantendo una maggiore affidabilità e sicurezza del sistema ferroviario.

Un altro ambito di grande rilevanza è quello dei meccanismi di pedaggio ferroviario. S. RICCI e P. ASMARI, nel loro lavoro "Confronto tra i meccanismi di pedaggio e loro impatto sull'uso dell'infrastruttura ferroviaria" [16], hanno esaminato come diverse strutture tariffarie possano influenzare l'efficienza dell'uso dell'infrastruttura. Con il *quantum computing*, è possibile sviluppare modelli più sofisticati per simulare l'impatto di vari scenari tariffari e ottimizzare la distribuzione del traffico, bilanciando l'uso delle infrastrutture e minimizzando i colli di bottiglia.

In questo contesto, il *quantum computing* potrebbe rivoluzionare la capacità di risolvere problemi complessi legati alla gestione e ottimizzazione delle infrastrutture ferroviarie, grazie al suo approccio che sfrutta la sovrapposizione e l'entanglement quantistico per esplorare simultaneamente molteplici soluzioni. Attualmente, i modelli classici utilizzati per valutare l'impatto dei meccanismi di pedaggio richiedono una grande quantità di calcoli per analizzare le variabili coinvolte, come la domanda di trasporto, la capacità delle infrastrutture e i costi operativi. Tuttavia, questi modelli tendono a essere limitati nella capacità di gestire situazioni complesse e dinamiche, come la distribuzione del traffico su larga scala e in tempo reale.

Con l'uso del *quantum computing*, è possibile simulare una vasta gamma di scenari tariffari in modo molto più rapido ed efficiente rispetto ai modelli classici. Ad esempio, algoritmi quantistici potrebbero essere utilizzati per ottimizzare la distribuzione dei flussi di traffico su diverse tratte ferroviarie, evitando la congestione e riducendo i tempi di attesa per i treni. Inoltre, questi algoritmi potrebbero aiutare a bilanciare in modo più preciso la domanda e l'offerta, consentendo alle infrastrutture ferroviarie di essere sfruttate al massimo delle loro potenzialità senza compromettere l'efficienza. Un ulteriore vantaggio del *quantum computing* in questo ambito è la possibilità di modellare in modo più accurato le interazioni tra diversi operatori ferroviari e i gestori delle infrastrutture. Questo permetterebbe una migliore pianificazione dei percorsi, una distribuzione più equa delle risorse e una maggiore flessibilità nell'introduzione di nuove politiche tariffarie. In sostanza, l'integrazione del *quantum computing* potrebbe rendere i sistemi di pedaggio ferroviario più reattivi e adattabili alle esigenze del traffico, migliorando l'efficienza complessiva del settore.

Con l'evoluzione continua del *quantum computing*, potremmo assistere a una trasformazione significativa nella gestione delle infrastrutture ferroviarie, con soluzioni sempre più ottimizzate e sostenibili per garantire un uso efficiente delle risorse, riducendo al contempo i costi operativi e l'impatto ambientale.

Infine, nello studio condotto da U. PETRUCELLI e P. VUONO "Il Fondo Nazionale e le politiche del trasporto pubblico locale tra obiettivi di efficienza ed equità" [17],

computing could further enhance prediction and reaction capabilities, ensuring greater reliability and safety of the railway system.

Another area of great importance is that of rail toll mechanisms. S. RICCI and P. ASMARI, in their paper "Confronto tra i meccanismi di pedaggio e loro impatto sull'uso dell'infrastruttura ferroviaria" [16], examined how different charging structures can affect the efficiency of infrastructure use. With quantum computing, more sophisticated models can be developed to simulate the impact of various fare scenarios and optimize traffic distribution, balancing infrastructure usage and minimizing bottlenecks.

In this context, quantum computing could revolutionize the ability to solve complex problems related to the management and optimization of railway infrastructures, thanks to its approach that exploits quantum superposition and entanglement to simultaneously explore multiple solutions. Currently, the classical models used to assess the impact of tolling mechanisms require a large number of calculations to analyse the variables involved, such as transport demand, infrastructure capacity and operating costs. However, these models tend to be limited in their ability to handle complex and dynamic situations, such as large-scale, real-time traffic distribution.

With the use of quantum computing, a wide range of tariff scenarios can be simulated much faster and more efficiently than classical models. For example, quantum algorithms could be used to optimise the distribution of traffic flows across different rail routes, avoiding congestion and reducing waiting times for trains. In addition, these algorithms could help to more precisely balance supply and demand, allowing rail infrastructure to be exploited to its full potential without compromising efficiency. A further advantage of quantum computing in this area is the ability to more accurately model the interactions between different rail operators and infrastructure managers. This would allow for better route planning, a fairer distribution of resources and greater flexibility in the introduction of new pricing policies. In essence, the integration of quantum computing could make rail toll systems more responsive and adaptable to traffic needs, improving the overall efficiency of the sector.

As quantum computing continues to evolve, we could see a significant transformation in rail infrastructure management, with increasingly optimized and sustainable solutions to ensure efficient use of resources while reducing operating costs and environmental impact.

Finally, in the study conducted by U. PETRUCELLI and P. VUONO "Il Fondo Nazionale e le politiche del trasporto pubblico locale tra obiettivi di efficienza ed equità" [17], the application of quantum computing could revolutionize the way regional inequalities in the distribution of resources are addressed. Currently, the complexity of demographic, economic, and geographic data makes it difficult for traditional tools to create a model that accu-

l'applicazione del *quantum computing* potrebbe rivoluzionare il modo in cui vengono affrontate le disuguaglianze regionali nella distribuzione delle risorse. Attualmente, la complessità dei dati demografici, economici e geografici rende difficile per gli strumenti tradizionali creare un modello che rifletta accuratamente le necessità di ciascuna regione. I computer quantistici, grazie alla loro capacità di gestire problemi con un numero elevato di variabili inter-dipendenti, potrebbero consentire lo sviluppo di modelli che considerino simultaneamente diversi fattori critici, come densità di popolazione, estensione territoriale, livello di urbanizzazione e condizioni infrastrutturali. Questo approccio permetterebbe non solo di ottenere una distribuzione più equa delle risorse, ma anche di creare piani di finanziamento adattivi che possano rispondere in tempo reale ai cambiamenti nelle condizioni regionali. Ad esempio, in caso di variazioni improvvise della domanda di trasporto pubblico in una determinata area, i modelli quantistici potrebbero suggerire riallocazioni dinamiche delle risorse, garantendo una risposta più rapida ed efficiente.

Inoltre, il *quantum computing* potrebbe essere utilizzato per simulare e prevedere scenari futuri riguardanti la domanda e l'offerta di trasporto pubblico, aiutando i responsabili politici a prendere decisioni informate riguardo alla pianificazione a lungo termine. Ciò potrebbe includere previsioni sull'impatto delle politiche di trasporto, dei cambiamenti climatici, o delle migrazioni interne sulle necessità regionali, permettendo al FNT, Fondo Nazionale Trasporti, di adattarsi proattivamente alle nuove sfide.

Nonostante il *quantum computing* sia ancora una tecnologia emergente, il suo potenziale per migliorare l'efficienza e l'equità nella ripartizione delle risorse è significativo. Tuttavia, per sfruttare appieno queste possibilità, sarà necessario un impegno continuo nella ricerca e nello sviluppo di algoritmi quantistici specifici per il settore del trasporto pubblico. La collaborazione tra istituti di ricerca, enti governativi e operatori del settore sarà nodale per trasformare queste potenzialità in strumenti pratici e affidabili. Sebbene le attuali conoscenze non offrano ancora strumenti adeguati per una quantificazione precisa delle necessità finanziarie regionali, il *quantum computing* rappresenta una strada promettente per colmare queste lacune. Con ulteriori studi e applicazioni, potrebbe diventare un elemento chiave per una gestione più efficiente e giusta delle risorse del Fondo Nazionale Trasporti, contribuendo a un sistema di trasporto pubblico locale che risponda meglio alle esigenze di tutte le regioni italiane. La combinazione di politiche ben strutturate con le capacità del *quantum computing* potrebbe garantire un sistema di trasporto ferroviario non solo efficiente, ma anche equo e sostenibile.

1.1. Parallelismo quantistico e pianificazione dinamica

Il parallelismo quantistico è una caratteristica dei computer quantistici che consente di eseguire in modo simultaneo molteplici operazioni. Questo è particolar-

rately reflects the needs of each region. Quantum computers, thanks to their ability to handle problems with a large number of interdependent variables, could allow the development of models that simultaneously consider several critical factors, such as population density, territorial extension, level of urbanization and infrastructural conditions. This approach would not only allow for a fairer distribution of resources, but also for the creation of adaptive financing plans that can respond in real time to changes in regional conditions. For example, in the event of sudden changes in public transport demand assigned area, quantum models could suggest dynamic reallocation of resources, ensuring a faster and more efficient response.

In addition, quantum computing could be used to simulate and predict future scenarios regarding public transport supply and demand, helping policymakers make informed decisions regarding long-term planning. This could include forecasts on the impact of transport policies, climate change, or internal migration on regional needs, allowing the FNT, Fondo Nazionale Trasporti, to proactively adapt to new challenges.

Although quantum computing is still an emerging technology, its potential to improve efficiency and equity in the allocation of resources is significant. However, to fully exploit these possibilities, continued efforts will be needed in the research and development of quantum algorithms specific to the public transport sector. Collaboration between research institutes, government bodies and operators in the sector will be crucial to transform this potential into practical and reliable tools. Although current knowledge does not yet offer adequate tools for a precise quantification of regional financial needs, quantum computing represents a promising way to fill these gaps. With further studies and applications, it could become a key element for a more efficient and fair management of the resources of the Fondo Nazionale Trasporti, contributing to a local public transport system that better meets the needs of all Italian regions. The combination of well-structured policies with the capabilities of quantum computing could ensure a rail transport system that is not only efficient, but also fair and sustainable.

1.1. Quantum parallelism and dynamic planning

Quantum parallelism is a feature of quantum computers that allows multiple operations to be performed simultaneously. This is particularly useful in dynamic planning of rail operations, where it is necessary to respond quickly to changes in operating conditions, such as unexpected delays, breakdowns, or changes in passenger demand.

For example, in a situation where one train is delayed, the rail network must quickly reschedule other trains to minimize the domino effect of delays and optimize track and resource utilization. Using quantum algorithms, multiple rescheduling scenarios can be evaluated simultaneously,

mente utile nella pianificazione dinamica delle operazioni ferroviarie, dove è necessario rispondere rapidamente ai cambiamenti delle condizioni operative, come ritardi imprevisti, guasti o variazioni della domanda dei passeggeri.

Ad esempio, in una situazione di ritardo di un treno, la rete ferroviaria deve ripianificare rapidamente gli orari di altri treni per minimizzare l'effetto domino dei ritardi e ottimizzare l'utilizzo dei binari e delle risorse. Utilizzando algoritmi quantistici, è possibile valutare contemporaneamente molteplici scenari di ripianificazione, identificando la soluzione ottimale in pochi secondi o minuti, rispetto ai tempi molto più lunghi richiesti dai metodi classici [1][2].

1.2. Quantum Computing e ottimizzazione delle risorse

Un altro ambito in cui il *quantum computing* può avere un impatto significativo è l'ottimizzazione delle risorse. Questo include la gestione efficiente dei treni, del personale e delle infrastrutture come i binari e le stazioni. Ad esempio, l'ottimizzazione dell'allocazione dei binari è un problema complesso che coinvolge la sincronizzazione degli arrivi e delle partenze dei treni, il bilanciamento della domanda e l'evitabilità di conflitti nell'uso dei binari [1].

Il *quantum computing* può affrontare questo problema utilizzando approcci come il *European Rail Traffic Management System* [1][5][6] che permette di trovare soluzioni ottimali riducendo il costo complessivo (energia del sistema), in un paesaggio di soluzioni complesse; ad es. le simulazioni chimiche, piuttosto che l'identificazione di sottili schemi di frode nelle transazioni finanziarie [1][3][4]. Tuttavia, i risultati preliminari mostrano che le istanze ferroviarie reali pongono sfide significative per la tecnologia attuale di quantum annealing. Anche i sistemi di nuova generazione, come l'Advantage System, non riescono ancora a gestire efficacemente tali problemi. Un'alternativa promettente potrebbe essere rappresentata dalle implementazioni "Europea" [23] o "gate-based" [22], che si basano sull'uso di porte logiche quantistiche per progettare algoritmi in grado di affrontare una più ampia gamma di problemi complessi, sfruttando la flessibilità del modello a circuiti.

2. Cos'è il Quantum Computing?

La meccanica quantistica è una teoria fondamentale della fisica che descrive il comportamento della materia e dell'energia su scala atomica e subatomica. Uno dei suoi principi cardine è la quantizzazione dell'energia, secondo cui l'energia in un sistema non è continua, ma suddivisa in livelli discreti detti "quanti". Le particelle quantistiche sono caratterizzate dalla dualità onda-particella, che implica che esse possano manifestare proprietà sia corpuscolari sia ondulatorie a seconda del contesto sperimentale.

Il principio di sovrapposizione afferma che un sistema quantistico può trovarsi in una combinazione simultanea

identifying the optimal solution in seconds or minutes, compared to the much longer time required by classical methods [1][2].

1.2. Quantum Computing and optimization of the resources

Another area where quantum computing can have a significant impact is resource optimization. This includes the efficient management of trains, personnel and infrastructure such as tracks and stations. For example, the optimization of track allocation is a complex problem involving the synchronization of train arrivals and departures, the balancing of demand, and the avoidability of conflicts in track use [1].

Quantum computing can address this problem by using approaches such as Quantum Annealing [1][5][6] which allows to find optimal solutions by reducing the overall cost (energy of the system), in a landscape of complex solutions: e.g. chemical simulations, rather than the identification of subtle fraud patterns in financial transactions [1][3][4]. However, preliminary results show that real-world railway instances pose significant challenges for current quantum annealing technology. Even next-generation systems, such as the Advantage System, still fail to effectively handle such issues. A promising alternative could be represented by "circuit-model" [23] or "gate-based" [22] implementations, which rely on the use of quantum logic gates to design algorithms capable of addressing a wider range of complex problems, taking advantage of the flexibility of the circuit model.

2. What is Quantum Computing?

Quantum mechanics is a fundamental theory of physics that describes the behaviour of matter and energy at the atomic and subatomic scales. One of its key principles is the quantization of energy, according to which the energy in a system is not continuous, but divided into discrete levels called "quantum". Quantum particles are characterized by wave-particle duality, which implies that they can manifest both corpuscular and wave properties depending on the experimental context.

The superposition principle states that a quantum system can be in a simultaneous combination of multiple states until a measurement determines its final state, causing the wave function to collapse. This state is mathematically described by a wave function, whose square modulus represents the probability of finding the particle in a given place or with a certain energy.

A distinctive aspect of quantum mechanics is Heisenberg's uncertainty principle, according to which it is not possible to simultaneously measure the position and momentum of a particle with arbitrary precision. Furthermore, the phenomenon of quantum entanglement reveals how two particles can maintain an instantaneous correlation with

di più stati fino a quando una misurazione non ne determina lo stato definitivo, provocando il collasso della funzione d'onda. Questo stato è descritto matematicamente da una funzione d'onda, il cui modulo quadro rappresenta la probabilità di trovare la particella in un dato luogo o con una certa energia.

Un aspetto distintivo della meccanica quantistica è il principio di indeterminazione di Heisenberg, secondo cui non è possibile misurare simultaneamente con precisione arbitraria la posizione e la quantità di moto di una particella. Inoltre, il fenomeno dell'entanglement quantistico rivela come due particelle possano mantenere una correlazione istantanea tra loro, indipendentemente dalla distanza che le separa, sfidando l'intuizione classica.

La teoria spiega anche fenomeni come l'effetto tunnel, per cui una particella può attraversare una barriera energetica che, secondo la fisica classica, sarebbe insormontabile. Infine, il principio di esclusione di Pauli stabilisce che due fermioni identici non possono occupare lo stesso stato quantico contemporaneamente, fornendo una base teorica essenziale per comprendere la struttura della materia.

Questi principi non sono solo fondamentali per la comprensione teorica dell'universo microscopico, ma hanno anche trovato applicazioni rivoluzionarie in campi come l'elettronica, la chimica, la crittografia e il *quantum computing*.

Il *quantum computing* adopera i principi della meccanica quantistica per elaborare informazioni in modo radicalmente diverso rispetto ai computer classici. Nei sistemi classici, i dati vengono processati usando bit, che possono essere in uno stato di 0 o 1. In un computer quantistico, invece, vengono utilizzati qubit (*quantum bits*), che possono esistere simultaneamente in stati sovrapposti di 0 e 1 grazie alla sovrapposizione quantistica [3].

Questa capacità di eseguire calcoli in parallelo con molteplici stati sovrapposti permette ai computer quantistici di esplorare una vasta gamma di soluzioni in modo molto più efficiente rispetto ai sistemi tradizionali [4]. Inoltre, il fenomeno dell'entanglement quantistico consente ai qubit di essere correlati in modi che permettono di risolvere problemi complessi in modo estremamente rapido, cosa impossibile per i computer classici.

2.1. Differenze tra *Quantum Computing* e calcolo classico

2.1.1. Sovrapposizione quantistica

Mentre i sistemi classici devono valutare ogni possibile soluzione sequenzialmente, un computer quantistico può esplorare simultaneamente molte configurazioni diverse. Ad esempio, nella pianificazione degli orari orario ferroviari (*timetabling*), dove ci sono milioni di possibili combinazioni di orari e assegnazioni di binari, un computer quantistico può valutare queste combinazioni in parallelo, riducendo drasticamente il tempo necessario per trovare una soluzione ottimale [3].

each other, regardless of the distance that separates them, challenging classical intuition.

The theory also explains phenomena such as the tunneling effect, whereby a particle can cross an energy barrier that, according to classical physics, would be insurmountable. Finally, Pauli's exclusion principle states that two identical fermions cannot occupy the same quantum state at the same time, providing an essential theoretical basis for understanding the structure of matter.

These principles are not only fundamental to the theoretical understanding of the microscopic universe, but have also found revolutionary applications in fields such as electronics, chemistry, cryptography, and quantum computing.

Quantum computing uses the principles of quantum mechanics to process information in a radically different way than classical computers. In classical systems, data is processed using bits, which can be in a state of 0 or 1. In a quantum computer, on the other hand, qubits (quantum bits) are used, which can exist simultaneously in superimposed states of 0 and 1 thanks to quantum superposition [3].

This ability to perform parallel computations with multiple overlapping states allows quantum computers to explore a wide range of solutions much more efficiently than traditional systems [4]. In addition, the phenomenon of quantum entanglement allows qubits to be correlated in ways that allow complex problems to be solved extremely quickly, which is impossible for classical computers.

2.1. Differences Between *Quantum Computing* and Classical Computing

2.1.1. Quantum superposition

While classical systems must evaluate every possible solution sequentially, a quantum computer can simultaneously explore many different configurations. For example, in timetabling train timetables, where there are millions of possible combinations of timetables and track assignments, a quantum computer can evaluate these combinations in parallel, dramatically reducing the time it takes to find an optimal solution [3].

2.1.2. Quantum entanglement

Entanglement allows different parts of a problem to be interconnected in such a way that an optimal solution for one part positively affects the rest of the system. This is particularly useful in managing conflicts between trains for track or platform use, where decisions must be synchronized to avoid delays and optimize operational efficiency [4].

Quantum entanglement and parallelism are considered central elements that give Quantum Computing the ability to tackle complex problems with a speed and efficiency inaccessible to traditional methods. Entanglement is a unique

2.1.2. Entanglement quantistico

L'entanglement permette a diverse parti di un problema di essere interconnesse in modo tale che una soluzione ottimale per una parte influenzi positivamente il resto del sistema. Questo è particolarmente utile nella gestione dei conflitti tra treni per l'uso di binari o piattaforme, dove le decisioni devono essere sincronizzate per evitare ritardi e ottimizzare l'efficienza operativa [4].

L'entanglement e il parallelismo quantistico sono considerati elementi centrali che conferiscono al *Quantum Computing* la capacità di affrontare problemi complessi con una rapidità e un'efficienza inaccessibili ai metodi tradizionali. L'entanglement è un fenomeno unico della meccanica quantistica in cui due o più qubit diventano correlati in modo tale che lo stato di uno dipende istantaneamente dallo stato degli altri, indipendentemente dalla distanza che li separa. Questo fenomeno consente di condividere e processare informazioni tra qubit in modo intrinsecamente non-classico, offrendo nuove possibilità per risolvere problemi di ottimizzazione e simulazione. Il parallelismo quantistico, invece, deriva dalla capacità dei qubit di esistere in una sovrapposizione di stati, consentendo di esplorare simultaneamente un numero esponenziale di configurazioni.

