

## Studio sulla meccanica del binario a scartamento ridotto per velocità fino a 160 km/h (Parte prima)

### *Study on narrow gauge track mechanics for speeding-up to 160 km/h (First part)*

Dott. Ing. Emilio CONLES<sup>(\*)</sup> – Dott. Ing. Margarita NOVALES<sup>(\*\*)</sup>

**Sommario** – Al fine di enunciare le condizioni in cui sarà sviluppato il presente studio, la prima parte di questo articolo inizia, dopo aver trattato alcuni argomenti introduttivi, con la definizione sia delle caratteristiche tecniche di maggior rilievo dei cinque tipi generici di veicoli presi in considerazione sia delle proprietà e delle dimensioni della struttura iniziale del binario. Inoltre, lo studio determina i vincoli d'installazione del binario che devono essere rispettati in termini di sopraelevazione e accelerazione centrifuga non compensata percepita dai passeggeri.

Per quanto concerne la riprogettazione del tracciato, eccessivi spostamenti laterali del binario sono evitati confrontando le forze trasversali prodotte dalla sala montata con la resistenza laterale del binario.

D'altra parte, l'armatura della struttura del binario dipende principalmente dai carichi verticali per ruota, che a loro volta sono influenzati da diversi fattori tra i quali la rigidità del binario. Anche questi legami sono studiati nell'ambito del presente articolo. Questa prima sezione tratta infine degli effetti meccanici sulle rotaie, quali il momento flettente e le sollecitazioni limite sul fungo e sulla suola della rotaia.

#### 1. Prefazione

Oggi, esistono nel mondo circa 190,000 km di linee ferroviarie a scartamento ridotto (approssimativamente il 17% della rete ferroviaria mondiale), con un ruolo particolarmente significativo in Africa, Sud America, Asia Orientale ed Oceania. Queste linee sono sempre state tradizionalmente considerate come un sistema ferroviario a prestazioni ridotte ed hanno ricevuto una scarsa attenzione da parte dei tecnici e dei ricercatori, pur risultando comunque idonee, previa attuazione di specifici lavori di adeguamento, all'effettuazione di servizi passeggeri con ve-

**Summary** – In order to state the conditions in which this study will be developed, the first part of this article starts, after covering some introductory topics, with the definition of the most relevant technical characteristics of the five generic types of vehicles that have been considered, as well as of the properties and dimensions of the initial track structure. Furthermore, the study determines the track installation restrictions that must be satisfied in relation to cant and unbalanced centrifugal acceleration perceived by passengers.

As concerns to the alignment-layout redesign, the avoidance of excessive lateral track displacements has been ensured by comparing the transversal wheelset forces with the lateral track resistance.

On the other hand, the track structure reinforcement depends mostly on the vertical wheel loads, which in turn are influenced, among other factors, by the track stiffness. These relationships are also studied within this article. This first part deals finally with the mechanical effects on the rails, such as bending moment and limiting stresses in rails' foot and head.

#### 1. Preface

Nowadays, there are about 190,000 km of narrow gauge railway lines in the world (approximately 17% of the world's rail network), with a very significant role in Africa, South America, Eastern Asia and Oceania. Traditionally, this sort of lines have been considered as a low performance rail network receiving scarce attention from technicians and researchers, but they can be suitable, by means of certain upgrade works, for carrying out passenger services with top speed up to 160 km/h. In fact, there are some previous successful experiences of this kind of speed raisings in Japan and the Australian state of Queensland. Nevertheless, the current speed over narrow gauge lines, save

(\*) Ricercatore.

(\*\*) Professore Associato presso l'università de A Coruña, Dipartimento Trasporti e Ferrovie. A Coruña (Spagna).

(\*) Researcher.

(\*\*) Associate Professor University of A Coruña, Railways and Transport Group. A Coruña (Spain).

locità di punta fino a 160 km/h. In realtà, esistono alcune esperienze pregresse di successo di questo tipo di velocizzazione in Giappone e nello stato Australiano del Queensland. Ciò nonostante, la velocità attuale su linee a scartamento ridotto, fatte salve queste eccezioni, non è solitamente superiore a 80-100 km/h, e pertanto lo sviluppo e l'implementazione di progetti di velocizzazione potrebbe consentire l'incremento delle potenzialità di tali linee di ridurre i tempi di viaggio e di offrire un servizio più attrattivo per una più vasta gamma di utenti potenziali.