Tuttavia, le limitazioni tecniche attuali pongono significative sfide. Non tutte le architetture quantistiche disponibili oggi sono in grado di sfruttare pienamente l'entanglement o il parallelismo quantistico. Inoltre, la gestione del parallelismo quantistico è fortemente vincolata dalla capacità di mantenere la coerenza quantistica, ovvero la stabilità degli stati quantistici dei qubit durante i calcoli. La perdita di coerenza, dovuta al rumore o all'interazione con l'ambiente esterno, è un problema critico che limita la durata e l'affidabilità delle operazioni quantistiche.

Un esempio significativo di queste difficoltà è rappresentato dal requisito di error correction, essenziale per garantire calcoli quantistici su larga scala. Gli algoritmi di correzione degli errori richiedono un numero elevato di qubit fisici per rappresentare un singolo qubit logico stabile, aumentando drasticamente le risorse hardware necessarie. Inoltre, la costruzione di schemi di correzione efficienti è ancora un campo di ricerca attiva.

Oltre alla correzione degli errori, un altro esempio significativo delle sfide tecniche nel *Quantum Computing* è la scalabilità delle architetture quantistiche, in particolare la gestione dell'entanglement su larga scala. Sebbene l'entanglement sia fondamentale per il funzionamento di molti algoritmi quantistici, come l'algoritmo di Shor o quello di Grover [19], mantenerlo su un numero crescente di qubit rappresenta un problema tecnico complesso. La difficoltà principale risiede nella decoerenza, ovvero la tendenza degli stati quantistici entangled a perdere la loro correlazione a causa delle interazioni con l'ambiente esterno. Man mano che il numero di qubit aumenta, il sistema diventa più vulnerabile al rumore e agli errori, rendendo estremamente difficile mantenere l'entanglement stabile

phenomenon in quantum mechanics in which two or more qubits become correlated in such a way that the state of one is instantaneously dependent on the state of the others, regardless of the distance that separates them. This phenomenon allows information to be shared and processed between qubits in an inherently non-classical way, offering new possibilities for solving optimization and simulation problems. Quantum parallelism, on the other hand, derives from the ability of qubits to exist in a superposition of states, allowing an exponential number of configurations to be explored simultaneously.

However, current technical limitations pose significant challenges. Not all quantum architectures available today are able to fully exploit quantum entanglement or parallelism. In addition, the management of quantum parallelism is strongly constrained by the ability to maintain quantum coherence, i.e. the stability of the quantum states of qubits during calculations. Loss of coherence, whether due to noise or interaction with the external environment, is a critical issue that limits the duration and reliability of quantum operations.

A significant example of these difficulties is the error correction requirement, which is essential to ensure large-scale quantum computing. Error-correcting algorithms require a large number of physical qubits to represent a single, stable logical qubit, dramatically increasing the hardware resources needed. In addition, building efficient correction schemes is still an active field of research.

In addition to error correction, another significant example of the technical challenges in Quantum Computing is the scalability of quantum architectures, particularly the management of large-scale entanglement. Although entanglement is critical to the functioning of many quantum algorithms, such as Shor's or Grover's algorithms, maintaining it on an increasing number of qubits is a complex technical problem. The main difficulty lies in decoherence, i.e. the tendency of entangled quantum states to lose their correlation due to interactions with the external environment. As the number of qubits increases, the system becomes more vulnerable to noise and errors, making it extremely difficult to maintain stable and functional entanglement. This limitation directly impacts the ability to perform calculations on a significant scale, reducing the efficiency of theoretical quantum parallelism. In addition, the complexity of scalability is accentuated by the need to physically connect qubits through technologies that ensure sufficient connectivity to implement advanced algorithms. Many current platforms, such as quantum processors based on superconducting or trapped qubits, are limited in their ability to directly connect all qubits to each other, forcing the use of intermediate mapping and optimization schemes. This adds further complexity to the calculations and can reduce the expected computational advantage [19].

2.1.3. Quantum interference and error handling

In quantum computing, interference is used to increase the probability of getting the correct solutions and

e funzionale. Questo limite impatta direttamente la capacità di eseguire calcoli su scala significativa, riducendo l'efficienza del parallelismo quantistico teorico. Inoltre, la complessità della scalabilità è accentuata dalla necessità di collegare fisicamente i qubit attraverso tecnologie che garantiscano una connettività sufficiente per implementare algoritmi avanzati. Molte piattaforme attuali, come i processori quantistici basati su qubit superconduttori o intrappolati, sono limitate nella capacità di connettere direttamente tutti i qubit tra loro, costringendo a utilizzare schemi intermedi di mappatura e ottimizzazione. Questo aggiunge ulteriore complessità ai calcoli e può ridurre il vantaggio computazionale previsto.

2.1.3. Interferenza quantistica e gestione degli errori

Nei calcoli quantistici, l'interferenza viene usata per aumentare la probabilità di ottenere le soluzioni corrette e ridurre quella delle soluzioni errate. L'interferenza è utilizzata nei calcoli quantistici per amplificare le soluzioni corrette e sopprimere quelle non ottimali. In ambito ferroviario, questo potrebbe essere impiegato per migliorare l'affidabilità dei sistemi di controllo del traffico, riducendo il rischio di errori e aumentando la precisione della gestione delle risorse ferroviarie [5]. L'interferenza quantistica è una delle proprietà fondamentali della meccanica quantistica e costituisce un vantaggio chiave nel *quantum computing*. Essa consente di amplificare le soluzioni corrette di un problema, interferendo costruttivamente sui percorsi computazionali ottimali e sopprimendo quelli subottimali. Questo meccanismo è alla base di molti algoritmi quantistici, come l'algoritmo di Grover, e rappresenta un elemento cruciale per il miglioramento dell'efficienza computazionale. Tuttavia, nella pratica, l'efficacia di questo vantaggio teorico è fortemente condizionata dalla capacità di gestire gli errori quantistici. Per applicazioni critiche come il trasporto ferroviario, dove la precisione e l'affidabilità sono requisiti essenziali, questi limiti rappresentano un compito impegnativo. La gestione degli errori, attraverso tecniche come la correzione degli errori quantistici o la progettazione di algoritmi tolleranti agli errori, è ancora un'area di ricerca attiva e complessa. Inoltre, l'hardware quantistico attuale spesso non è sufficientemente stabile per garantire prestazioni affidabili in scenari operativi reali, rendendo i metodi classici, più maturi e stabili, spesso una scelta preferibile nel breve termine.

2.2. Benefici nel settore ferroviario

Il quantum computing rappresenta una nuova tecnologia che potrebbe apportare miglioramenti al settore ferroviario in vari modi. Alcuni esempi di benefici sono descritti nel seguito.

2.2.1. Ottimizzazione delle risorse

Il settore ferroviario richiede una gestione estremamente efficiente delle risorse, come i binari, i treni e il personale. Il *quantum computing* può fornire soluzioni ottimizzate per la pianificazione dei turni, l'allocazione dei

reduce the probability of wrong solutions. Interference is used in quantum calculations to amplify correct solutions and suppress suboptimal ones. In the railway sector, this could be used to improve the reliability of traffic control systems, reducing the risk of errors and increasing the accuracy of railway resource management [5]. Quantum interference is one of the fundamental properties of quantum mechanics and constitutes a key advantage in quantum computing. It allows you to amplify the correct solutions to a problem, constructively interfering with optimal computational paths and suppressing suboptimal ones. This mechanism underpins many quantum algorithms, such as Grover's algorithm, and is a crucial element in improving computational efficiency. However, in practice, the effectiveness of this theoretical advantage is strongly conditioned by the ability to handle quantum errors. For critical applications such as rail transport, where precision and reliability are essential requirements, these limitations are a challenging task. Error handling, through techniques such as quantum error correction or the design of error-tolerant algorithms, is still an active and complex area of research. In addition, current quantum hardware is often not stable enough to ensure reliable performance in real-world operating scenarios, making classical methods, which are more mature and stable, often a preferable choice in the short term.

2.2. Benefits in the railway sector

Quantum computing represents a new technology that could bring improvements to the railway sector in several ways. Some examples of benefits are described below.

2.2.1. Optimising resources

The railway sector requires extremely efficient management of resources, such as tracks, trains and personnel. Quantum computing can provide optimized solutions for shift planning, track allocation, and fleet management, reducing operational costs and improving punctuality.

2.2.2. Resolution of NP-Hard problems

Problems such as the schedule and sequence of operations in a railway terminal are classified as NP-hard, which means that their complexity increases exponentially with the number of variables. Quantum computers can address these problems more efficiently than traditional methods, allowing complex rail networks to be managed more effectively.

2.2.3. Simulation and prevision

Quantum computers can be used to simulate complex operational scenarios, such as the impact of unexpected delays or emergency management. This can help railway companies predict and mitigate problems before they occur, improving the resilience of the system [9].

Quantum computational technology is making rapid progress, with the development of hardware based on dif-

binari e la gestione delle flotte, riducendo i costi operativi e migliorando la puntualità.

2.2.2. Risoluzione di problemi NP-Hard

Problemi come la pianificazione oraria e la sequenza delle operazioni in un terminal ferroviario sono classificati come NP-hard, il che significa che la loro complessità aumenta esponenzialmente con il numero di variabili. I computer quantistici possono affrontare questi problemi con maggiore efficienza rispetto ai metodi tradizionali, consentendo di gestire reti ferroviarie complesse in modo più efficace.

2.2.3. Simulazione e previsione

I computer quantistici possono essere utilizzati per simulare scenari operativi complessi, come l'impatto di ritardi imprevisti o la gestione delle emergenze. Questo può aiutare le aziende ferroviarie a prevedere e mitigare i problemi prima che si verifichino, migliorando la resilienza del sistema [9].

La tecnologia computazionale quantistica sta compiendo progressi rapidi, con lo sviluppo di hardware basato su diverse piattaforme, come qubit superconduttori, ioni intrappolati e qubit fotonici, e la progettazione di algoritmi avanzati, tra cui quelli di Shor e Grover. Un punto critico è l'integrazione tra hardware e software. La progettazione di algoritmi che sfruttino appieno le potenzialità dei computer quantistici deve confrontarsi con le limitazioni tecniche degli attuali dispositivi. Inoltre, queste macchine richiedono infrastrutture costose e condizioni operative particolari, come il raffreddamento criogenico, che ne limitano l'adozione su larga scala. Infine, sebbene si intravedano potenziali applicazioni in campi come l'ottimizzazione, la chimica computazionale e la crittografia, resta ancora aperta la questione di identificare problemi reali in cui il *quantum computing* superi in modo rilevante le tecnologie classiche.

Come anticipato nell'introduzione, in un contesto applicativo, uno degli ambiti più promettenti in cui il *Quantum Computing* potrebbe fornire valore è rappresentato dall'*Internet of Things* (IoT). L'IoT è l'interconnessione di dispositivi fisici tramite reti di comunicazione, permettendo loro di raccogliere, scambiare e analizzare dati in tempo reale. L'integrazione tra IoT e *Quantum Computing* potrebbe rappresentare una soluzione avanzata per la manutenzione predittiva, in cui i dati raccolti dai dispositivi IoT sono analizzati per identificare modelli e anomalie che indicano la necessità di interventi manutentivi. In questo scenario, il *Quantum Computing*, con la sua capacità di eseguire calcoli ad alta velocità e parallelamente su molteplici possibili configurazioni, potrebbe migliorare l'accuratezza e la tempestività della manutenzione predittiva, riducendo i tempi di inattività e ottimizzando le risorse.

Tuttavia, sebbene il *Quantum Computing* offra potenzialità considerevoli per l'elaborazione di grandi volumi di dati, la gestione dei dati generati dall'IoT in tempo reale è attualmente affrontata con successo dai sistemi di calcolo tradizionali. Tecnologie come il *cloud computing*, l'*edge*

ferent platforms, such as superconducting qubits, trapped ions, and photonic qubits, and the design of advanced algorithms, including those of Shor and Grover. A critical point is the integration between hardware and software. The design of algorithms that fully exploit the potential of quantum computers must confront the technical limitations of current devices. In addition, these machines require expensive infrastructure and special operating conditions, such as cryogenic cooling, which limit their large-scale adoption. Finally, although potential applications are glimpsed in fields such as optimization, computational chemistry and cryptography, the question of identifying real problems in which quantum computing significantly surpasses classical technologies still remains open.

As anticipated in the introduction, in an application context, one of the most promising areas in which Quantum Computing could provide value is represented by the Internet of Things (IoT). IoT is physical devices via communication networks, allowing them to collect, exchange, and analyse data in real-time. The integration between IoT and Quantum Computing could represent an advanced solution for predictive maintenance, in which data collected from IoT devices is analysed to identify patterns and anomalies that indicate the need for maintenance interventions. In this scenario, Quantum Computing, with its ability to perform high-speed calculations in parallel on multiple possible configurations, could improve the accuracy and timeliness of predictive maintenance, reducing downtime and optimizing resources.

However, although Quantum Computing offers considerable potential for processing large volumes of data, the management of data generated by the IoT in real time is currently successfully addressed by traditional computing systems. Technologies such as cloud computing, edge computing, and traditional machine learning algorithms can efficiently analyse data streams from IoT sensors, performing real-time operations that support fast and accurate decisions. Therefore, in the short term, the use of Quantum Computing for IoT data management may not be necessary, as conventional systems already offer scalable and high-performance solutions for these purposes.

However, with the evolution of quantum technology and the refinement of computing techniques, in the future the integration between IoT and Quantum Computing could become essential to address increasingly complex problems. Advanced applications, such as optimizing complex systems and managing large amounts of data with stringent response time requirements, could greatly benefit from the computational capabilities offered by quantum systems. The adoption of Quantum Computing in these areas will depend on the further advancement of technology, the reduction of noise problems in calculations and the development of increasingly efficient quantum algorithms.

computing e gli algoritmi di *machine learning* tradizionali sono in grado di analizzare in modo efficiente i flussi di dati provenienti dai sensori IoT, eseguendo operazioni in tempo reale che supportano decisioni rapide e accurate. Pertanto, nel breve periodo, l'impiego del *Quantum Computing* per la gestione dei dati IoT potrebbe non essere necessario, poiché i sistemi convenzionali offrono già soluzioni scalabili e performanti per questi scopi.

Nonostante ciò, con l'evoluzione della tecnologia quantistica e l'affinamento delle tecniche di calcolo, in futuro l'integrazione tra IoT e *Quantum Computing* potrebbe divenire essenziale per affrontare problemi sempre più complessi. Le applicazioni avanzate, come l'ottimizzazione di sistemi complessi e la gestione di grandi moli di dati con requisiti stringenti di tempo di risposta, potrebbero trarre grande beneficio dalle capacità computazionali offerte dai sistemi quantistici. L'adozione del *Quantum Computing* in queste aree dipenderà dall'ulteriore progresso della tecnologia, dalla riduzione delle problematiche legate al rumore nei calcoli e dalla messa a punto di algoritmi quantistici sempre più efficienti.

2.3. Limitazioni attuali

L'implementazione di sistemi di *quantum computing* nel settore ferroviario comporterebbe un cambiamento rilevante non solo tecnologico, ma anche organizzativo.

La gestione efficace di questa tecnologia richiederebbe un livello elevato di competenze specializzate per il personale, sia nella configurazione e manutenzione degli hardware quantistici sia nell'interpretazione e utilizzo dei risultati computazionali. Tuttavia, il personale ferroviario attualmente impiegato raramente possiede una formazione avanzata in fisica quantistica o in calcolo quantistico, fattore che rappresenta una barriera sostanziale all'adozione su larga scala di questa tecnologia. Questa lacuna potrebbe essere colmata attraverso programmi di formazione dedicati, volti a sviluppare competenze specifiche nel settore quantistico e a far familiarizzare i professionisti con strumenti e piattaforme operative. In parallelo, un indirizzo strategico per integrare tecnologie più accessibili, come interfacce intuitive per la gestione delle risorse quantistiche o piattaforme ibride che combinino metodi classici e quantistici, potrebbe ridurre il livello di specializzazione richiesto. Un elemento chiave per l'operatività sarà inoltre l'introduzione di tecniche di mitigazione degli errori. Questi metodi, progettati per ridurre gli effetti negativi del rumore e del decadimento della coerenza nei qubit, potrebbero includere algoritmi di post-elaborazione per pulire i risultati o tecniche di calibrazione avanzata per minimizzare gli errori hardware. Queste soluzioni, se adeguatamente automatizzate e integrate in sistemi *user-friendly*, potrebbero abbassare la soglia di competenze necessarie per il personale, facilitando l'adozione del *quantum computing* nel settore.

Un ulteriore ostacolo all'adozione su larga scala del *quantum computing* nel settore ferroviario è rappresentato dagli ingenti costi di implementazione e manutenzione delle infra-

2.3. Current limitations

The implementation of quantum computing systems in the railway sector would entail a significant change not only technological, but also organizational.

Effective management of this technology would require a high level of specialized skills for staff, both in the configuration and maintenance of quantum hardware and in the interpretation and use of computational results. However, currently employed railway personnel rarely have advanced training in quantum physics or quantum computing, which is a substantial barrier to the large-scale adoption of this technology. This gap could be filled through dedicated training programmes, aimed at developing specific skills in the quantum field and let professionals to familiarize with operational tools and platforms. In parallel, a strategic direction to integrate more accessible technologies, such as intuitive interfaces for quantum resource management or hybrid platforms combining classical and quantum methods, could reduce the level of specialization required. A key element for operations will also be the introduction of error mitigation techniques. These methods, designed to reduce the negative effects of noise and coherence decay in qubits, could include post-processing algorithms to clean up the results, or advanced calibration techniques to minimize hardware errors. These solutions, if properly automated and integrated into user-friendly systems, could lower the threshold of skills needed for staff, facilitating the adoption of quantum computing in the industry.

A further barrier to the large-scale adoption of quantum computing in the rail industry is the high costs of deploying and maintaining the necessary infrastructure. These systems require advanced equipment, often operating at temperatures close to absolute zero, and highly specialized maintenance, which significantly increases operating costs. In the context of the rail sector, historically constrained by limited budgets and a strong focus on the economic sustainability of innovations, these costs could represent a brake on the adoption of quantum computing. Even where initial funding is available, the economic justification for an investment of this magnitude would depend heavily on the possibility of demonstrating tangible and quantifiable benefits in the short to medium term. However, with current technologies, the economic benefits of quantum computing, while promising, often remain difficult to translate into practical terms for specific industrial applications such as railway network management.

Another limitation concerns interoperability with existing command and control systems for the operation of railway vehicles, such as ERTMS (European Rail Traffic Management System). These systems, designed for safety and operational efficiency, are highly complex and layered, often built on legacy infrastructure that has been consolidated over time. Integrating quantum technologies with such systems can be technically complex, requiring cost-

strutture necessarie. Questi sistemi richiedono apparecchiature avanzate, spesso operative a temperature prossime allo zero assoluto, e una manutenzione altamente specializzata, fattori che incrementano sensibilmente i costi operativi. Nel contesto del settore ferroviario, storicamente vincolato da budget limitati e da una forte attenzione alla sostenibilità economica delle innovazioni, questi costi potrebbero rappresentare un freno all'adozione del *quantum computing*. Anche laddove siano disponibili finanziamenti iniziali, la giustificazione economica di un investimento di tale portata dipenderebbe fortemente dalla possibilità di dimostrare benefici tangibili e quantificabili nel breve-medio termine. Tuttavia, con le tecnologie attuali, i vantaggi economici del *quantum computing*, seppur promettenti, rimangono spesso difficili da tradurre in termini pratici per applicazioni industriali specifiche come la gestione delle reti ferroviarie.

Un'altra limitazione riguarda l'interoperabilità con i sistemi di comando e controllo della marcia dei veicoli ferroviari esistenti, come l'ERTMS (*European Rail Traffic Management System*). Questi sistemi, progettati per garantire la sicurezza e l'efficienza operativa, sono altamente complessi e stratificati, spesso costruiti su infrastrutture legacy consolidate nel tempo. Integrare tecnologie quantistiche con tali sistemi può risultare tecnicamente complesso, richiedendo modifiche infrastrutturali costose e affrontando sfide di compatibilità. Inoltre, per garantire la continuità operativa, potrebbe essere necessario mantenere sistemi classici paralleli, aumentando ulteriormente i costi e la complessità gestionale. In questo contesto, l'utilizzo esteso di tecnologie avanzate come il *Machine Learning* (ML) o l'Intelligenza Artificiale (AI), che potrebbero beneficiare del *quantum computing* per migliorare processi decisionali e predittivi, si scontra con le stesse problematiche di integrazione. Gli algoritmi di *machine learning*, in particolare, richiedono grandi quantità di dati in tempo reale e una robusta infrastruttura di elaborazione. Tuttavia, l'attuale maturità tecnologica del *quantum computing* non è ancora sufficiente per gestire questi carichi in modo efficiente e integrarsi pienamente con i flussi di dati e le architetture esistenti. Infine, le tecnologie AI implementate nei sistemi ferroviari attuali si basano su piattaforme classiche ottimizzate per specifiche applicazioni, riducendo la necessità immediata di una transizione verso il calcolo quantistico.

3. Quantum Computing e il settore ferroviario: applicazioni nella pianificazione e ottimizzazione

3.1. Formulazione matematica

In un sistema quantistico, lo stato di un qubit può essere descritto come una combinazione lineare (sovrapposizione) degli stati base $|0\rangle$ e $|1\rangle$:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

dove α e β sono coefficienti complessi che soddisfano la condizione di normalizzazione:

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

by infrastructure changes and addressing compatibility challenges. In addition, to ensure business continuity, it may be necessary to maintain parallel classical systems, further increasing costs and management complexity. In this context, the extensive use of advanced technologies such as Machine Learning (ML) or Artificial Intelligence (AI), which could benefit from quantum computing to improve decision-making and predictive processes, comes up against the same integration issues. Machine learning algorithms, in particular, require large amounts of real-time data and a robust processing infrastructure. However, the current technology maturity of quantum computing is still not sufficient to handle these loads efficiently and fully integrate with existing data streams and architectures. Finally, the AI technologies implemented in current railway systems are based on classical platforms optimized for specific applications, reducing the immediate need for a transition to quantum computing.

3. Quantum Computing and the Railway Industry: Applications in Planning and Optimization

3.1. Mathematical formulation

In a quantum system, the state of a qubit can be described as a linear combination (superposition) of the base states $|0\rangle$ and $|1\rangle$:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

where α and β are complex coefficients that satisfy the normalization condition:

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

This ability to exist in multiple states simultaneously is what gives quantum computing its potential. In the railway context, overlapping allows to simultaneously explore all possible configurations of a planning problem, such as the assignment of trains to specific tracks, drastically reducing the time needed to find the optimal solution [5].

In the case of train time planning, the problem can be formulated as a combinatorial optimization problem, where the goal is to minimize a cost function $C(x)$ that depends on binary variables x_i representing assignment decisions (e.g., a train on a track at a given timetable):

$$C(x) = \sum_i c_{ii}x_i + \sum_{i < j} c_{ij}x_ix_j \quad \forall t$$

where x_i represents the train occupying track i , x_j the train occupying track j , c_{ii} is a coefficient associated with the variable x_i representing the costs associated with the individual decisions and c_{ij} represents the costs of interaction between the pairs of variables x_i and x_j . The coefficient c_{ij} indicates how much the two variables x_i and x_j influence the value of the function when both take the value 1.

A practical example would be to minimize train delays,

Questa capacità di esistere in più stati contemporaneamente è ciò che conferisce al *quantum computing* il suo potenziale. Nel contesto ferroviario, la sovrapposizione permette di esplorare simultaneamente tutte le possibili configurazioni di un problema di pianificazione, come l'assegnazione di treni a binari specifici, riducendo drasticamente il tempo necessario per trovare la soluzione ottimale [5].

Nel caso della pianificazione oraria dei treni, il problema può essere formulato come un problema di ottimizzazione combinatoria, dove l'obiettivo è minimizzare una funzione costo $C(x)$ che dipende da variabili binarie x_i che rappresentano le decisioni di assegnazione (ad esempio, un treno su un binario in un dato orario):

$$C(x) = \sum_i c_{ii} x_i + \sum_{i < j} c_{ij} x_i x_j \quad \forall t$$

dove x_i rappresenta il treno che occupa il binario i , x_j il treno che occupa il binario j , c_{ii} è un coefficiente associato alla variabile x_i rappresentante i costi associati alle singole decisioni e c_{ij} rappresenta i costi di interazione tra le coppie di variabili x_i e x_j . Il coefficiente c_{ij} , indica quanto le due variabili x_i e x_j influenzano il valore della funzione quando entrambe assumono il valore 1.

Un esempio pratico potrebbe essere quello di minimizzare i ritardi dei treni, bilanciando l'utilizzo dei binari e minimizzando i conflitti tra treni in arrivo e in partenza.

3.2. Importanza del quantum computing per la logistica e i trasporti

Il quantum annealing e gli algoritmi come il *Quantum Approximate Optimization Algorithm (QAOA)* [9][10] offrono potenziali soluzioni per migliorare l'efficienza operativa, ridurre i costi e bilanciare domanda e offerta in tempo reale. In particolare, nel settore ferroviario, queste capacità si traducono in un migliore utilizzo delle risorse, una maggiore puntualità e una riduzione dei conflitti nell'assegnazione dei binari.

3.3. Timetabling

Uno degli aspetti cruciali del settore ferroviario è l'ottimizzazione degli orari dei treni, ovvero il timetabling, un problema che può essere modellato come un problema di programmazione lineare o quadratica. Un modello matematico semplificato per un problema di timetabling può essere formulato come segue.

Minimizza

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij}$$

Dove: x_{ij} rappresenta il treno i che occupa il binario j in un certo orario

Soggetto a:

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1$$

balancing track usage and minimizing conflicts between arriving and departing trains.

3.2. Importance of quantum computing for logistics and transportation

Quantum annealing and algorithms such as the Quantum Approximate Optimization Algorithm (QAOA) [9][10] offer potential solutions to improve operational efficiency, reduce costs, and balance supply and demand in real time. In particular, in the rail sector, these capacities translate into better use of resources, greater punctuality and reduced conflicts in track assignment.

3.3. Timetabling

One of the crucial aspects of the railway industry is the optimization of train schedules, which is a problem that can be modelled as a linear or quadratic scheduling problem. A simplified mathematical model for a timetabling problem can be formulated as follows.

Minimizes:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij}$$

Where: x_{ij} represents the train i occupying the track j at a certain time

Subject to:

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1$$

$\forall i$ (each train must have a unique track)

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq 1$$

$\forall j$ (each track can accommodate only one train in a certain time),

Where:

- c_{ij} represents the cost or penalty associated with assigning train i to track j at a specific time*
- x_{ij} is a binary variable that worths 1 if the train i is assigned to the track j , 0 otherwise.*

Quantum computing offers innovative tools to address this problem, using approaches such as quantum annealing and QAOA.

3.4. Quantum Annealing

Quantum annealing can solve combinatorial optimization problems that can be expressed as a Binary Square Model (BQM). The objective function can be represented as follows:

$$E(s) = \sum_i h_i s_i + \sum_{i < j} J_{ij} s_i s_j$$

Where:

$\forall i$ (ogni treno deve avere un unico binario)

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq 1$$

$\forall j$ (ogni binario può ospitare un solo treno in un certo orario)

Dove:

- c_{ij} rappresenta il costo o la penalità associata all'assegnazione del treno i al binario j in un certo orario
- x_{ij} è una variabile binaria che vale 1 se il treno i è assegnato al binario j , 0 altrimenti.

Il *quantum computing* offre strumenti innovativi per affrontare questo problema, utilizzando approcci come il *quantum annealing* e il QAOA.

3.4. Quantum Annealing

Il quantum annealing può risolvere problemi di ottimizzazione combinatoria che possono essere espressi come un Modello Quadratico Binario (BQM). La funzione obiettivo può essere rappresentata come segue:

$$E(s) = \sum_i h_i s_i + \sum_{i < j} J_{ij} s_i s_j$$

Dove:

- $E(s)$ è l'energia del sistema per una configurazione di variabili binarie $s=\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$;
- s è il vettore decisionale (una stringa di bit);
- h_i rappresenta i termini lineari associati ai costi di assegnazione;
- J_{ij} sono i termini quadratici che rappresentano le interazioni o conflitti tra le variabili (ad esempio, treni assegnati allo stesso binario nello stesso momento).

3.5. Implementazione del Quantum Annealing

Il Quantum Annealing (QA) è una tecnica avanzata di ottimizzazione che sfrutta le leggi della meccanica quantistica per risolvere problemi complessi. Questa tecnica è implementata nei dispositivi di annealing quantistico, come quelli sviluppati da D-Wave¹, e si distingue per la sua capacità di affrontare problemi di ottimizzazione combinatoria di grande complessità, che sono difficili da risolvere con metodi classici.

Il processo di utilizzo del Quantum Annealing inizia con la formulazione del problema come una funzione di energia, che può essere rappresentata tramite modelli come QUBO (Quadratic Unconstrained Binary Optimization) [20]. Un problema di ottimizzazione viene tradotto in un insieme di variabili binarie, e l'obiettivo è trovare

- $E(s)$ is the energy of the system for a configuration of binary variables $s=\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$;
- s is the decision vector (a string of bits);
- h_i represents the linear terms associated with the allocation costs;
- J_{ij} are the quadratic terms that represent the interactions or conflicts between variables (e.g., trains assigned to the same track at the same time).

3.5. Implementing Quantum Annealing

Quantum annealing (QA) is an advanced optimization technique that uses the laws of quantum mechanics to solve complex problems. This technique is implemented in quantum annealing devices, such as those developed by D-Wave¹, and stands out for its ability to address highly complex combinatorial optimization problems, which are difficult to solve with classical methods.

The process of using Quantum Annealing begins with the formulation of the problem as an energy function, which can be represented by models such as QUBO (Quadratic Unconstrained Binary Optimization) [20]. An optimization problem is translated into a set of binary variables, and the goal is to find the configuration of variables that minimizes the associated energy function, i.e. minimizes the interactions between the variables themselves, thus solving the problem optimally or almost optimally. For example, in a scheduling problem, binary variables might represent the arrival and departure times of trains, and interactions might represent conflicts between schedules or resources.

Once the problem is formulated in this form, the next step is to encode the problem in the quantum device. In D-Wave, for example, variables are represented on a network of qubits, and interactions between variables are encoded in a graph. However, because the physical qubits within these devices are connected according to specific topologies (such as the Chimera or Pegasus topologies [21]), the logical variables must be mapped to multiple physical qubits to ensure that the problem is represented correctly. This process, called minor embedding, is one of the main challenges in the practical use of Quantum Annealing, as it can increase computational complexity.

At the heart of the quantum annealing process is the gradual evolution of the system towards a minimum energy state, a process that exploits the properties of quantum mechanics, such as quantum superposition and entanglement, to simultaneously explore multiple solution configurations. The algorithm starts with a system in a high-energy state, and through a controlled "cooling" process, the system evolves to a stable configuration that is a solution

¹ Sito web di D-Wave: <https://www.dwavesys.com/>

¹ D-Wave website: <https://www.dwavesys.com/>

la configurazione di variabili che minimizza la funzione di energia associata, cioè riduce al minimo le interazioni tra le variabili stesse, risolvendo così il problema in modo ottimale o quasi ottimale. Ad esempio, in un problema di scheduling, le variabili binarie potrebbero rappresentare i tempi di arrivo e partenza di treni, e le interazioni potrebbero rappresentare conflitti tra orari o risorse.

Una volta formulato il problema in questa forma, il passo successivo consiste nel codificare il problema nel dispositivo quantistico. In D-Wave, ad esempio, le variabili vengono rappresentate su una rete di qubit, e le interazioni tra variabili sono codificate in un grafo. Tuttavia, poiché i qubit fisici all'interno di questi dispositivi sono connessi secondo topologie specifiche (come le topologie Chimera o Pegasus [21]), le variabili logiche devono essere mappate su più qubit fisici per garantire che il problema venga rappresentato correttamente. Questo processo, chiamato *minor embedding*, è una delle sfide principali nell'uso pratico del Quantum Annealing, poiché può aumentare la complessità computazionale.

Il cuore del processo di annealing quantistico è la graduale evoluzione del sistema verso uno stato di energia minima, un processo che sfrutta le proprietà della meccanica quantistica, come la sovrapposizione quantistica e l'entanglement, per esplorare simultaneamente molteplici configurazioni di soluzione. L'algoritmo inizia con un sistema in uno stato di alta energia e, tramite un processo di "raffreddamento" controllato, il sistema evolve fino a raggiungere una configurazione stabile che rappresenta una soluzione del problema. Poiché il *Quantum Annealing* non richiede la ricerca esaustiva di tutte le possibili configurazioni, può esplorare in modo più efficiente grandi spazi di soluzioni rispetto ai metodi classici.

Alla fine del processo di *annealing*, il dispositivo quantistico esegue una misurazione per determinare quale stato del sistema rappresenta la soluzione finale. Questa misurazione restituisce una configurazione di variabili che, in generale, corrisponde a una soluzione di bassa energia. Sebbene non sia garantito che questa soluzione sia ottimale, i dispositivi D-Wave sono progettati per esplorare soluzioni buone in tempi significativamente più brevi rispetto ai metodi classici, soprattutto per problemi complessi che coinvolgono grandi spazi di ricerca.

In pratica, l'uso del Quantum Annealing è applicabile a una vasta gamma di problemi, tra cui quelli di ottimizzazione combinatoria, come il *job scheduling*. Per esempio, in un contesto di ottimizzazione di una rete ferroviaria, i problemi legati alla gestione degli orari dei treni, alla programmazione delle risorse o alla minimizzazione dei conflitti tra le rotte possono essere formulati come modelli QUBO, che possono essere successivamente risolti tramite annealing quantistico. Nonostante i notevoli progressi, il *Quantum Annealing* presenta ancora delle limitazioni, tra cui la necessità di un *minor embedding* per problemi complessi e l'influenza del rumore quantistico, che può interferire con l'affidabilità dei risultati. Inoltre, poiché il sistema non sempre trova la soluzione ottimale, è necessario ripetere il processo più volte per migliorare le probabilità di ottenere una soluzione accettabile.

to the problem. Since Quantum Annealing does not require exhaustive research of all possible configurations, it can more efficiently explore large spaces of solutions than classical methods.

At the end of the annealing process, the quantum device performs a measurement to determine which state of the system represents the final solution. This measurement returns a configuration of variables that, in general, corresponds to a low-energy solution. Although it is not guaranteed that this solution will be optimal, D-Wave devices are designed to explore good solutions in significantly shorter timeframes than classical methods, especially for complex problems involving large research opportunities.

In practice, the use of Quantum Annealing is applicable to a wide range of problems, including combinatorial optimization problems, such as job scheduling. For example, in the context of optimizing a railway network, problems related to the management of train schedules, resource scheduling or minimizing conflicts between routes can be formulated as QUBO models, which can then be solved through quantum annealing. Despite significant progress, Quantum Annealing still has limitations, including the need for less embedding for complex problems and the influence of quantum noise, which can interfere with the reliability of results. Also, because the system doesn't always find the optimal solution, you need to repeat the process several times to improve the chances of getting an acceptable solution.

3.5.1. Formulation of the problem

The problem of routing and scheduling trains can be transformed into a QUBO, Quadratic Unconstrained Binary Optimization, problem. Every track and every available time slot can be seen as a binary variable in the QUBO model, which must be optimized to reduce conflicts and maximize efficiency.

3.5.2. Using the Quantum Annealer

D-Wave [8] uses its quantum annealer, a machine designed to solve QUBO problems [11], to quickly explore the space of possible solutions. The quantum annealer is particularly effective in finding near-optimal solutions for combinatorial optimization problems, exploiting the properties of quantum mechanics [6]. D-Wave is ideal in a railway context because it allows you to solve combinatorial optimization problems, such as train scheduling, resource allocation or rail traffic management, quickly and efficiently. The quantum annealing model is particularly suitable for minimizing operational costs and reducing conflicts in planning plots. With support for QUBO models and hybrid solvers, D-Wave can be easily integrated with classic tools, speeding up development and deployment. In addition, its scalability allows it to deal with large problems typical of railway infrastructure.

3.5.1. Formulazione del problema

Il problema del routing e dello scheduling dei treni può essere trasformato in un problema QUBO, Quadratic Unconstrained Binary Optimization. Ogni binario e ogni slot temporale disponibile possono essere visti come una variabile binaria nel modello QUBO, che deve essere ottimizzato per ridurre i conflitti e massimizzare l'efficienza.

3.5.2. Uso del Quantum Annealer

D-Wave [8] utilizza il suo quantum annealer, una macchina progettata per risolvere problemi QUBO [11], per esplorare rapidamente lo spazio delle soluzioni possibili. Il quantum annealer è particolarmente efficace nel trovare soluzioni quasi ottimali per problemi di ottimizzazione combinatoria, sfruttando le proprietà della meccanica quantistica [6]. D-Wave è ideale in un contesto ferroviario perché consente di risolvere problemi di ottimizzazione combinatoria, come lo scheduling dei treni, l'allocazione delle risorse o la gestione del traffico ferroviario, in modo rapido ed efficiente. Il modello di quantum annealing è particolarmente adatto per minimizzare i costi operativi e ridurre i conflitti nei grafici di pianificazione. Grazie al supporto per modelli QUBO e solver ibridi, D-Wave è facilmente integrabile con strumenti classici, accelerando lo sviluppo e l'implementazione. Inoltre, la sua scalabilità permette di affrontare problemi di grandi dimensioni, tipici delle infrastrutture ferroviarie.

3.5.3. Integrazione con sistemi esistenti

I risultati dal quantum annealer integrati con i sistemi di gestione operativa di compagnie ferroviarie permetterebbero di prendere decisioni in tempo reale sulla pianificazione dei treni, includendo l'assegnazione dinamica dei treni ai binari disponibili e la risoluzione rapida dei conflitti di routing [13].

3.6. Il Quantum Approximate Optimization Algorithm (QAOA)

Il Quantum Approximate Optimization Algorithm (QAOA) [9][10] è un altro approccio che può essere utilizzato per risolvere problemi di ottimizzazione come il timetabling. La funzione costo $C(z)$ viene rappresentata e minimizzata attraverso un'evoluzione quantistica controllata da parametri ottimizzati.

$$C(z) = \sum_{j=1} C_j(z)$$

Dove z è un vettore di variabili binarie e è un termine di costo associato alla configurazione specifica, j è il numero di configurazioni possibili.

3.7. Quadratic Unconstrained Binary Optimization (QUBO)

Per modellare il problema della pianificazione dei treni utilizzando il *Quadratic Unconstrained Binary Optimization* (QUBO) [7][8][11][12], è necessario identificare le

3.5.3. Integration with existing systems

Results from the quantum annealer integrated with railway companies' operational management systems would allow real-time decisions to be made on train planning, including the dynamic assignment of trains to available tracks and the rapid resolution of routing conflicts [13].

3.6. Il Quantum Approximate Optimization Algorithm (QAOA)

The Quantum Approximate Optimization Algorithm (QAOA) [9][10] is another approach that can be used to solve optimization problems such as timetabling. The cost function $C(z)$ is represented and minimized through a quantum evolution controlled by optimized parameters.

$$C(z) = \sum_{j=1} C_j(z)$$

Where z is a vector of binary variables and $C_j(z)$ is a cost term associated with the specific configuration, j is the number of possible configurations.

3.7. Quadratic Unconstrained Binary Optimization (QUBO)

To model the problem of train scheduling using Quadratic Unconstrained Binary Optimization (QUBO) [7][8][11][12], it is necessary to identify the main variables and constraints of the system.

$$\sum_i y_{ik} \leq 1. \quad \forall k, \forall t$$

Definition of Decision Variables

In the QUBO model for train planning, binary variables can represent decisions such as the departure of a train from a specific station in a given time interval ($x_{ij} = 1$ if the train i leaves from station j at the time t , otherwise 0) or the allocation of a track to a train at a station ($y_{ik} = 1$ if the train i use the binary k in the station j , otherwise 0).

Lens function

The lens function in a train planning problem can be formulated by considering two main aspects. The first is the minimization of waiting and travel times. The goal is therefore to minimize the total accumulated waiting time of all trains by including the time spent waiting for a free track or a go-ahead signal. The second aspect is the optimization of the use of the tracks, aimed at an efficient use of the tracks, minimizing conflicts between trains.

Operational constraints

An operational constraint concerns the capacity of the tracks, as each track can be occupied by only one train at a time. Therefore:

$$\sum_i y_{ik} \leq 1$$

variabili e i vincoli principali del sistema.

$$\sum_i y_{ik} \leq 1, \quad \forall k, \forall t$$

Definizione delle Variabili di Decisione

Nel modello QUBO per la pianificazione dei treni, le variabili binarie possono rappresentare decisioni come la partenza di un treno da una stazione specifica in un dato intervallo di tempo ($x_{ij} = 1$ se il treno i parte dalla stazione j all'ora t , altrimenti 0) o l'allocazione di un binario a un treno in una stazione ($y_{ik} = 1$ se il treno i utilizza il binario k nella stazione j , altrimenti 0).