Pertanto, lo scopo principale di questo articolo è la determinazione e la quantificazione dei miglioramenti e degli ammodernamenti di maggior rilievo che sarebbero richiesti per rendere fattibile l'introduzione di questi servizi a maggiore velocità. Questi adattamenti devono interessare sia il tracciato (principalmente attraverso la valutazione dei raggi di curvatura minimi) sia la struttura del binario, che è interessata principalmente da carichi verticali. D'altro canto, il numero di tali adeguamenti dipende dalle caratteristiche tecniche dei veicoli destinati all'esercizio sulle linee allo studio.

A tal riguardo sono state considerate cinque tipologie di veicolo. Le condizioni attuali sono rappresentate da un veicolo convenzionale (a cassa non inclinabile), mentre sono stati considerati un veicolo ad inclinazione passiva e tre veicoli ad inclinazione attiva allo scopo di considerare un insieme di differenti alternative per il futuro esercizio potenziato.

Questi veicoli sono definiti principalmente, tra l'altro, mediante la diversa entità e distribuzione delle loro masse per sala montata e mediante la diversa risposta della cassa ai movimenti di rullo.

Pertanto, nella prima parte di questo articolo, per quanto riguarda la riprogettazione del tracciato, il valore minimo della resistenza laterale del binario è stato comparato con le forze trasversali maggiorate al fine di garantire il non verificarsi di eccessivi spostamenti permanenti del binario (criterio della deformazione laterale). In aggiunta, questo criterio è stato confrontato con i vincoli di accelerazione centrifuga non compensata percepita dai passeggeri, in quanto entrambe le condizioni devono essere considerate nella valutazione dei raggi di curvatura minimi per ogni velocità in curva.

Per quanto attiene alle forze verticali, questo studio è incentrato, dal punto di vista della meccanica, sull'analisi degli effetti fisici che l'aumento del massimo carico per ruota induce sui componenti del binario, tenendo in considerazione il maggior peso del materiale rotabile nuovo richiesto, gli effetti quasi-statici in curva e le variazioni dinamiche del carico per ruota causate dalla maggiore velocità.

In tal modo, la valutazione degli effetti dell'incremento del massimo carico per ruota sul momento flettente agente sulle rotaie, come pure sulle sollecitazioni sulla suola e sul fungo di rotaia, è stata inclusa nello scopo della prima parte dell'articolo. Inoltre, il comportamento di

*these exceptions, is not usually greater than 80-100 km/h, so the development and implementation of speeding-up projects could be able to enhance the capabilities of such lines to save travel times and to offer a more attractive service for a broadened amount of potential users.*

*Therefore, the principal aim of this paper focuses on the determination and quantification of the most relevant improvements and upgrades that would be required to make the introduction of these faster services feasible. These adjustments must affect both alignment-layout (mainly through the evaluation of the minimum radii) and track structure, which is concerned mostly by vertical loads. On the other hand, the quantity of such upgrades obviously depends on the technical characteristics of the vehicles that are expected to operate on the lines under study. In this regard, five vehicle typologies have been considered. The current conditions are represented by a conventional (non-tilting) vehicle, while one passive tilting and three active tilting vehicles have been adopted with the aim of considering a set of different alternatives for the enhanced future operation. These vehicles are defined, among others, mainly by their diverse amount and distribution of masses per wheelset and by the dissimilar response of the carbody to the roll motions.*

*Thus, in the first part of this article, as regards to the layout redesign, the minimum value of lateral track resistance has been compared with the increased transversal forces in order to ensure the avoidance of excessive permanent track displacements (lateral deformation criterion). In addition, this criterion has been contrasted with the restrictions of unbalanced centrifugal acceleration perceived by passengers, since both conditions must be considered in the assessment of the minimum radii for every curving speed.*