Funzione obiettivo

La funzione obiettivo in un problema di pianificazione dei treni può essere formulata considerando due aspetti principali. Il primo è la minimizzazione dei tempi di attesa e di percorrenza. L'obiettivo è quindi ridurre al minimo il tempo totale di attesa accumulato da tutti i treni includendo il tempo passato in attesa di un binario libero o di un segnale di via libera. Il secondo aspetto è l'ottimizzazione dell'utilizzo dei binari, finalizzata ad un uso efficiente dei binari, riducendo al minimo i conflitti tra i treni.

Vincoli operativi

Un vincolo operativo riguarda la capacità dei binari, in quanto ogni binario può essere occupato da un solo treno alla volta. Quindi:

$$\sum_i y_{ik} \leq 1$$

per ogni binario k . Dove y_{ik} indica il treno i utilizza il binario k .

Sicurezza e Sequenza dei treni

Per quanto riguarda la sicurezza e sequenza dei treni, questi devono mantenere una distanza di sicurezza minima tra di loro, rispettando i tempi di headway richiesti. La condizione da rispettare affinché i treni i ed i' , che occupano il binario j , siano separati è quindi:

$$x_{ij} + x_{i'j} \leq 1.$$

Vincoli di orario

I treni devono rispettare gli orari di partenza e arrivo predefiniti, tenendo conto dei vincoli di servizio. Questo comporta che, se la partenza del treno i è prevista in un certo intervallo di tempo, allora $x_{ij} = 1$.

3.8. Implementazione e simulazione di un problema QUBO

Utilizzando le variabili e i vincoli precedentemente definiti, il problema di ottimizzazione viene tradotto in un problema QUBO, che può essere risolto utilizzando un quantum annealer o un solutore classico per QUBO.

Dopo la soluzione del problema, i risultati devono essere interpretati e validati rispetto agli scenari di simulazione iniziali per verificare l'efficacia della soluzione proposta.

for each track k . Where y_{ik} indicates train i uses track k .

Safety and Sequence of Trains

As regards the safety and sequence of trains, they must maintain a minimum safety distance between them, respecting the required headway times. The condition to be met in order for trains i and i' , that are on the track j , to be separated is therefore:

$$x_{ij} + x_{i'j} \leq 1.$$

Time constraints

Trains must comply with the predefined departure and arrival times, considering service constraints. This means that, if the departure of train i is scheduled in a certain time interval, then $x_{ij} = 1$.

3.8 Implementing and Simulating a QUBO Problem

Using the defined variables and constraints previously defined, the optimization problem is translated into a QUBO problem, which can be solved using a quantum annealer or a classical solver for QUBO.

After the problem is solved, the results must be interpreted and validated against the initial simulation scenarios to verify the effectiveness of the proposed solution.

Formal definition of variables

In the QUBO model for rail planning, binary variables represent discrete decisions associated with train management.

The main categories are:

- Departure Variables (Time and Station):

$x_{ijt} = 1$ if train i departs from station j in the time interval t , otherwise 0.

- Track allocation variables:

$y_{ik} = 1$ if train i uses track k at a specific station, otherwise 0.

- Train sequence variables:

$z_{ii'} = 1$ if train i precedes train i' on the same track, otherwise 0.

Lens function

The lens function in the QUBO model is composed of several components, each reflecting a different aspect of the desired optimization.

- Total Travel Time Minimization:

$$\text{Minimise } \sum_{i,j,t} C_{ijt} \cdot x_{ijt}$$

where C_{ijt} represents the time cost (or penalty) associated with train i departing from station j in the time interval t .

- Maximizing Track Efficiency:

$$\text{Minimise } \sum_{i,k} d_{ik} \cdot y_{ik}$$

Definizione formale delle variabili

Nel modello QUBO per la pianificazione ferroviaria, le variabili binarie rappresentano decisioni discrete associate alla gestione dei treni.

Le principali categorie sono:

- Variabili di Partenza (Orario e Stazione):

$x_{ijt} = 1$ se il treno i parte dalla stazione j nell'intervallo di tempo t , altrimenti 0.

- Variabili di allocazione dei binari:

$y_{ik} = 1$ se il treno i utilizza il binario k in una specifica stazione, altrimenti 0.

- Variabili di sequenza dei treni:

$z_{ii'} = 1$ se il treno i precede il treno i' sullo stesso binario, altrimenti 0.

Funzione obiettivo

La funzione obiettivo nel modello QUBO è composta da diverse componenti, ognuna delle quali riflette un aspetto diverso dell'ottimizzazione desiderata.

- Minimizzazione del tempo totale di percorrenza:

$$\text{Minimizzare } \sum_{i,j,t} C_{ijt} \cdot x_{ijt}$$

dove C_{ijt} rappresenta il costo temporale (o penalità) associato al treno i che parte dalla stazione j nell'intervallo di tempo t .

- Massimizzazione dell'efficienza dei binari:

$$\text{Minimizzare } \sum_{i,k} d_{ik} \cdot y_{ik}$$

Dove d_{ik} rappresenta il costo associato all'uso del binario k da parte del treno i .

- Penalità per violazione dei vincoli:

$$\text{Minimizzare } \sum_{i,i'} p_{ii'} \cdot z_{ii'}$$

dove $p_{ii'}$ rappresenta la penalità per la violazione del vincolo di sequenza tra i treni i e i' .

Vincoli del modello

Nel seguito si elencano i vincoli del modello, che si possono classificare in questo modo

- Vincoli di capacità dei binari:

$$\sum_{i,k} y_{ik} \leq 1$$

per ogni binario k

- Vincoli di Sicurezza:

$x_{ijt} + x_{i'jt} \leq 1$ se i treni i e i' usano lo stesso binario nello stesso tempo t

- Vincoli di orario:

$$\sum_t x_{ijt} = 1$$

per ogni treno i e stazione j al tempo t .

Where d_{ik} represents the cost associated with the use of track k by train i .

- Penalties for violation of constraints:

$$\text{Minimise } \sum_{i,i'} p_{ii'} \cdot z_{ii'}$$

where $p_{ii'}$ represents the penalty for the violation of the sequence constraint between trains i and i' .

Model constraints

The following is a list of the constraints of the model, that can be classified in this way

- Track capacity constraints:

$$\sum_{i,k} y_{ik} \leq 1$$

for each track k

- Safety Constraints:

$x_{ijt} + x_{i'jt} \leq 1$ if trains i and i' use the same track at the same time t

- Time constraints:

$$\sum_t x_{ijt} = 1$$

for each train i and station j at time t .

3.9 Definition of the QUBO matrix

The QUBO matrix is a square representation of the interactions between binary variables, in which each element Q_{ij} of the matrix represents the weight associated with the interaction between the binary variables x_i and x_j . The matrix is symmetric and with dimensions $m_T n_B \times m_T n_B$, where T indicates the trains and B the tracks.

Construction of the QUBO matrix

- Identify all the binary variables x_p , y_p , z_i that are required to represent the problem.
- Calculate the coefficients of the objective function for each binary variable and insert these values along the diagonal of the QUBO matrix.
- Calculate the interaction coefficients between binary variables and insert them in the appropriate positions of the QUBO matrix to represent constraints and penalties.

Mathematical representation

$$Q_{ij} = \begin{cases} c_{ij}, & \text{se } i = j \\ p_{ij}, & \text{se } i \neq j \end{cases}$$

Where c_{ij} represents the cost or benefit associated with the variable x_i and p_{ij} represents the interaction between the variables x_i e x_j .

Implementation example

Suppose we have three trains ($T1$, $T2$, $T3$) and two tracks ($B1$, $B2$). Binary variables could be:

3.9. Definizione della matrice QUBO

La matrice QUBO è una rappresentazione quadrata delle interazioni tra le variabili binarie, in cui ogni elemento Q_{ij} della matrice rappresenta il peso associato all'interazione tra le variabili binarie x_i e x_j . La matrice è simmetrica e di dimensioni $m_T \times n_B$, dove T indica i treni e B i binari.

Costruzione della matrice QUBO

- Identificare tutte le variabili binarie x_i, y_i, z_i necessarie per rappresentare il problema.
- Calcolare i coefficienti della funzione obiettivo per ciascuna variabile binaria e inserire questi valori lungo la diagonale della matrice QUBO.
- Calcolare i coefficienti di interazione tra le variabili binarie e inserirli nelle posizioni appropriate della matrice QUBO per rappresentare i vincoli e le penalità.

Rappresentazione matematica

$$Q_{ij} = \begin{cases} c_{ij}, & \text{se } i = j \\ p_{ij}, & \text{se } i \neq j \end{cases}$$

Dove c_{ij} rappresenta il costo o il beneficio associato alla variabile x_i e p_{ij} rappresenta l'interazione tra le variabili x_i e x_j .

Esempio di implementazione

Supponiamo di avere tre treni (T1, T2, T3) e due binari (B1, B2). Le variabili binarie potrebbero essere:

- x_{11} : T1 utilizza B1
- x_{12} : T1 utilizza B2
- x_{21} : T2 utilizza B1
- x_{22} : T2 utilizza B2
- x_{31} : T3 utilizza B1
- x_{32} : T3 utilizza B2

La matrice QUBO per questo esempio è di dimensioni 6x6 (essendo la matrice composta da 6 variabili binarie, la matrice simmetrica è composta da 36 elementi). I valori all'interno della matrice rappresentano le penalità o i benefici per ogni combinazione di assegnazione delle variabili.

Funzione obiettivo

$$\text{Minimizzare: } \sum_{i,j,k} c_{ijk} x_{ijk} + \sum_{i,i',j,k} p_{ijk} x_{ijk} x_{i'jk}$$

Dove:

- c_{ijk} rappresenta il costo associato all'assegnazione del treno i alla stazione j e al binario k .
- p_{ijk} rappresenta la penalità per la violazione di vincoli tra i treni i e i' se assegnati rispettivamente alla stazione j , al binario k .
- x_{ijk} è una variabile binaria che vale 1 se il treno i è assegnato alla stazione j e al binario k , altrimenti vale 0.

- x_{11} : T1 uses B1
- x_{12} : T1 uses B2
- x_{21} : T2 uses B1
- x_{22} : T2 uses B2
- x_{31} : T3 uses B1
- x_{32} : T3 uses B2

The QUBO matrix for this example is 6x6 in size (since the matrix is composed of 6 binary variables, the symmetric matrix is composed of 36 elements). The values within the matrix represent the penalties or benefits for each combination of variable assignments.

Lens function

$$\text{Minimise: } \sum_{i,j,k} c_{ijk} x_{ijk} + \sum_{i,i',j,k} p_{ijk} x_{ijk} x_{i'jk}$$

Where:

- c_{ijk} represents the cost associated with assigning train i to station j and track k .
- p_{ijk} represents the penalty for the violation of constraints between trains i and i' if assigned respectively to station j , track k .
- x_{ijk} is a binary variable that is worth 1 if train i is assigned to station j and track k , otherwise it is worth 0.

Constraints

Segment Capabilities

For each segment of the railway line (which may be represented by the combination of a station j and a track k) and for each period of time, the number of trains allocated shall not exceed the capacity of the segment:

$$\sum_i x_{ijk} \leq \text{Capacità}_{jk} \quad \forall j, k$$

Where:

- The sum is on all trains i that use the track k of the station j .
- Capacità_{jk} it represents the maximum number of trains that can be assigned to track k in station j in the given time period t .

Minimum Time Between Trains

A minimum separation time between trains using the same track k in station j shall be observed:

Se $x_{ijk} = 1$ and $x_{i'jk} = 1$, then $|t_i - t_{i'}| \geq \text{MinimumTime}$

Where:

- t_i is the arrival time of train i at station j .
- $t_{i'}$ is the arrival time of train i' at station j .
- MinimumTime is the minimum separation time required between trains on the same track k in station j .

Train type compatibility

- Some tracks may be reserved for trains of a certain type

Vincoli

Capacità dei segmenti

Per ciascun segmento della linea ferroviaria (che può essere rappresentato dalla combinazione di una stazione j e un binario k) e per ciascun periodo di tempo, il numero di treni assegnati non deve superare la capacità del segmento:

$$\sum_i x_{ijk} \leq \text{Capacità}_{jk} \quad \forall j, k$$

Dove:

- La somma è su tutti i treni i che utilizzano il binario k della stazione j .
- Capacità_{jk} rappresenta il numero massimo di treni che possono essere assegnati al binario k nella stazione j nel dato periodo di tempo t .

Tempo Minimo tra i treni

Deve essere rispettato un tempo minimo di separazione tra i treni che utilizzano lo stesso binario k nella stazione j :

Se $x_{ijk} = 1$ e $x_{i'jk} = 1$, allora $|t_i - t_{i'}| \geq \text{TempoMinimo}$

Dove:

- t_i è il tempo di arrivo del treno i alla stazione j .
- $t_{i'}$ è il tempo di arrivo del treno i' alla stazione j .
- TempoMinimo è il tempo minimo di separazione richiesto tra i treni sullo stesso binario k nella stazione j .

Compatibilità dei tipi di treno

- Alcuni binari potrebbero essere riservati a treni di un certo tipo (ad esempio, merci o passeggeri), quindi le assegnazioni devono rispettare la compatibilità:

$$x_{ijk} \times \text{Compatibilità}_{ik} = 1$$

se il treno i non è compatibile con il binario k nella stazione j , e 0 altrimenti.

3.10. Risoluzione del problema QUBO

a. Definizione delle variabili binarie

- x_{ij} : variabile binaria che assume valore 1 se il treno i parte dalla stazione j in un determinato slot temporale, 0 altrimenti;
- y_{ik} variabile binaria che assume valore 1 se il treno i percorre il segmento di tratta k in un determinato slot temporale, 0 altrimenti;
- t : è la variabile tempo

b. Funzione obiettivo

L'obiettivo principale del modello è ottimizzare l'utilizzo delle risorse, minimizzare i ritardi, e massimizzare l'efficienza della pianificazione ferroviaria. La funzione obiettivo può essere formulata come:

$$\text{Minimizzare: } \sum_{i,j} C_{ij} x_{ij} + \sum_{i,k} D_{ik} \cdot y_{ik} \quad \forall t$$

(e.g. freight or passenger), so allocations must respect compatibility:

$$x_{ijk} \times \text{Compatibilità}_{ik} = 1$$

if train i is not compatible with track k in station j , and 0 otherwise.

3.10. Troubleshooting the QUBO Problem

a. Definition of binary variables

- x_{ij} : binary variable that takes on a value of 1 if train i leaves station j in a given time slot, 0 otherwise;
- y_{ik} binary variable that takes on a value of 1 if train i travels the segment of section k in a given time slot, 0 otherwise;
- t : is the variable time

b. Lens function

The main objective of the model is to optimize the use of resources, minimize delays, and maximize the efficiency of railway planning. The objective function can be formulated as:

$$\text{Minimise: } \sum_{i,j} C_{ij} x_{ij} + \sum_{i,k} D_{ik} \cdot y_{ik} \quad \forall t$$

Where:

- C_{ij} represents the cost or penalty associated with the departure of train i from the station j in a specific time slot (e.g., penalties for delays or for the use of critical tracks).
- D_{ik} represents the cost or penalty associated with the passage of train i on the k segment (e.g., congestion, track wear, or accumulated delay).

c. Model constraints

The constraints ensure that the model complies with the operational and technical rules of railway planning.

Track capacity constraint

- Each track can only be used by one train in each time slot:

$$\sum_i x_{ij} \leq 1 \quad \forall j$$

Path continuity constraint

- A train must travel the entire route without jumping:

$$y_{i(k+1)} \geq y_{ik} \quad \forall i, k$$

Departure and arrival constraint

- Each train must depart from an initial station and arrive at an end station in a certain time interval:

$$\sum_j x_{ij} = 1$$

(for the departure and arrival station)

Precedence and synchronization constraints:

- Ensure that trains respect the right of way and are synchronised correctly:

$$y_{i(k+1)} - y_{ik} \geq t_{\min} \quad \forall i, k$$

Dove:

- C_{ij} rappresenta il costo o penalità associato alla partenza del treno i dalla stazione j in uno specifico slot temporale (ad esempio, penalità per ritardi o per l'uso di binari critici).
- D_{ik} rappresenta il costo o penalità associato al passaggio del treno i sul segmento di tratta k (ad esempio, congestione, usura dei binari, o ritardo accumulato).

c. Vincoli del modello

I vincoli assicurano che il modello rispetti le regole operative e tecniche della pianificazione ferroviaria.

Vincolo di capacità dei binari

- Ogni binario può essere utilizzato da un solo treno in ogni slot temporale:

$$\sum_i x_{ij} \leq 1 \quad \forall j$$

Vincolo di continuità del percorso

- Un treno deve percorrere la tratta intera senza salti:

$$y_{i(k+1)} \geq y_{ik} \quad \forall i, k$$

Vincolo di partenza e arrivo

- Ogni treno deve partire da una stazione iniziale e arrivare a una stazione finale in un certo intervallo temporale:

$$\sum_j x_{ij} = 1$$

(per la stazione di partenza e arrivo)

Vincoli di precedenza e sincronizzazione:

- Garantire che i treni rispettino la precedenza e siano sincronizzati correttamente:

$$y_{i(k+1)} - y_{ik} \geq t_{\min} \quad \forall i, k$$

dove $t_{\min}$ rappresenta il tempo minimo di percorrenza tra due segmenti consecutivi.

3.11. Formulazione del QUBO

Un modello QUBO è generalmente espresso come una matrice Q , dove ogni elemento Q_{ab} corrisponde all'interazione tra le variabili binarie x_a e x_b . L'obiettivo è trovare la combinazione di variabili binarie che minimizza la funzione quadratica:

$$\text{Minimizzare: } \sum_{a,b} Q_{ab} x_a x_b$$

Nel nostro caso, la matrice Q sarà costruita considerando i costi/penalità della funzione obiettivo e i vincoli trasformati in penalità. Ad esempio, per il vincolo di capacità dei binari:

$$Q_{(ij)(ij)} = \text{penalità alta se } \sum_i x_{ij} > 1$$

Similmente, si aggiungono penalità alte agli elementi della matrice Q che violano i vincoli operativi e tecnici [1] [13].

- $t_{\min}$ rappresenta il tempo minimo di percorrenza tra due segmenti consecutivi.

3.11. Formulazione della QUUBO

A QUBO model is generally expressed as a matrix Q , where each element Q_{ab} corresponds to the interaction between the binary variables x_a and x_b . The goal is to find the combination of binary variables that minimizes the quadratic function:

$$\text{Minimise: } \sum_{a,b} Q_{ab} x_a x_b$$

In our case, the matrix Q will be constructed considering the costs/penalties of the objective function and the constraints transformed into penalties. For example, for the track capacity constraint:

$$Q_{(ij)(ij)} = \text{high penalty if } \sum_i x_{ij} > 1$$

Similarly, high penalties are added to elements of the Q matrix that violate operational and technical constraints [1] [13].

a. Model Resolution

Once the Q matrix is formulated, the QUBO problem can be solved using various algorithms such as:

- Quantum Annealing (es. D-Wave)
- Simulated Annealing
- Heuristic algorithms such as Tabu Search

Alongside the advancement of quantum computing, traditional computational techniques such as SatOnGPU continue to prove extremely effective for solving QUBO (Quadratic Unconstrained Binary Optimization) problems. These methods take advantage of the parallel computing offered by GPUs, allowing complex problems to be tackled with remarkable computational efficiency.

SatOnGPU, in particular, is based on advanced algorithms optimized for GPU architecture, which allow large solution spaces to be explored quickly, while maintaining high precision. This technology represents a mature, widely established and accessible solution, capable of guaranteeing competitive performance compared to current quantum computers. In addition, the high flexibility of GPU-based methods makes them applicable not only to QUBO problems, but also to a wide range of combinatorial problems. Although quantum computing promises to improve the field of optimization, traditional techniques, thanks to their robustness and ease of implementation, offer an immediate solution for many industrial and scientific applications. In the long term, it is plausible that hybrid approaches will develop, in which classical and quantum methods work synergistically to maximize computational efficiency.

b. Implementation

The actual implementation requires programming the Q

a. Risoluzione del modello

Una volta formulata la matrice Q , il problema QUBO può essere risolto utilizzando vari algoritmi come:

- *Quantum Annealing* (es. D-Wave)
- *Simulated Annealing*
- Algoritmi euristici come Tabu Search

Accanto al progresso del *quantum computing*, tecniche computazionali tradizionali come SatOnGPU continuano a dimostrarsi estremamente efficaci per la risoluzione di problemi QUBO (*Quadratic Unconstrained Binary Optimization*). Questi metodi sfruttano il calcolo parallelo offerto dalle GPU, consentendo di affrontare problemi complessi con un'efficienza computazionale notevole.

SatOnGPU, in particolare, si basa su algoritmi avanzati ottimizzati per l'architettura delle GPU, che permettono di esplorare rapidamente ampi spazi di soluzione, mantenendo elevata precisione. Questa tecnologia rappresenta una soluzione matura, ampiamente consolidata e accessibile, capace di garantire prestazioni competitive rispetto ai computer quantistici attuali. Inoltre, l'elevata flessibilità dei metodi basati su GPU li rende applicabili non solo ai problemi QUBO, ma anche a una vasta gamma di problemi combinatori. Sebbene il *quantum computing* prometta di migliorare il campo dell'ottimizzazione, le tecniche tradizionali, grazie alla loro robustezza e facilità di implementazione, offrono una soluzione immediata per molte applicazioni industriali e scientifiche. Nel lungo termine, è plausibile che si sviluppino approcci ibridi, in cui metodi classici e quantistici lavorino in sinergia per massimizzare l'efficienza computazionale.

b. Implementazione

L'implementazione effettiva richiede la programmazione della matrice Q in un ambiente compatibile con solutori QUBO, come ad esempio Python con librerie specifiche (D-Wave Ocean SDK, PyQUBO).

4. Caso studio: la linea Udine - Trieste

Il caso studio, tratto dalla tesi *Simulation-based Capacity Assessment of Trieste-Udine Railway Line with ERTMS/ETCS Implementation* di Ö. C. UZGIDIM e S. RICCI [18], riguarda l'analisi della capacità e sull'ottimizzazione della gestione del traffico ferroviario sulla linea Udine-Trieste, con particolare attenzione all'implementazione del sistema ERTMS/ETCS (*European Rail Traffic Management System*). Questa linea ferroviaria è una delle più importanti nel nord-est dell'Italia, collegando le città di Udine e Trieste attraverso una serie di stazioni e fermate intermedie. Questo caso studio rappresenta un esempio complesso di pianificazione ferroviaria, dove l'integrazione di nuove tecnologie e l'uso di metodi avanzati di ottimizzazione possono portare a significativi miglioramenti operativi. La combinazione di simulazioni dettagliate e tecniche di ottimizzazione avanzate come il QUBO offre un approccio potente per affrontare

matrix in an environment compatible with QUBO solvers, such as Python with specific libraries (D-Wave Ocean SDK, PyQUBO).

4. Case study: the Udine - Trieste line

The case study, taken from the thesis *Simulation-based Capacity Assessment of Trieste-Udine Railway Line with ERTMS/ETCS Implementation* by Ömür Cansu Uzgidim and Stefano Ricci [18], concerns the capacity analysis and optimization of rail traffic management on the Udine-Trieste line, with particular attention to the implementation of the ERTMS/ETCS (European Rail Traffic Management System/ European Train Control System). This railway line is one of the most important in northeastern Italy, connecting the cities of Udine and Trieste through a series of stations and intermediate stops. This case study represents a complex example of railway planning, where the integration of new technologies and the use of advanced optimization methods can lead to significant operational improvements. The combination of detailed simulations and advanced optimization techniques such as QUBO offers a powerful approach to addressing the challenges associated with operating a traffic-intensive railway line.

Description of the Udine-Trieste Line

- *Section: the Udine-Trieste line, as shown below in Figure 1, covers a distance of about 67 km, crossing important railway junctions such as Gorizia, Monfalcone and Ronchi dei Legionari. It is a double-track line, which supports both regional and intercity traffic, as well as freight traffic.*
- *Main Stations: Udine, Gorizia Centrale, Ronchi dei Legionari Nord, Monfalcone and Bivio D'Aurisina are the key stations along this route. These stations handle a combination of passenger and freight traffic, making planning particularly complex.*
- *ERTMS/ETCS system: the line is intended for the implementation of the ERTMS/ETCS system, with the aim of improving the capacity, safety and efficiency of rail traffic. This advanced traffic control and management system is designed to reduce waiting times, increase train frequency and improve train path occupancy.*

4.1. Planning Variables

- *Types of trains: the line is home to a variety of rail services, including regional, InterCity, and freight trains. Each type of train has different operational requirements in terms of speed, frequency and scheduled stops.*
- *Departure and arrival times: timetables must be carefully planned to avoid conflicts between different types of trains, especially at major rail hubs and during peak hours.*

le sfide associate alla gestione di una linea ferroviaria ad alta intensità di traffico.

Descrizione della Linea Udine-Trieste

- **Tratta:** la linea Udine-Trieste, come di seguito riportato nella Fig. 1, copre una distanza di circa 67 km, attraversando importanti nodi ferroviari come Gorizia, Monfalcone e Ronchi dei Legionari Nord. È una linea a doppio binario, che supporta sia il traffico regionale e intercity, sia quello merci.
- **Stazioni Principali:** Udine, Gorizia Centrale, Ronchi dei Legionari Nord, Monfalcone e Bivio D'Aurisina sono le stazioni chiave lungo questa tratta. Queste stazioni gestiscono una combinazione di traffico passeggeri e merci, rendendo la pianificazione particolarmente complessa.
- **Sistema ERTMS/ETCS:** la linea è destinata all'implementazione del sistema ERTMS/ETCS, con l'obiettivo di migliorare la capacità, la sicurezza e l'efficienza del traffico ferroviario. Questo sistema avanzato di controllo e gestione del traffico è progettato per ridurre i tempi di attesa, aumentare la frequenza dei treni e migliorare l'occupazione delle tracce.

4.1. Variabili di Pianificazione

- **Tipi di treni:** la linea ospita una varietà di servizi ferroviari, tra cui treni regionali, InterCity e treni merci. Ogni tipo di treno ha requisiti operativi diversi in termini di velocità, frequenza e fermate programmate.
- **Orari di partenza e arrivo:** gli orari devono essere attentamente pianificati per evitare conflitti tra i diversi tipi di treni, specialmente nei nodi ferroviari principali e durante le ore di punta.
- **Capacità dei binari:** la capacità dei binari, ossia il numero massimo di treni che possono essere gestiti contemporaneamente su un tratto, è una variabile critica che deve essere ottimizzata per massimizzare l'efficienza della linea.

4.2. Vincoli operativi

- **Frequenza dei treni:** i treni passeggeri devono rispettare frequenze stabilite per garantire un servizio regolare, mentre i treni merci devono essere programmati per minimizzare i ritardi nelle consegne.
- **Limitazioni di velocità:** ogni segmento della linea ha specifiche limitazioni di velocità che influenzano i tempi di percorrenza e la capacità di pianificazione.
- **Gestione dei conflitti:** evitare so-

- **Track capacity:** track capacity, i.e. the maximum number of trains that can be operated simultaneously on a section, is a critical variable that must be optimized to maximize the efficiency of the line.

4.2. Operational constraints

- **Frequency of trains:** passenger trains must adhere to established frequencies to ensure regular service, while freight trains must be scheduled to minimize delays in deliveries.
- **Speed Limitations:** each segment of the line has specific speed restrictions that affect travel times and planning capacity.
- **Conflict management:** avoiding overlaps and conflicts between trains is essential to prevent delays and ensure safety. This includes managing trains in the event of unexpected delays.

4.3. Objectives

- **Minimization of waiting times:** a key objective is to minimize waiting times for both passenger and freight trains, thus optimizing the efficiency of the line.
- **Optimizing the use of resources:** this includes maximizing the use of available tracks and optimizing schedules to ensure that line capacity is utilized to the maximum.
- **Increased capacity:** the deployment of ERTMS/ETCS is expected to lead to an increase in line capacity, allowing for a larger number of trains without compromising safety or regularity of service.

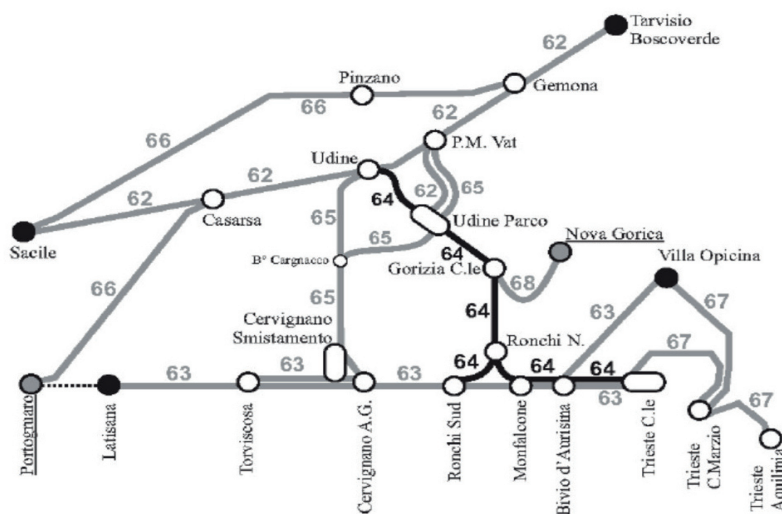


Figura 1 - Linea Trieste C.le – Udine.
Figure 1 - Trieste C.le - Udine line.

vrapposizioni e conflitti tra treni è essenziale per prevenire ritardi e garantire la sicurezza. Questo include la gestione dei treni in caso di ritardi imprevisti.

4.3. Obiettivi

- Minimizzazione dei tempi d'attesa: un obiettivo chiave è ridurre al minimo i tempi di attesa sia per i treni passeggeri che per quelli merci, ottimizzando così l'efficienza della linea.
- Ottimizzazione dell'uso delle risorse: Questo include la massimizzazione dell'uso dei binari disponibili e l'ottimizzazione degli orari per garantire che la capacità della linea sia sfruttata al massimo.
- Aumento della capacità: l'implementazione dell'ERTMS/ETCS dovrebbe portare a un aumento della capacità della linea, permettendo un numero maggiore di treni senza compromettere la sicurezza o la regolarità del servizio.

4.4. Metodologia utilizzata

- Simulazione basata su Open Track²: per valutare l'impatto dell'ERTMS/ETCS sulla capacità della linea, nel caso studio di partenza, viene utilizzato il software di simulazione Open Track, che permette di modellare scenari operativi realistici e di testare diverse configurazioni di orari e frequenze dei treni.
- Analisi comparativa: il modello QUBO potrebbe essere utilizzato per ottimizzare ulteriormente la pianificazione dei treni, riducendo i conflitti e migliorando l'uso delle risorse rispetto ai metodi tradizionali di pianificazione.

4.5. Risultati

- Aumento dell'efficienza: con l'implementazione dell'ERTMS/ETCS e l'ottimizzazione tramite modelli avanzati come il QUBO, ci si aspetta un miglioramento significativo dell'efficienza operativa della linea, con una riduzione dei tempi di percorrenza e un aumento della frequenza dei treni.
- Maggiore sicurezza e affidabilità: L'uso del sistema ERTMS/ETCS dovrebbe anche migliorare la sicurezza della linea, riducendo il rischio di incidenti e garantendo una maggiore affidabilità del servizio.

Per generare i dati di input della matrice QUBO, (con 5 treni, 3 stazioni e 4 segmenti), dobbiamo esaminare i contributi lineari e quadrati e i costi per variabile:

- Costo per treno e stazione: 1

4.4. Methodology used

- *Simulation based on Open Track²: to assess the impact of ERTMS/ETCS on the line capacity, in the starting case study, Open Track simulation software is used, which allows realistic operating scenarios to be modelled and different configurations of train schedules and frequencies to be tested.*
- *Benchmarking: the QUBO model could be used to further optimize train scheduling, reducing conflicts and improving resource use compared to traditional scheduling methods.*

4.5. Results

- *Increased efficiency: with the implementation of ERTMS/ETCS and optimisation using advanced models such as QUBO, a significant improvement in the operational efficiency of the line is expected, with reduced journey times and an increase in train frequency.*

- *Increased safety and reliability: the use of ERTMS/ETCS should also improve line safety, reducing the risk of accidents and ensuring greater service reliability.*

To generate the input data of the QUBO matrix, (with 5 trains, 3 stations, and 4 segments), we need to look at the linear and square contributions and the costs per variable:

- *Cost per train and station: 1*
- *Cost per train and segment: 1*
- *Penalties for interactions between variables in the same station, between consecutive segments, and synchronization.*

Linear terms are the contributions of individual variables (without interaction with other variables).

Variables $x_{[i,j]}$ (train i , station j): for each train i and each station j , we add a penalty (in this case 1).

Example of linear terms for $x_{[i,j]}$:

- *' x_{0_0} ': 1, ' x_{0_1} ': 1, ' x_{0_2} ': 1 for train 0 in stations 0, 1, 2.*
- *' x_{1_0} ': 1, ' x_{1_1} ': 1, ' x_{1_2} ': 1 for train 1 in stations 0, 1, 2.*

We repeat the same for the other trains:

Variables $y_{[i,k]}$ (train i , segment k): again, we add a penalty of 1 for each variable $y_{[i,k]}$.

Example of linear terms for $y_{[i,k]}$:

- *' y_{0_0} ': 1, ' y_{0_1} ': 1, ' y_{0_2} ': 1, ' y_{0_3} ': 1 for train 0 in segments 0, 1, 2, 3.*

² Sito web di Open Track: https://www.opentrack.ch/opentrack/opentrack_e/opentrack_e.html

² Sito web di Open Track: https://www.opentrack.ch/opentrack/opentrack_e/opentrack_e.html

- Costo per treno e segmento: 1
- Penalità per interazioni tra variabili nella stessa stazione, tra segmenti consecutivi e sincronizzazione.

I termini lineari sono i contributi delle singole variabili (senza interazione con altre variabili).

Variabili $x_{[i,j]}$ (treno i , stazione j): per ogni treno i e ogni stazione j , aggiungiamo una penalità (in questo caso 1).

Esempio di termini lineari per $x_{[i,j]}$:

- ' x_{0_0} ': 1, ' x_{0_1} ': 1, ' x_{0_2} ': 1 per il treno 0 nelle stazioni 0, 1, 2.
- ' x_{1_0} ': 1, ' x_{1_1} ': 1, ' x_{1_2} ': 1 per il treno 1 nelle stazioni 0, 1, 2.

Ripetiamo lo stesso per gli altri treni:

Variabili $y_{[i,k]}$ (treno i , segmento k): anche qui, aggiungiamo una penalità di 1 per ogni variabile $y_{[i,k]}$.

Esempio di termini lineari per $y_{[i,k]}$:

- ' y_{0_0} ': 1, ' y_{0_1} ': 1, ' y_{0_2} ': 1, ' y_{0_3} ': 1 per il treno 0 nei segmenti 0, 1, 2, 3.
- ' y_{1_0} ': 1, ' y_{1_1} ': 1, ' y_{1_2} ': 1, ' y_{1_3} ': 1 per il treno 1 nei segmenti 0, 1, 2, 3.

Ripetiamo lo stesso per gli altri treni. Termini quadratici (interazioni): le interazioni quadratiche rappresentano vincoli tra variabili.

Vincoli di capacità (tra treni nella stessa stazione): ogni coppia di treni nella stessa stazione avrà un vincolo che impone una penalità se entrambi i treni sono attivi nella stessa stazione.

Per esempio:

- ' x_{0_0} ' e ' x_{1_0} ' interagiscono con penalità 1, cioè (' x_{0_0} ', ' x_{1_0} '): 1.
- ' x_{0_1} ' e ' x_{1_1} ' interagiscono con penalità 1, cioè (' x_{0_1} ', ' x_{1_1} '): 1.

Ripetiamo per tutte le coppie di treni nella stessa stazione.

Vincoli di continuità del percorso (tra segmenti consecutivi):

Ogni treno ha una relazione di continuità tra i segmenti. Per esempio, $y_{[i,k]}$ e $y_{[i,k+1]}$ devono essere legati.

Per esempio:

- (' y_{0_0} ', ' y_{0_1} '): -1 per il treno 0 tra i segmenti 0 e 1.
- (' y_{0_1} ', ' y_{0_2} '): -1 per il treno 0 tra i segmenti 1 e 2.

Ripetiamo per tutti i treni e segmenti.

Vincoli di sincronizzazione tra segmenti: per ogni treno, la sincronizzazione tra segmenti deve rispettare un vincolo di tempo minimo (ad esempio, tra i segmenti 0 e 1 per il treno 0).

Per esempio:

- ' y_{1_0} ': 1, ' y_{1_1} ': 1, ' y_{1_2} ': 1, ' y_{1_3} ': 1 for train 1 in segments 0, 1, 2, 3.

We repeat the same for the other trains. Square terms (interactions): quadratic interactions represent constraints between variables.

Capacity constraints (between trains at the same station): each pair of trains at the same station will have a constraint imposing a penalty if both trains are active at the same station.

For example:

- ' x_{0_0} ' and ' x_{1_0} ' interact with penalty 1, i.e. (' x_{0_0} ', ' x_{1_0} '): 1.
- ' x_{0_1} ' and ' x_{1_1} ' interact with penalty 1, i.e. (' x_{0_1} ', ' x_{1_1} '): 1.

We repeat for all pairs of trains at the same station.

Path continuity constraints (between consecutive segments):

Each train has a continuity relationship between the segments. For example, $y_{[i,k]}$ and $y_{[i,k+1]}$ must be bonded.

For example:

- (' y_{0_0} ', ' y_{0_1} '): -1 for train 0 between segments 0 and 1.
- (' y_{0_1} ', ' y_{0_2} '): -1 for train 0 between segments 1 and 2.

We repeat for all trains and segments.

Synchronization constraints between segments: For each train, synchronization between segments must adhere to a minimum time constraint (for example, between segments 0 and 1 for train 0).

For example:

- (' y_{0_0} ', ' y_{0_1} '): -1 (synchronization penalty between segments for train 0).
- (' y_{1_0} ', ' y_{1_1} '): -1 (segment synchronization penalty for train 1).
- We repeat for all trains.

$Q = \{$

Linear terms for x_{ij} (train i , station j)

' x_{0_0} ': 1, ' x_{0_1} ': 1, ' x_{0_2} ': 1,

' x_{1_0} ': 1, ' x_{1_1} ': 1, ' x_{1_2} ': 1,

' x_{2_0} ': 1, ' x_{2_1} ': 1, ' x_{2_2} ': 1,

' x_{3_0} ': 1, ' x_{3_1} ': 1, ' x_{3_2} ': 1,

' x_{4_0} ': 1, ' x_{4_1} ': 1, ' x_{4_2} ': 1,

Linear terms for y_{ik} (train i , segment k)

' y_{0_0} ': 1, ' y_{0_1} ': 1, ' y_{0_2} ': 1, ' y_{0_3} ': 1,

' y_{1_0} ': 1, ' y_{1_1} ': 1, ' y_{1_2} ': 1, ' y_{1_3} ': 1,

' y_{2_0} ': 1, ' y_{2_1} ': 1, ' y_{2_2} ': 1, ' y_{2_3} ': 1,

- ('y_0_0', 'y_0_1'): -1 (penalità di sincronizzazione tra segmenti per il treno 0).
- ('y_1_0', 'y_1_1'): -1 (penalità di sincronizzazione tra segmenti per il treno 1).
- Ripetiamo per tutti i treni.

```
Q = {
# Termini lineari per x_ij (treno i, stazione j)
'x_0_0': 1, 'x_0_1': 1, 'x_0_2': 1,
'x_1_0': 1, 'x_1_1': 1, 'x_1_2': 1,
'x_2_0': 1, 'x_2_1': 1, 'x_2_2': 1,
'x_3_0': 1, 'x_3_1': 1, 'x_3_2': 1,
'x_4_0': 1, 'x_4_1': 1, 'x_4_2': 1,
# Termini lineari per y_ik (treno i, segmento k)
'y_0_0': 1, 'y_0_1': 1, 'y_0_2': 1, 'y_0_3': 1,
'y_1_0': 1, 'y_1_1': 1, 'y_1_2': 1, 'y_1_3': 1,
'y_2_0': 1, 'y_2_1': 1, 'y_2_2': 1, 'y_2_3': 1,
'y_3_0': 1, 'y_3_1': 1, 'y_3_2': 1, 'y_3_3': 1,
'y_4_0': 1, 'y_4_1': 1, 'y_4_2': 1, 'y_4_3': 1,
# Interazioni quadrate per capacità tra treni nella stessa stazione
('x_0_0', 'x_1_0'): 1, ('x_0_0', 'x_2_0'): 1, ('x_0_0', 'x_3_0'): 1, ('x_0_0', 'x_4_0'): 1,
('x_0_1', 'x_1_1'): 1, ('x_0_1', 'x_2_1'): 1, ('x_0_1', 'x_3_1'): 1, ('x_0_1', 'x_4_1'): 1,
('x_0_2', 'x_1_2'): 1, ('x_0_2', 'x_2_2'): 1, ('x_0_2', 'x_3_2'): 1, ('x_0_2', 'x_4_2'): 1,
# Aggiungo altre coppie per le altre stazioni
# Interazioni quadrate per continuità tra segmenti
('y_0_0', 'y_0_1'): -1, ('y_0_1', 'y_0_2'): -1, ('y_0_2', 'y_0_3'): -1,
('y_1_0', 'y_1_1'): -1, ('y_1_1', 'y_1_2'): -1, ('y_1_2', 'y_1_3'): -1,
('y_2_0', 'y_2_1'): -1, ('y_2_1', 'y_2_2'): -1, ('y_2_2', 'y_2_3'): -1,
('y_3_0', 'y_3_1'): -1, ('y_3_1', 'y_3_2'): -1, ('y_3_2', 'y_3_3'): -1,
('y_4_0', 'y_4_1'): -1, ('y_4_1', 'y_4_2'): -1, ('y_4_2', 'y_4_3'): -1,
# Interazioni quadrate per sincronizzazione tra segmenti
('y_0_0', 'y_0_1'): -1, ('y_1_0', 'y_1_1'): -1, ('y_2_0', 'y_2_1'): -1,
('y_3_0', 'y_3_1'): -1, ('y_4_0', 'y_4_1'): -1,
}
```

Dettagli dei tempi computazionali. Tempo di accesso alla QPU (Quantum Processing Unit):

```
'y_3_0': 1, 'y_3_1': 1, 'y_3_2': 1, 'y_3_3': 1,
'y_4_0': 1, 'y_4_1': 1, 'y_4_2': 1, 'y_4_3': 1,
# Square interactions per capacity between trains in the same station
('x_0_0', 'x_1_0'): 1, ('x_0_0', 'x_2_0'): 1, ('x_0_0', 'x_3_0'): 1, ('x_0_0', 'x_4_0'): 1,
('x_0_1', 'x_1_1'): 1, ('x_0_1', 'x_2_1'): 1, ('x_0_1', 'x_3_1'): 1, ('x_0_1', 'x_4_1'): 1,
('x_0_2', 'x_1_2'): 1, ('x_0_2', 'x_2_2'): 1, ('x_0_2', 'x_3_2'): 1, ('x_0_2', 'x_4_2'): 1,
# Add more pairs for other stations
# Square interactions for continuity between segments
('y_0_0', 'y_0_1'): -1, ('y_0_1', 'y_0_2'): -1, ('y_0_2', 'y_0_3'): -1,
('y_1_0', 'y_1_1'): -1, ('y_1_1', 'y_1_2'): -1, ('y_1_2', 'y_1_3'): -1,
('y_2_0', 'y_2_1'): -1, ('y_2_1', 'y_2_2'): -1, ('y_2_2', 'y_2_3'): -1,
('y_3_0', 'y_3_1'): -1, ('y_3_1', 'y_3_2'): -1, ('y_3_2', 'y_3_3'): -1,
('y_4_0', 'y_4_1'): -1, ('y_4_1', 'y_4_2'): -1, ('y_4_2', 'y_4_3'): -1,
# Square interactions for synchronization between segments
('y_0_0', 'y_0_1'): -1, ('y_1_0', 'y_1_1'): -1, ('y_2_0', 'y_2_1'): -1,
('y_3_0', 'y_3_1'): -1, ('y_4_0', 'y_4_1'): -1,
}
```

Details of computational times. Quantum Processing Unit (QPU) access time:

- qpu_access_time: 250000 μ s = 250 ms.
- qpu_programming_time: 60000 μ s = 60 ms.
- qpu_sampling_time: 4000 μ s = 4 ms.
- total_real_time: 315000 μ s = 315 ms.

The results using D-Wave's quantum annealer represent a significant step towards the advanced optimization of complex problems using quantum computing technologies.

1) Optimal solution and configuration of variables

- Configuration of variables: the optimal solution obtained with D-Wave indicates a specific configuration of the binary variables that represent the planning of trains on several tracks and in different time slots. Each binary variable in the QUBO model represents a specific decision, such as assigning a train to a track in a certain time slot.
- Optimal solution: the optimal solution found showed a configuration of variables that minimizes the energy of

- qpu_access_time: 250000 μ s = 250 ms.
- qpu_programming_time: 60000 μ s = 60 ms.
- qpu_sampling_time: 4000 μ s = 4 ms.
- total_real_time: 315000 μ s = 315 ms.

I risultati con l'utilizzo del *quantum annealer* di D-Wave rappresentano un passo significativo verso l'ottimizzazione avanzata di problemi complessi tramite tecnologie di calcolo quantistico.

1) Soluzione ottimale e configurazione delle variabili

- Configurazione delle variabili: la soluzione ottimale ottenuta con D-Wave indica una specifica configurazione delle variabili binarie che rappresentano la pianificazione dei treni su più binari e in diverse fasce orarie. Ogni variabile binaria del modello QUBO rappresenta una decisione specifica, come l'assegnazione di un treno a un binario in un determinato slot temporale.
- Soluzione ottimale: la soluzione ottimale trovata ha mostrato una configurazione delle variabili che minimizza l'energia del sistema, il che corrisponde a minimizzare conflitti e ritardi nella pianificazione ferroviaria.

2) Energia della soluzione

- Energia della soluzione: nel contesto del quantum annealing, l'energia rappresenta un indicatore della qualità della soluzione. Un'energia inferiore indica una soluzione migliore, poiché corrisponde a una minore quantità di conflitti e una maggiore efficienza nella gestione delle risorse.
- Risultato Specifico: l'energia della soluzione è stata misurata come negativa. Questo valore suggerisce che, all'interno del modello definito, la configurazione trovata è altamente efficiente nella riduzione dei conflitti operativi tra i treni; ciò indica che la soluzione è vicina a un ottimo globale.

3) Robustezza e ripetibilità dei risultati

- Ripetibilità: durante le iterazioni del processo di quantum annealing, sono state ottenute configurazioni simili in termini di energia, indicando che il modello è robusto e i risultati sono consistenti.
- Occorrenze: il numero di occorrenze delle soluzioni ottimali è un altro indicatore della stabilità del sistema. Una soluzione che appare frequentemente tra le soluzioni possibili suggerisce una maggiore robustezza del risultato.

4) Confronto con metodi tradizionali

- Vantaggi rispetto ai metodi tradizionali. I metodi tradizionali, come la programmazione lineare o l'uso di euristiche, richiedono tempi di calcolo significativi (circa 2 secondi) e possono offrire soluzioni sub-ottimali in scenari complessi. Il modello QUBO risolto tramite D-Wave ha dimostrato di poter trovare soluzioni efficienti in un tempo relativamente breve (circa 6,5 più

the system, which corresponds to minimizing conflicts and delays in railway planning.

2) Solution Energy

- *Solution energy: in the context of quantum annealing, energy is an indicator of the quality of the solution. Lower energy indicates a better solution, as it corresponds to fewer conflicts and greater efficiency in resource management.*
- *Specific Result: the energy of the solution was measured as negative. This value suggests that, within the defined model, the configuration found is highly efficient in reducing operational conflicts between trains; This indicates that the solution is close to an overall optimum.*

3) Robustness and repeatability of results

- *Repeatability: during iterations of the quantum annealing process, similar energy configurations were obtained, indicating that the model is robust and the results are consistent.*
- *Occurrences: The number of occurrences of optimal solutions is another indicator of system stability. A solution that frequently appears among the possible solutions suggests a greater robustness of the result.*

4) Comparison with traditional methods

- *Advantages over traditional methods. Traditional methods, such as linear programming or the use of heuristics, require significant computational time (about 2 seconds) and can offer sub-optimal solutions in complex scenarios. The QUBO model solved by D-Wave has shown that it can find efficient solutions in a relatively short time (about 6,5 faster), showing the potential to address problems of greater scale or with greater complexity.*

5) Perspectives

- *Development and implementation: as quantum technologies continue to develop, it is possible that models such as QUBO will become increasingly integrated into railway planning and management processes, especially in combination with advanced control systems such as ERTMS/ETCS.*
- *Integration with other systems: in the future, integrating results with D-Wave into simulation platforms such as Open Track could provide a hybrid approach, combining the advantages of traditional simulation with quantum optimization.*

4.6. Considerations

The differences in the energy values obtained from the various executions of the program (-1.0, -2.0, -3.0) are the result of different configurations of the binary variables of the QUBO problem and reflect the quality of the solutions obtained by the D-Wave quantum annealer.

veloce), mostrando il potenziale per affrontare problemi di scala maggiore o con una complessità maggiore.

5) Prospettive

- Sviluppo e implementazione: con il continuo sviluppo delle tecnologie quantistiche, è possibile che modelli come il QUBO diventino sempre più integrati nei processi di pianificazione e gestione ferroviaria, soprattutto in combinazione con i sistemi di controllo avanzato come l'ERTMS/ETCS.
- Integrazione con altri sistemi: in futuro, l'integrazione dei risultati con D-Wave in piattaforme di simulazione come Open Track potrebbe fornire un approccio ibrido, combinando i vantaggi della simulazione tradizionale con l'ottimizzazione quantistica.

4.6. Considerazioni

Le differenze nei valori di energia ottenuti dalle varie esecuzioni del programma (-1.0, -2.0, -3.0) sono il risultato di diverse configurazioni delle variabili binarie del problema QUBO e riflettono la qualità delle soluzioni ottenute dal quantum annealer di D-Wave.

1) Cosa significa l'energia nella QUBO?

L'energia in un modello QUBO rappresenta il "costo" o la "qualità" di una soluzione rispetto all'ottimizzazione dei vincoli e degli obiettivi definito nel modello. In generale:

- Energia più bassa (più negativa): indica una soluzione migliore, che soddisfa meglio i vincoli e ottimizza gli obiettivi definiti nel problema. È associata a meno conflitti e a un'allocazione più efficiente delle risorse.
- Energia più alta (meno negativa): indica una soluzione meno ottimale, con più violazioni dei vincoli o una minore efficienza nell'allocazione delle risorse.

Come riportato di seguito nella Fig. 2, abbiamo i contributi all'energia totale del modello QUBO:

1. *Conflict Avoidance* (-1.5): energia risparmiata grazie all'eliminazione di conflitti tra treni sulle stesse tratte.
2. *Energy Optimization* (-1.5): energia risparmiata grazie all'ottimizzazione dei percorsi e del consumo complessivo.

Questi due contributi si sommano per ottenere il valore totale di energia ottimizzata pari a -3. Questo grafico aiuta a comprendere come le diverse parti della funzione obiettivo contribuiscono all'efficienza complessiva del sistema.

2) Perché si ottengono energie diverse?

Ci sono diverse ragioni per cui si ottengono valori di energia differenti in successive esecuzioni:

1) What does energy mean in QUBO?

Energy in a QUBO model represents the "cost" or "quality" of a solution with respect to the constraint and goal optimization defined in the model. Generally:

- *Lower (more negative) energy*: indicates a better solution, which better satisfies the constraints and optimizes the goals defined in the problem. It is associated with fewer conflicts and more efficient resource allocation.
- *Higher energy (less negative)*: indicates a less optimal solution, with more constraint violations or lower efficiency in resource allocation.

As shown below in Fig. 2, we have the total energy contributions of the QUBO model:

1. *Conflict Avoidance* (-1.5): energy saved thanks to the elimination of conflicts between trains on the same routes.
2. *Energy Optimization* (-1.5): energy saved thanks to the optimization of routes and overall consumption.

These two contributions add up to obtain the total value of optimized energy equal to -3. This chart helps you understand how the different parts of the goal function contribute to the overall efficiency of the system.

2) Why do you get different energies?

There are several reasons why different energy values are obtained in subsequent executions:

- *Intrinsic variability of the Quantum Annealer*: quantum annealers such as those of D-Wave do not always guarantee to find the absolute optimal solution. Due to the stochastic characteristics of the annealing process, it is possible that different executions of the model give different solutions, with slightly different energies.

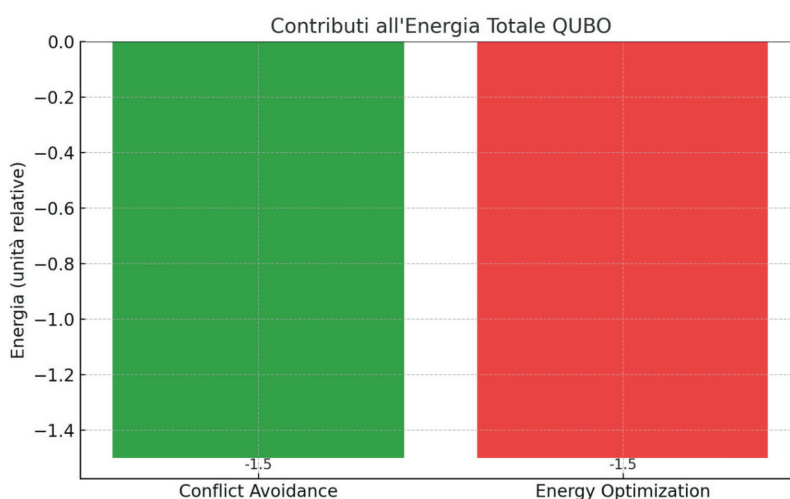


Figura 2 - Risparmio energetico QUBO al valore totale: conflitti (-1,5), energia (-1,5).

Figure 2 - QUBO energy savings at total value: conflicts (-1.5), energy (-1.5).

- Variabilità intrinseca del *Quantum Annealer*: i quantum annealer come quelli di D-Wave non garantiscono sempre di trovare la soluzione ottimale assoluta. A causa delle caratteristiche stocastiche del processo di annealing, è possibile che diverse esecuzioni del modello diano soluzioni diverse, con energie leggermente diverse.
- Diversi minimi locali: Il problema QUBO può avere più minimi locali, cioè configurazioni che sono ottimali a livello locale ma non necessariamente la soluzione globale ottimale. In diverse esecuzioni, l'algoritmo può "cadere" in diversi minimi locali, risultando in energie diverse.
- Numero d'iterazioni e parametri di campionamento: Il numero di iterazioni (num_reads) e altri parametri di campionamento possono influenzare la qualità delle soluzioni trovate. Più iterazioni possono aumentare le probabilità di trovare una soluzione con un'energia più bassa.

3) Come interpretare i valori di energia?

- Energia -1.0: Questa soluzione potrebbe indicare una configurazione con più conflitti o una gestione meno efficiente delle risorse.
- Energia -2.0: Questa soluzione è migliore rispetto a -1.0, suggerendo che il modello ha trovato un modo per ridurre i conflitti e ottimizzare l'allocazione delle risorse in modo più efficace.
- Energia -3.0: Questa è la migliore tra le soluzioni trovate, con meno conflitti e un'ottimizzazione più efficiente rispetto alle altre due.
- Energia decrescente: L'energia decrescente tra le varie esecuzioni (-1.0, -2.0, -3.0), l'andamento riportato in Fig. 3, indica che in ciascuna esecuzione il quantum annealer ha trovato soluzioni sempre più ottimizzate.
- Stabilità del risultato: Per garantire stabilità nei risultati, si potrebbe considerare di eseguire il modello diverse volte e selezionare la soluzione con l'energia più bassa o di mediare i risultati.
- Possibili miglioramenti: per ottenere risultati più consistenti, si potrebbe provare a ottimizzare ulteriormente i parametri di campionamento o riformulare leggermente il problema per ridurre la complessità dei vincoli.

Questo comportamento è comune nei problemi di ottimizzazione basati su quantum annealing, dove la natura probabilistica del processo porta a soluzioni che possono variare tra esecuzioni diverse.

La soluzione ottimale ottenuta dal modello QUBO per la pianificazione dei treni evidenzia diversi aspetti importanti, che meritano di essere analizzati per valutare l'efficacia del modello e le sue potenziali applicazioni nel contesto ferroviario reale.

1) Come distribuire i treni e rispettare i vincoli?

- Assegnazione delle tratte e stazioni: la soluzione mostra come i treni sono distribuiti lungo le varie stazioni e segmenti di binario nel tempo. Le variabili x e y rappresentano rispettivamente la presenza di treni in stazione e su

- *Different local minima: the QUBO problem can have multiple local minima, i.e. configurations that are optimal at the local level but not necessarily the optimal global solution. In different runs, the algorithm can "drop" at different local minimums, resulting in different energies.*

- *Number of iterations and sampling parameters: the number of iterations (num_reads) and other sampling parameters can affect the quality of the solutions found. More iterations can increase the chances of finding a solution with lower energy.*

3) How to interpret energy values?

- *Energy -1.0: this solution could indicate a configuration with more conflicts or less efficient resource management.*
- *Energy -2.0: this solution is better than -1.0, suggesting that the model has found a way to reduce conflicts and optimize resource allocation more effectively.*
- *Energy -3.0: this is the best of the solutions found, with fewer conflicts and more efficient optimization than the other two.*
- *Decreasing energy: the decreasing energy between the various executions (-1.0, -2.0, -3.0), the trend shown in Fig. 3, indicates that in each execution the quantum annealer has found increasingly optimized solutions.*
- *Stability of the result: to ensure stability in the results, you might consider running the model several times and selecting the solution with the lowest energy or averaging the results.*
- *Possible improvements: to get more consistent results, you might want to try further optimizing the sampling parameters or reformulating the problem slightly to reduce the complexity of the constraints.*

This behaviour is common in quantum annealing-based optimization problems, where the probabilistic nature of the process leads to solutions that can vary between different executions.

The optimal solution obtained by the QUBO model for train planning highlights several important aspects, which deserve to be analysed to evaluate the effectiveness of the model and its potential applications in the real railway context.

1) How to distribute trains and respect constraints?

- *Route and Station Assignment: the solution shows how trains are distributed along the various stations and track segments over time. The variables x and y represent the presence of trains at the station and on track segments, respectively. The optimal configuration indicates that the model has found a way to distribute trains in such a way as to avoid conflicts and ensure that there are no more trains than the tracks can handle simultaneously.*
- *Compliance with Capacity Constraints: compliance with*

segmenti di binario. La configurazione ottimale indica che il modello ha trovato un modo per distribuire i treni in modo tale da evitare conflitti e garantire che non ci siano più treni di quanti i binari possano gestire simultaneamente.

- Rispetto dei vincoli di capacità: il rispetto dei vincoli di capacità dei binari è essenziale per evitare congestioni e ritardi. La soluzione ottenuta mostra che il modello è in grado di gestire efficacemente la capacità della rete, ottimizzando l'utilizzo dei segmenti di binario disponibili e delle stazioni.
- 2) Come ottimizzare l'energia e le risorse?
- Minimizzazione dell'Energia: la minimizzazione dell'energia della soluzione QUBO è indicativa di un uso efficiente delle risorse. Una bassa energia della soluzione corrisponde generalmente a una configurazione che rispetta i vincoli imposti, minimizzando al contempo l'uso delle risorse in eccesso, come tempi morti e utilizzo ridondante dei binari.
 - Efficienza Operativa: La configurazione trovata suggerisce che il modello è capace di ottimizzare l'operatività della linea ferroviaria, riducendo potenzialmente i tempi di inattività dei treni e ottimizzando i tempi di percorrenza. Questo potrebbe tradursi in una maggiore puntualità e un migliore sfruttamento delle infrastrutture esistenti.
- 3) Quali Implicazioni per la pianificazione reale?
- Applicabilità del modello: la soluzione ottenuta attraverso il modello QUBO potrebbe essere utilizzata come base per la pianificazione, previa validazione tramite simulazioni o test sul campo. Il modello può essere ulteriormente raffinato per incorporare altri vincoli operativi specifici del contesto reale, come ritardi, necessità di manutenzione o variazioni nei flussi di traffico. In merito a ciò, lo studio della Metro-tramvia di Baltimora [24] è un esempio che l'algoritmo quantistico, eseguito su hardware di *quantum annealing*, anch'esso implementato su piattaforma D-Wave, ha permesso di trovare rapidamente una configurazione ottimale per l'allocazione dei binari, con una minimizzazione dell'energia del sistema QUBO (-8.0). Nel progetto, il calcolo dell'energia serve come misura per capire quanto una soluzione sia efficiente: una minore energia significa minori conflitti tra treni, minori tempi di attesa e un uso ottimale dei binari disponibili.
 - Flessibilità e adattabilità: il modello QUBO offre una struttura flessibile che può essere adattata per incorporare nuovi vincoli o obiettivi, come l'ottimizzazione per i costi operativi o la minimizzazione delle emissioni. Que-

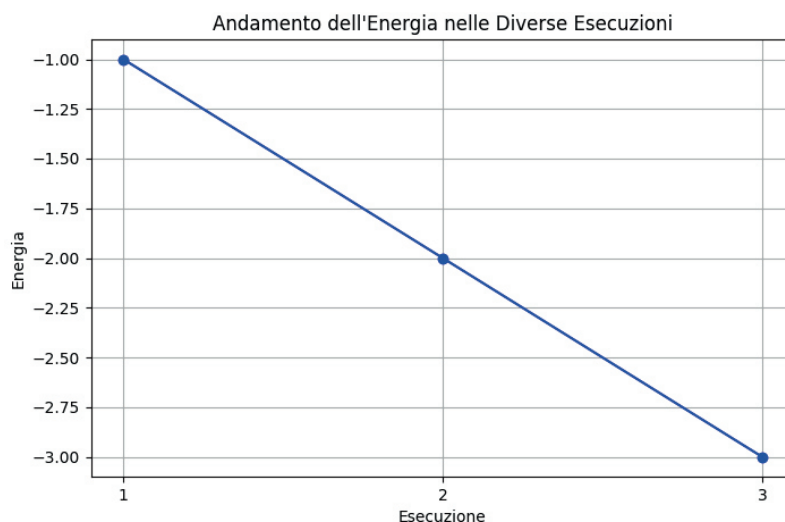


Figura 3 - Andamento energetico nelle diverse esecuzioni.

Figure 3 - Energy trends in the different versions.

track capacity constraints is essential to avoid congestion and delays. The resulting solution shows that the model can effectively manage the capacity of the network, optimizing the utilization of available track segments and stations.

2) How to optimize energy and resources?

- *Energy Minimization:* the energy minimization of the QUBO solution is indicative of efficient use of resources. A low energy of the solution generally corresponds to a configuration that respects the constraints imposed, while minimizing the use of excess resources, such as downtime and redundant track usage.
- *Operational Efficiency:* the configuration found suggests that the model is capable of optimizing the operation of the railway line, potentially reducing train downtime and optimizing travel times. This could translate into greater punctuality and better use of existing infrastructure.

3) What Implications for real planning?

- *Applicability of the model:* the solution obtained through the QUBO model could be used as a basis for planning, after validation through simulations or field tests. The model can be further refined to incorporate other operational constraints specific to the real-world context, such as delays, maintenance needs, or changes in traffic flows. In this regard, the study of the Baltimore Metro-tramway [24] is an example that the quantum algorithm, performed on quantum annealing hardware, also implemented on the D-Wave platform, has made it possible to quickly find an optimal configuration for the allocation of the tracks, with a minimization of the energy of the QUBO system (-8.0). In the project, the energy calculation serves as a measure to understand

sta flessibilità è cruciale per rispondere a cambiamenti nelle condizioni operative o nelle priorità aziendali.

4) Potenziali miglioramenti e sviluppi?

- **Integrazione con Sistemi di Gestione:** una potenziale direzione futura potrebbe essere l'integrazione di questo modello con sistemi di gestione della rete ferroviaria in tempo reale, per adattare dinamicamente la pianificazione in risposta a eventi imprevisti.
- **Ulteriori Ottimizzazioni:** esplorare ulteriori ottimizzazioni potrebbe includere l'introduzione di nuovi criteri di ottimizzazione, come la minimizzazione dei tempi di cambio tra treni, l'integrazione delle esigenze dei passeggeri o la gestione delle risorse di manutenzione.

5. Confronto con OpenTrack

Il confronto tra i risultati, riportato nella Tab. 1, utilizzando Open Track, un software di simulazione ferroviaria dinamica, e quelli utilizzando il quantum annealer D-Wave (modello QUBO) può fornire una visione approfondita dei punti di forza e delle limitazioni di ciascun approccio.

5.1. Approccio e scopo

- **Open Track:** Open Track è un software di simulazione dettagliata che modella il traffico ferroviario in modo dinamico, tenendo conto di variabili come la velocità dei treni, le distanze di frenata, i segnali, e i tempi di percorrenza. Viene utilizzato per simulare scenari operativi realistici e per ottimizzare la pianificazione ferroviaria attraverso simulazioni *what-if*. Il suo scopo principale è quello di riprodurre il comportamento reale del sistema ferroviario per supportare la pianificazione tattica e strategica.
- **D-Wave (Modello QUBO):** il modello QUBO risolto tramite quantum annealing è progettato per risolvere problemi di ottimizzazione complessi, come la pianificazione dei treni, minimizzando i conflitti e ottimizzando l'uso delle risorse. D-Wave utilizza il calcolo quantistico per esplorare rapidamente lo spazio delle soluzioni, trovando configurazioni ottimali o quasi ottimali che rispettano i vincoli imposti.

5.2. Risultati principali

- **Open Track**
 - **Precisione e Realismo:** Open Track offre una simulazione altamente dettagliata, che riflette fedelmente le operazioni ferroviarie reali. I risultati sono generalmente molto precisi e considerano una vasta gamma di variabili operative, come i ritardi dovuti al traffico, i tempi di accelerazione e decelerazione, e le interazioni tra i treni.
 - **Tempo di Calcolo:** la precisione di Open Track comporta un costo in termini di tempo di calcolo. Le simulazioni dettagliate richiedono un'elaborazione si-

how efficient a solution is: less energy means less conflict between trains, less waiting time and optimal use of the available tracks.

- ***Flexibility and adaptability:** the QUBO model offers a flexible structure that can be adapted to incorporate new constraints or goals, such as optimizing for operating costs or minimizing emissions. This flexibility is crucial to respond to changes in operating conditions or business priorities.*

4) Potential improvements and developments?

- ***Integration with Management Systems:** a potential future direction could be the integration of this model with real-time rail network management systems, to dynamically adapt planning in response to unforeseen events.*
- ***Further Optimizations:** exploring further optimizations could include the introduction of new optimization criteria, such as minimizing change times between trains, integrating passenger needs, or managing maintenance resources.*

5. OpenTrack Comparison

Comparing the results, shown in Tab. 1, using Open Track, a dynamic railway simulation software, and those using the D-Wave quantum annealer (QUBO model) can provide an in-depth view of the strengths and limitations of each approach.

5.1. Approach and purpose

- ***Open Track:** Open Track is a detailed simulation software that models rail traffic dynamically, considering variables such as train speeds, braking distances, signals, and travel times. It is used to simulate realistic operating scenarios and to optimize rail planning through what-if simulations. Its main purpose is to reproduce the real behaviour of the railway system to support tactical and strategic planning.*
- ***D-Wave (QUBO Model):** the QUBO model solved by quantum annealing is designed to solve complex optimization problems, such as train scheduling, minimizing conflicts and optimizing the use of resources. D-Wave uses quantum computing to quickly explore the solution space, finding optimal or near-optimal configurations that meet the constraints imposed.*

5.2. Main findings

- ***Open Track***
 - ***Precision and Realism:** Open Track offers a highly detailed simulation, which faithfully reflects real railway operations. The results are generally very precise and consider a wide range of operational variables, such as traffic delays, acceleration and deceleration times, and interactions between trains.*

Tabella 1 - Table 1

Confronto Open Track e D-Wave
Open Track and D-Wave comparison

Criterio di Confronto <i>Comparison</i>	Open Track	D-Wave (Modello QUBO) <i>D-Wave (QUBO model)</i>
Approccio <i>Approach</i>	Simulazione dinamica e dettagliata del traffico ferroviario <i>Dynamic and detailed simulation of rail traffic</i>	Ottimizzazione basata su quantum annealing <i>Optimization based on quantum annealing</i>
Tempo di Calcolo <i>Calculation Time</i>	Alto, specialmente per scenari complessi <i>High, especially for complex scenarios</i>	Basso, tempi di risoluzione rapidi anche per problemi complessi <i>Low, fast resolution times even for complex problems</i>
Precisione dei Risultati <i>Accuracy of Results</i>	Alta, con simulazioni dettagliate che riflettono il comportamento reale <i>High, with detailed simulations that reflect real-world behaviour</i>	Moderata, dipende dalla qualità della formulazione del problema QUBO <i>Moderate, depends on the quality of the QUBO problem formulation</i>
Robustezza <i>Robustness</i>	Elevata, i risultati sono altamente affidabili e ripetibili <i>High, results are highly reliable and repeatable</i>	Buona, ma dipendente dalla tecnologia quantistica disponibile <i>Good, but dependent on available quantum technology</i>
Flessibilità <i>Flexibility</i>	Alta, permette simulazioni di diversi scenari operativi <i>High, allows simulations of different operating scenarios</i>	Limitata, richiede una specifica formulazione del problema <i>Limited, requires specific formulation of the problem</i>
Utilizzo delle Risorse <i>Resource Usage</i>	Simula l'uso realistico delle risorse, con dettagli su tempi di percorrenza, segnalazioni, ecc. <i>Simulate realistic use of resources, with details on travel times, reports, etc.</i>	Ottimizza l'allocazione delle risorse riducendo conflitti e migliorando l'efficienza operativa <i>Optimize resource allocation by reducing conflicts and improving operational efficiency</i>
Energia della Soluzione <i>Solution Energy</i>	Non applicabile (simulazione realistica, non ottimizzazione diretta) <i>Not applicable (realistic simulation, not direct optimization)</i>	-3.0 (minimizzazione dei conflitti e ottimizzazione delle assegnazioni) <i>-3.0 (minimization of conflicts and optimization of assignments)</i>
Scalabilità <i>Scalability</i>	Scalabile, ma il tempo di calcolo aumenta in modo significativo con la complessità <i>Scalable, but compute time increases significantly with complexity</i>	Scalabile, mantiene tempi di calcolo rapidi anche con un aumento della complessità del problema <i>Scalable, maintains fast calculation times even with an increase in problem complexity</i>
Applicabilità <i>Applicability</i>	Ampiamente utilizzato per pianificazione operativa e strategica a lungo termine <i>Widely used for long-term operational and strategic planning</i>	Potenziale elevato per ottimizzazione rapida, ma ancora emergente per l'uso industriale quotidiano <i>High potential for rapid optimization, but still emerging for everyday industrial use</i>
Tecnologia Necessaria <i>Technology Needed</i>	Software tradizionale di simulazione su hardware standard <i>Traditional simulation software on standard hardware</i>	Accesso a un quantum annealer, come D-Wave, con competenze specifiche per la modellazione QUBO <i>Access to a quantum annealer, such as D-Wave, with specific skills for QUBO modelling</i>
Costi <i>Costs</i>	Software con costi di licenza e manutenzione, infrastruttura standard <i>Software with license and maintenance costs, standard infrastructure</i>	Potenzialmente elevati, legati all'accesso e utilizzo della tecnologia quantistica <i>Potentially high, linked to the access and use of quantum technology</i>

gnificativa, specialmente quando si modellano scenari complessi su lunghe tratte ferroviarie.

- Flessibilità: Open Track consente di testare facilmente diverse configurazioni e scenari operativi, offrendo un elevato grado di flessibilità nella pianificazione e nell'ottimizzazione del traffico ferroviario.
- D-Wave (Modello QUBO)
- Efficienza e Rapidità: utilizzando il quantum annealing, D-Wave può esplorare rapidamente un ampio spazio di soluzioni, trovando configurazioni ottimali o quasi ottimali in tempi molto più brevi rispetto ai metodi tradizionali, specialmente in presenza di problemi combinatori complessi.
- Energia della Soluzione: i risultati con D-Wave sono misurati in termini di energia della soluzione, che rappresenta la qualità dell'ottimizzazione.
- Limitazioni Tecnologiche: sebbene D-Wave sia potente, è limitato dall'attuale tecnologia quantistica, che potrebbe non essere ancora completamente matura per l'uso quotidiano su scala industriale.

5.3. Confronto dei risultati

- Precisione vs. velocità:
 - Open Track offre risultati altamente precisi, riflettendo fedelmente le operazioni ferroviarie reali, ma a un costo di tempo di calcolo maggiore.
 - D-Wave fornisce risultati in tempi molto più brevi, grazie alla sua capacità di esplorare rapidamente il vasto spazio delle soluzioni, ma con una precisione che dipende dalla formulazione del problema e dai limiti attuali della tecnologia quantistica.
- Applicabilità operativa:
 - Open Track è altamente utilizzato nell'industria ferroviaria per la simulazione e la pianificazione operativa, essendo uno strumento collaudato con un alto livello di affidabilità.
 - D-Wave rappresenta una tecnologia emergente, più adatta per la ricerca e lo sviluppo in ambiti dove è necessario risolvere problemi di ottimizzazione molto complessi in tempi rapidi, ma non è ancora completamente integrato nei processi operativi quotidiani delle ferrovie.
- Flessibilità e adattabilità:
 - Open Track permette una facile configurazione e adattamento a diversi scenari operativi, grazie alla sua natura di simulazione dettagliata.
 - D-Wave richiede una modellazione più specifica e l'ottimizzazione tramite QUBO, che può essere meno intuitiva da configurare rispetto a un software di simulazione tradizionale.

6. Confronto tra il modello QUBO e i metodi tradizionali per la pianificazione ferroviaria

- *Calculation Time: the accuracy of Open Track comes at a cost in terms of calculation time. Detailed simulations require significant processing, especially when modelling complex scenarios over long rail routes.*
- *Flexibility: Open Track allows you to easily test different configurations and operational scenarios, offering a high degree of flexibility in planning and optimizing rail traffic.*
- *D-Wave (QUBO model)*
- *Efficiency and Speed: using quantum annealing, D-Wave can quickly explore a wide range of solutions, finding optimal or near-optimal configurations in a much shorter time than traditional methods, especially in the presence of complex combinatorial problems.*
- *Solution Energy: results with D-Wave are measured in terms of solution energy, which represents the quality of the optimization.*
- *Technological Limitations: while D-Wave is powerful, it is limited by current quantum technology, which may not yet be fully mature for everyday use on an industrial scale.*

5.3. Comparison of results

- *Accuracy vs. speed:*
 - *Open Track delivers highly accurate results, faithfully reflecting real-world rail operations, but at a higher cost of computational time.*
 - *D-Wave delivers results in a much shorter time, thanks to its ability to quickly explore the vast space of solutions, but with a precision that depends on the formulation of the problem and the current limitations of quantum technology.*
- *Operational applicability:*
 - *Open Track is highly used in the railway industry for simulation and operational planning, being a proven tool with a high level of reliability.*
 - *D-Wave represents an emerging technology, more suitable for research and development in areas where very complex optimization problems need to be solved quickly, but is not yet fully integrated into the daily operational processes of railways.*
- *Flexibility and adaptability:*
 - *Open Track allows for easy configuration and adaptation to different operational scenarios, thanks to its detailed simulation nature.*
 - *D-Wave requires more specific modelling and optimization via QUBO, which can be less intuitive to set up than traditional simulation software.*

6. Comparison between the QUBO model and traditional methods for railway planning

6.1. Approccio di modellazione

- Modello QUBO
- Il *Quantum Unconstrained Binary Optimization* (QUBO) è un modello matematico usato per risolvere problemi combinatori ottimizzando una funzione obiettivo con vincoli tradotti in termini di energia.
- La formulazione QUBO permette di tradurre il problema di pianificazione ferroviaria in un insieme di variabili binarie, utilizzando soluzioni come i quantum annealer o i computer adiabatici per trovare la configurazione ottimale.
- Metodi tradizionali
- I metodi tradizionali includono tecniche come la programmazione lineare (LP), la programmazione lineare intera (ILP), e approcci euristici o metaeuristici come gli algoritmi genetici e la ricerca tabù.
- Questi metodi richiedono solitamente la formulazione del problema in termini di equazioni lineari o sistemi di equazioni vincolati. Il calcolo della soluzione ottimale avviene attraverso tecniche di ottimizzazione classiche, che possono essere computazionalmente intensive per problemi di grande scala.

6.2. Capacità di gestione della complessità

- Modello QUBO
- Il modello QUBO è particolarmente adatto a problemi con una grande quantità di variabili e vincoli interconnessi. Grazie alla sua struttura binaria, riesce a gestire la complessità elevata del problema di pianificazione ferroviaria in modo naturale.
- È progettato per sfruttare la potenza computazionale di hardware quantistico, che può offrire una velocità di risoluzione superiore rispetto ai metodi tradizionali in alcuni casi.
- Metodi tradizionali
- I metodi tradizionali possono gestire la complessità ma spesso richiedono approcci euristici o approssimativi per problemi di dimensioni maggiori, riducendo così la precisione della soluzione.
- La scalabilità è un problema significativo, poiché con l'aumentare del numero di treni, stazioni e binari, la quantità di calcolo richiesto cresce esponenzialmente.

6.3. Tempo di calcolo ed efficienza computazionale

- Modello QUBO
- Utilizzando *quantum annealers*, il modello QUBO può risolvere problemi complessi in tempi relativamente brevi, soprattutto per configurazioni di problemi che si adattano bene all'hardware quantistico.
- Tuttavia, l'attuale tecnologia quantistica è ancora in fase

6.1. Modelling Approach

- *QUBO Model*
- *Quantum Unconstrained Binary Optimization (QUBO) is a mathematical model used to solve combinatorial problems by optimizing an objective function with constraints translated into energy constraints.*
- *The QUBO formulation allows the railway planning problem to be translated into a set of binary variables, using solutions such as quantum annealers or adiabatic computers to find the optimal configuration.*
- *Traditional methods*
- *Traditional methods include techniques such as linear programming (LP), integer linear programming (ILP), and heuristic or metaheuristic approaches such as genetic algorithms and Tabu Search.*
- *These methods usually require the problem to be formulated in terms of linear equations or constrained systems of equations. The calculation of the optimal solution is done through classical optimization techniques, which can be computationally intensive for large-scale problems.*

6.2. Complexity Management Skills

- *QUBO Model*
- *The QUBO model is particularly suitable for problems with a large number of interconnected variables and constraints. Thanks to its binary structure, it can handle the high complexity of the railway planning problem in a natural way.*
- *It is designed to take advantage of the computational power of quantum hardware, which can offer a higher resolution speed than traditional methods in some cases.*
- *Traditional methods*
- *Traditional methods can handle complexity but often require heuristic or approximate approaches for larger problems, thus reducing the accuracy of the solution.*
- *Scalability is a significant issue, as the number of trains, stations, and platforms increases, the amount of computation required grows exponentially.*

6.3. Computational Time and Computational Efficiency

- *QUBO Model*
- *Using quantum annealers, the QUBO model can solve complex problems relatively quickly, especially for problem configurations that are well suited to quantum hardware.*
- *However, current quantum technology is still under development, and its efficiency compared to traditional methods depends on the type of problem and size.*

di sviluppo, e la sua efficienza rispetto ai metodi tradizionali dipende dal tipo di problema e dalla dimensione.

- Metodi tradizionali
- I metodi tradizionali possono richiedere tempi di calcolo molto lunghi per problemi di grande scala, specialmente quando si utilizzano metodi esatti come l'ILP.
- L'uso di euristiche può ridurre i tempi di calcolo, ma spesso al costo di soluzioni subottimali.

6.4. Robustezza e flessibilità

- Modello QUBO
- Il QUBO è estremamente flessibile e può essere facilmente adattato per incorporare nuovi vincoli o modifiche nelle priorità di ottimizzazione. La robustezza del modello dipende dalla qualità della formulazione QUBO e dalla capacità dell'hardware utilizzato.
- Metodi tradizionali
- I metodi tradizionali offrono robustezza attraverso metodi consolidati, con anni di sviluppo e affinamento. Tuttavia, possono essere meno flessibili quando si tratta di adattare il modello a nuove condizioni o requisiti, spesso richiedendo una riformulazione significativa del problema.

6.5. Applicabilità nel mondo reale

- Modello QUBO
- Il modello QUBO rappresenta una frontiera avanzata nell'ottimizzazione, con un potenziale elevato per applicazioni future. Tuttavia, l'adozione diffusa nel mondo reale è ancora limitata dalla disponibilità di hardware quantistico adeguato e dalla necessità di specialisti per formulare e interpretare il modello.
- Metodi tradizionali
- I metodi tradizionali sono ampiamente utilizzati e accettati nel mondo reale, con molteplici implementazioni software disponibili e personale qualificato per gestirli. Sono spesso la prima scelta per le operazioni quotidiane, data la loro affidabilità e l'accesso immediato alle soluzioni.

Il confronto è riportato, per sintesi, nella seguente Tab. 2:

7. Conclusioni

In conclusione, l'integrazione del modello QUBO con il calcolo quantistico rappresenta una svolta rilevante nella risoluzione di problemi di ottimizzazione combinatoria complessi. Grazie alla sua capacità di tradurre problemi articolati in una formulazione matematica rigorosa, il modello QUBO consente di rappresentare efficacemente vincoli e obiettivi che caratterizzano molte applicazioni reali, come la gestione del traffico ferroviario. Questo approccio si distingue per la sua capacità di operare su un ampio spazio di soluzioni, identificando rapidamente quelle ottimali attraverso l'utilizzo del quantum annealing. Dal punto di vista computazionale, il quantum annealing offre un vantaggio

- *Traditional methods*
- *Traditional methods can take a very long time to calculate for large-scale problems, especially when using exact methods such as ILP.*
- *The use of heuristics can reduce computational time, but often at the cost of suboptimal solutions.*

6.4. Robustness and flexibility

- *QUBO Model*
- *The QUBO is extremely flexible and can be easily adapted to incorporate new constraints or changes in optimization priorities. The robustness of the model depends on the quality of the QUBO formulation and the capacity of the hardware used.*
- *Traditional methods*
- *Traditional methods offer robustness through established methods, with years of development and refinement. However, they can be less flexible when it comes to adapting the model to new conditions or requirements, often requiring a significant reformulation of the problem.*

6.5. Real-World Applicability

- *QUBO Model*
- *The QUBO model represents an advanced frontier in optimization, with high potential for future applications. However, widespread adoption in the real world is still limited by the availability of adequate quantum hardware and the need for specialists to formulate and interpret the model.*
- *Traditional methods*
- *Traditional methods are widely used and accepted in the real world, with multiple software implementations available and trained personnel to handle them. They are often the first choice for day-to-day operations, given their reliability and immediate access to solutions.*

The comparison is summarized in Table 2 below:

7. Conclusion

In conclusion, the integration of the QUBO model with quantum computing represents a significant breakthrough in solving complex combinatorial optimization problems. Thanks to its ability to translate complex problems into a rigorous mathematical formulation, the QUBO model allows you to effectively represent constraints and objectives that characterize many real-world applications, such as rail traffic management. This approach stands out for its ability to operate on a wide space of solutions, quickly identifying the optimal ones using quantum annealing. From a computational point of view, quantum annealing

Tabella 2 - Table 2

Confronto Modello Qubo e metodi lineari per la pianificazione ferroviaria
Comparison of Qubo Model and Linear Methods for Railway Planning

Caratteristica <i>Characteristic</i>	Modello QUBO	Programmazione Lineare/ Intera (LP/ILP)	Euristiche/Metaeuristiche
Modellazione <i>Modelling</i>	Modello binario per l'ottimizzazione senza vincoli espliciti <i>Binary model for optimization without explicit constraints</i>	Formulazione in equazioni lineari con vincoli <i>Formulation in linear equations with constraints</i>	Utilizzo di regole empiriche e metodi approssimativi <i>Use of rules of thumb and approximate methods</i>
Gestione della Complessità <i>Complexity Management</i>	Elevata capacità di gestione della complessità con molte variabili e vincoli <i>High complexity management capacity with many variables and constraints</i>	Buona gestione della complessità, ma con limiti di scalabilità <i>Good complexity management, but with scalability limitations</i>	Può gestire grandi complessità ma con soluzioni approssimative <i>Can handle large complexities but with rough solutions</i>
Tempo di Calcolo <i>Calculation Time</i>	Potenzialmente più rapido su hardware quantistico per problemi grandi <i>Potentially faster on quantum hardware for large problems</i>	Tempi di calcolo elevati per problemi complessi e di grande scala <i>High computational times for large-scale and complex problems</i>	Tempi di calcolo ridotti ma con soluzioni meno precise <i>Reduced calculation times but with less precise solutions</i>
Efficienza Computazionale <i>Computational efficiency</i>	Elevata su problemi ben strutturati per quantum annealer <i>High on well-structured problems for quantum annealer</i>	Elevata efficienza su problemi di piccola e media scala <i>High efficiency on small and medium-scale problems</i>	Variabile, dipende dall'algoritmo euristico utilizzato <i>Variable, depends on the heuristic algorithm used</i>
Robustezza <i>Robustness</i>	Dipende dalla formulazione e dal quantum annealer utilizzato <i>It depends on the formulation and the quantum annealer used</i>	Molto robusto e ben consolidato <i>Very robust and well established</i>	Dipende dall'algoritmo e dai parametri impostati <i>It depends on the algorithm and the parameters you set</i>
Flessibilità <i>Flexibility</i>	Alta flessibilità per adattarsi a nuovi vincoli e obiettivi <i>High flexibility to adapt to new constraints and goals</i>	Moderata, richiede riformulazioni per nuove condizioni <i>Moderate, requires reformulation for new conditions</i>	Alta flessibilità, facilmente adattabile <i>High flexibility, easily adaptable</i>
Applicabilità nel Mondo Reale <i>Real-World Applicability</i>	Ancora in fase di sviluppo, applicazioni limitate <i>Still in development, limited applications</i>	Ampiamente utilizzato e accettato <i>Widely used and accepted</i>	Utilizzato in casi dove la precisione non è critica <i>Used in cases where accuracy is not critical</i>
Disponibilità di Strumenti <i>Availability of Tools</i>	Limitata, richiede accesso a hardware quantistico <i>Limited, requires access to quantum hardware</i>	Ampia disponibilità di software e strumenti <i>Wide availability of software and tools</i>	Ampia disponibilità e implementazione semplice <i>Wide availability and easy implementation</i>
Precisione della Soluzione <i>Solution Accuracy</i>	Soluzioni potenzialmente ottimali <i>Potentially optimal solutions</i>	Soluzioni ottimali o quasi ottimali <i>Optimal or near-optimal solutions</i>	Soluzioni approssimative <i>Approximate solutions</i>
Necessità di Competenze Specialistiche <i>Need for Specialized Skills</i>	Richiede competenze in calcolo quantistico e formulazione QUBO <i>Requires skills in quantum computing and QUBO formulation</i>	Richiede conoscenze avanzate in programmazione lineare <i>Requires advanced knowledge in linear programming</i>	Richiede conoscenze di base e comprensione degli algoritmi euristici <i>Requires basic knowledge and understanding of heuristic algorithms</i>

strategico rispetto ai metodi tradizionali grazie alla sua capacità di esplorare simultaneamente molte configurazioni delle variabili binarie. Questo meccanismo consente di individuare configurazioni a energia minima, ovvero le soluzioni ottimali del problema, in tempi significativamente ridotti rispetto agli algoritmi classici. Ciò risulta particolarmente vantaggioso per problemi caratterizzati da grande

offers a strategic advantage over traditional methods due to its ability to simultaneously explore many configurations of binary variables. This mechanism makes it possible to identify minimum energy configurations, i.e. the optimal solutions to the problem, in significantly less time than classical algorithms. This is particularly advantageous for problems characterized by great complexity, where the ex-

complessità, dove la crescita esponenziale dello spazio delle soluzioni rende impraticabili approcci tradizionali. Un aspetto nodale è rappresentato dall'efficienza energetica del calcolo quantistico. A differenza dei metodi classici, il quantum annealing riduce il consumo energetico necessario per il calcolo, ponendosi come una soluzione sostenibile per affrontare problemi su larga scala. Questo è particolarmente rilevante nel contesto di infrastrutture critiche come quelle ferroviarie, dove l'ottimizzazione dell'utilizzo delle risorse e la minimizzazione dei conflitti operativi possono generare benefici economici e ambientali significativi.

L'adozione del modello QUBO, integrato con il calcolo quantistico, non si limita tuttavia a migliorare l'efficienza operativa. Essa pone le basi per un cambiamento paradigmatico nella risoluzione di problemi complessi, offrendo una struttura scalabile che può essere estesa a domini applicativi sempre più ampi. Man mano che le tecnologie quantistiche progrediscono è ragionevole aspettarsi una crescente capacità di affrontare problemi ancora più complessi, consentendo non solo di rispondere in modo efficace alle sfide attuali, ma anche di anticipare e gestire quelle future.

In definitiva, il connubio tra il formalismo QUBO e il calcolo quantistico costituisce una frontiera promettente per la modellazione e l'ottimizzazione di sistemi complessi. Questo approccio non solo permette di superare le limitazioni intrinseche dei metodi classici, ma apre nuove prospettive per una gestione delle risorse più efficiente, sostenibile e orientata all'innovazione. In questo contesto, il calcolo quantistico si configura come una tecnologia abilitante, destinata a rivoluzionare la risoluzione di problemi combinatori in una vasta gamma di ambiti scientifici e industriali.

8. Appendice

```
import dimod
import json
from dwave.system import DWaveSampler, EmbeddingComposite

# Parametri di esempio
n_treni = 5 # Numero di treni
n_stazioni = 3 # Numero di stazioni
n_segmenti = 4 # Numero di segmenti tra stazioni

# Costi/Penalità per la funzione obiettivo (esempio ipotetico)
C = {(i, j): 1 for i in range(n_treni) for j in range(n_stazioni)}
D = {(i, k): 1 for i in range(n_treni) for k in range(n_segmenti)}

# Creazione di un modello QUBO vuoto
Q = dimod.BinaryQuadraticModel({}, {}, 0, dimod.BINARY)

# Aggiunta della funzione obiettivo al QUBO
for i in range(n_treni):
    for j in range(n_stazioni):
        Q.add_variable(f'x_{i}_{j}', C[(i, j)])
    for k in range(n_segmenti):
        Q.add_variable(f'y_{i}_{k}', D[(i, k)])

# Vincoli di capacità dei binari
for j in range(n_stazioni):
    for i1 in range(n_treni):
        for i2 in range(i1 + 1, n_treni):
            Q.add_interaction(f'x_{i1}_{j}', f'x_{i2}_{j}', 1)

# Vincolo di continuità del percorso
for i in range(n_treni):
    for k in range(n_segmenti - 1):
        Q.add_interaction(f'y_{i}_{k}', f'y_{i}_{k+1}', -1)
```

ponential growth of the solution space makes traditional approaches impractical. A key aspect is the energy efficiency of quantum computing. Unlike classical methods, quantum annealing reduces the energy consumption required for computation, making it a sustainable solution to tackle large-scale problems. This is particularly relevant in the context of critical infrastructures such as railways, where optimizing resource utilization and minimizing operational conflicts can generate significant economic and environmental benefits.

However, the adoption of the QUBO model, integrated with quantum computing, is not limited to improving operational efficiency. It lays the foundations for a paradigm shift in the resolution of complex problems, offering a scalable structure that can be extended to increasingly wide application domains. As quantum technologies progress, it is reasonable to expect an increasing ability to tackle even more complex problems, allowing them not only to respond effectively to current challenges, but also to anticipate and manage future ones.

Ultimately, the combination of QUBO formalism and quantum computing represents a promising frontier for the modelling and optimization of complex systems. This approach not only overcomes the inherent limitations of classical methods, but also opens new perspectives for more efficient, sustainable and innovation-oriented resource management. In this context, quantum computing is configured as an enabling technology, destined to revolutionize the resolution of combinatorial problems in a wide range of scientific and industrial fields.

8. Appendix

```
import dimod
import json
from dwave.system import DWaveSampler, EmbeddingComposite

# Example parameters
n_trains = 5 # Number of trains
n_stations = 3 # Number of stations
n_segments = 4 # Number of track segments between stations

# Costs/Penalties for the objective function (hypothetical example)
C = {(i, j): 1 for i in range(n_trains) for j in range(n_stations)}
D = {(i, k): 1 for i in range(n_trains) for k in range(n_segments)}

# Create an empty QUBO model
Q = dimod.BinaryQuadraticModel({}, {}, 0, dimod.BINARY)

# Adding the objective function to the QUBO
for i in range(n_trains):
    for j in range(n_stations):
        Q.add_variable(f'x_{i}_{j}', C[(i, j)])
    for k in range(n_segments):
        Q.add_variable(f'y_{i}_{k}', D[(i, k)])

# Track capacity constraints
for j in range(n_stations):
    for i1 in range(n_trains):
        for i2 in range(i1 + 1, n_trains):
            Q.add_interaction(f'x_{i1}_{j}', f'x_{i2}_{j}', 1)

# Path continuity constraint
for i in range(n_trains):
    for k in range(n_segments - 1):
        Q.add_interaction(f'y_{i}_{k}', f'y_{i}_{k+1}', -1)
```

```
# Vincolo di partenza e arrivo
for i in range(n_treni):
    Q.add_linear_equality_constraint(
        [(f'x_{i}_{j}', 1) for j in range(n_stazioni)],
        constant=-1,
        lagrange_multiplier=10
    )

# Vincoli di precedenza e sincronizzazione
t_min = 1 # Esempio di tempo minimo tra segmenti
for i in range(n_treni):
    for k in range(n_segmenti - 1):
        Q.add_interaction(f'y_{i}_{k+1}', f'y_{i}_{k}', -t_min)

# Leggi il token API da un file JSON
with open('config.json') as config_file:
    config = json.load(config_file)
    api_token = config['DWAWE_API_TOKEN']

# Creazione del campionatore quantistico
sampler = EmbeddingComposite(DWaveSampler(token=api_token))

# Risoluzione del problema QUBO usando D-Wave
response = sampler.sample(Q, num_reads=100)

# Estrazione della soluzione ottimale
best_solution = response.first.sample
print("Soluzione ottimale:", best_solution)
print("Energia della soluzione:", response.first.energy)

# Departure and arrival constraints
for i in range(n_trains):
    Q.add_linear_equality_constraint(
        [(f'x_{i}_{j}', 1) for j in range(n_stations)],
        constant=-1,
        lagrange_multiplier=10
    )

# Precedence and synchronization constraints
t_min = 1 # Example of minimum time between segments
for i in range(n_trains):
    for k in range(n_segments - 1):
        Q.add_interaction(f'y_{i}_{k+1}', f'y_{i}_{k}', -t_min)

# Read the API token from a JSON file
with open('config.json') as config_file:
    config = json.load(config_file)
    api_token = config['DWAWE_API_TOKEN']

# Create the quantum sampler
sampler = EmbeddingComposite(DWaveSampler(token=api_token))

# Solve the QUBO problem using D-Wave
response = sampler.sample(Q, num_reads=100)

# Extract the optimal solution
best_solution = response.first.sample
print("Optimal solution:", best_solution)
print("Solution energy:", response.first.energy)
```

BIBLIOGRAFIA – REFERENCES

- [1] K.DOMINO, M. KONIORCZYK, K. KRAWIEC, K. JAŁOWIECKI, S. DEFFNER, B. GARDAS (2023), “Quantum Annealing in the NISQ Era: Railway Conflict Management” MDPI. https://www.researchgate.net/publication/367256188_Quantum_Annealing_in_the_NISQ_Era_Railway_Conflict_Management
- [2] TechHQ (2021), “Quantum algorithms, IIoT sensors on the fast track to improving railway systems” TechHQ. <https://techhq.com/2021/11/quantum-algorithms-iiot-sensors-on-the-fast-track-to-improving-railway-systems/>.
- [3] IBM, “Quantum Computing”. <https://www.ibm.com/it-it/topics/quantum-computing>
- [4] C.D.B. BENTLEY, S. MARSH, A.R.R. CARVALHO, P. KILBY, M.J. BIERCUK (2022), “Quantum computing for transport optimization”. <https://arxiv.org/pdf/2206.07313>
- [5] K. DOMINO, M. KONIORCZYK, K. KRAWIEC, K. JAŁOWIECKI, B. GARDAS, (2021), “Quantum computing approach to railway dispatching and conflict management optimization on single-track railway lines”. March 31. <https://arxiv.org/pdf/2010.08227.pdf>
- [6] D-Wave. “Quantum Annealing”. https://docs.dwavesys.com/docs/latest/c_gs_2.html
- [7] T. DIANSYAH TAMBUNAN, A. BAYU SUKSMONO, I. JOSEPH MATHEUS EDWARD, R. MULYAWAN (2022), “Quantum Annealing for Vehicle Routing Problem with weighted Segment”. <https://arxiv.org/pdf/2203.13469.pdf>
- [8] M. BOROWSKI, P. GORAL, K. KARNAS, M. BŁAJDA, K. KRÓL, A. MATYJASEK, D. BURCZYK, M. SZEWczyk, M. KUTWIN (2020), “New hybrid quantum annealing algorithms for solving Vehicle Routing Problem”. <https://www.iccs-meeting.org/archive/iccs2020/papers/121420522.pdf>
- [9] L. ZHOU, S.T. WANG, S. CHOI, H. PICHLER, M. D. LUKIN (2020), “Quantum Approximate Optimization Algorithm: Performance, Mechanism, and Implementation on Near-Term Devices”. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevX.10.021067>
- [10] Y. YU, C. CAO, C. DEWEY, X.B. WANG, N. SHANNON, R. JOYNT (2022), “Quantum Approximate Optimization Algorithm with Adaptive Fields”. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevResearch.4.023249>
- [11] H.Z. XU, J.H. CHEN, X.C. ZHANG, T.E. LU, T.Z. GAO, K. WEN, Y. MA (2023), “High-speed train timetable optimization based on space–time network model and quantum simulator”. Springer. <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s11128-023-04170-3.pdf>
- [12] M. BERNASCHI, “Da un modello di calcolo tradizionale una soluzione innovativa di problemi “QUBO””. CNR. <https://www.cnr.it/it/news/10452/da-un-modello-di-calcolo-tradizionale-una-soluzione-innovativa-di-problemi-qubo>
- [13] REPLY, “Gestire il traffico ferroviario con QUBO”. <https://www.reply.com/it/quantum-computing/gestire-il-traffico-ferroviario-con-qubo>
- [14] A. LUGARÀ (2018), “La manutenzione predittiva ferroviaria ed il ruolo abilitante dell’“Internet of Things” - The railway predictive maintenance and the enabling role of the “Internet of Things””, Ingegneria Ferroviaria, maggio.

- [15] A. LUGARÀ, D. BRUCIAFREDDO (2019), *“La manutenzione predittiva dei ponti ferroviari attraverso un framework basato sull’Internet of Things. Una proposta di implementazione”* – *“The predictive maintenance of railway bridges through an Internet of Things framework. An implementation proposal”*, Ingegneria Ferroviaria, ottobre.
- [16] S. RICCI, P. ASMARI, (2024), *“Confronto tra i meccanismi di pedaggio e loro impatto sull’uso dell’infrastruttura ferroviaria”* – *“Comparing european track access charge mechanisms and their impact on networks”*, Ingegneria Ferroviaria, giugno.
- [17] U. PETRUCELLI, P. VUONO (2024), *“Il Fondo Nazionale e le politiche del trasporto pubblico locale tra obiettivi di efficienza ed equità”* – *“The National Fund and local public transport policies between efficiency and equity objectives”*, Ingegneria Ferroviaria, febbraio.
- [18] Ö.C. UZGIDIM, S. RICCI (2021), *“Simulation-based Capacity Assessment of Trieste-Udine Railway Line with ERTMS/ETCS”*, Sapienza Università di Roma.
- [19] M. LEUENBERGER, D. LOSS (2001), *“Quantum computing in molecular magnets”*. Nature 410, 789–793. <https://doi.org/10.1038/35071024>
- [20] F. GLOVER, G. KOCHENBERGER, Y. DU (2019), *“Quantum Bridge Analytics I: a tutorial on formulating and using QUBO models”*. 4OR-Q J Oper Res 17, 335–371. <https://doi.org/10.1007/s10288-019-00424-y>
- [21] S. ZBINDEN, A. BÄRTSCHI, H. DJIDJEV, S. EIDENBENZ (2020), *“Embedding Algorithms for Quantum Annealers with Chimera and Pegasus Connection Topologies”*. In: Sadayappan, P., Chamberlain, B.L., Juckeland, G., Ltaief, H. (eds) High Performance Computing. ISC High Performance 2020. Lecture Notes in Computer Science(), vol 12151. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-50743-5_10
- [22] R. PEREIRA DA SILVA (2023), *“Gate-based Quantum Computing: An Overview”*. SSRN Electronic Journal · February.
- [23] V.P. GERDT, A.N. PROKOPENYA (2011), *“The Circuit Model of Quantum Computation and Its Simulation with Mathematica”*. Lecture Notes in Computer Science · January.
- [24] K. DOMINO, E. DOUCET, R. ROBERTSON, B.L. GARDAS, S. DEFFNER (2024), *“On the Baltimore Light RailLink into the quantum future”*, arXiv:2406.11268v1 [quant-ph] 17 Jun.