*With respect to vertical forces, this study is centered, from the point of view of mechanics, on analyzing the physical effects that the growth of the maximum wheel load induces on the track components, taking into account the higher weight of the required new rolling stock, the quasi-static curving effects and the dynamic changes of wheel load caused by the higher speed. Thereby, the evaluation of the effects of the maximum wheel load increase on the rails bending moment, as well as on the rail's foot and head stresses, has been included within the scope of the first part of the article. Moreover, the behaviour of these mechanical quantities has been analysed as a function of several parameters such as the track stiffness, the wheels' diameter, etc. As a result, the most suitable characteristics and dimensions of track structure to meet the new requirements will be obtained.*

*Subsequently in the second part of the paper, the conclusions will show the potential ability of narrow gauge track for a feasible development of the mentioned speeding-up plans, but, in any case, taking into consideration the need for the proposed upgrades. Accordingly, the required characteristics and dimensions defining alignment-layout and track*

queste grandezze meccaniche è stato analizzato in funzione di diversi parametri quali la rigidità del binario, il diametro delle ruote, ecc. Come risultato, si otterranno le caratteristiche e le dimensioni più idonee della struttura del binario che soddisfano le nuove prescrizioni.

Successivamente, nella seconda parte dell'articolo, le conclusioni mostreranno la capacità potenziale del binario a scartamento ridotto per un'analisi di fattibilità dei menzionati piani di velocizzazione, tenendo comunque in considerazione la necessità degli ammodernamenti proposti. Di conseguenza, saranno specificate e riassunte le caratteristiche e le dimensioni richieste che definiscono il tracciato e la struttura del binario per il futuro esercizio di ognuno dei veicoli considerati.

*Parole chiave:* binari a scartamento ridotto, meccanica del binario, incremento delle velocità, procedure analitiche per il progetto preliminare della linea e del binario, criteri di progettazione preliminare, studi di fattibilità tecnica.

## 2. Introduzione

### 2.1. Background: Scartamento ridotto e suo ruolo nel sistema ferroviario; alcuni precedenti riferimenti in letteratura

Sulla base dei dati degli ultimi decenni, relativi ai circa 1.15 milioni di chilometri di linee ferroviarie esistenti al mondo, quasi 190,000 km corrispondono a linee a scartamento ridotto, così questa tipologia di scartamento rappresenta circa il 17% dell'estensione totale della rete ferroviaria mondiale. D'altra parte, lo scartamento standard rappresenta più o meno il 60% della rete totale, mentre le ferrovie a scartamento largo – ad esempio lo scartamento Iberico, – rappresentano circa il rimanente 23% [6; p. 6].

Comunque, se le ferrovie Europee e Nord Americane – in cui lo scartamento standard è chiaramente dominante – sono escluse da questo calcolo, le linee a scartamento ridotto raggiungono circa il 50% della rimanente rete ferroviaria mondiale. Infatti questa tipologia di ferrovia gioca un ruolo di rilievo nei continenti e nelle aree come l'Africa, con l'86% della rete, l'Estremo Oriente (42%), Sud America (57%) e Oceania (46%) [31; p. 6-7], come mostrato in fig. 1.

Ciò nonostante, esiste un numero significativo di paesi Europei in cui le ferrovie a scartamento ridotto sono ancora presenti, anche con una funzione relativamente

structure will be specified and summarized for the eventual operation of every one of the considered vehicles.

*Keywords:* narrow gauge tracks, track mechanics, increase of speeds, analytical procedures for line and track pre-design, pre-design criteria, technical feasibility studies.

## 2. Introduction

### 2.1. Background: Narrow gauge and its role in the railway system; some relevant previous literature

According to data from the last decades, of the approximately 1.15 million kilometres of railway lines existing in the world, near 190,000 km correspond to narrow gauge lines, so this gauge typology represents about 17% of the world's rail network overall length. On the other hand, standard gauge constitutes more or less 60% of such network, while railways with broad gauge – for example, Iberian gauge – comprise around the 23% remaining [6; p. 6].

However, if European and North American railways – where standard gauge is clearly dominant – are excluded from this computation, narrow gauge lines reach approximately 50% of the rest of the world's rail network. In fact, this sort of railway plays an outstanding role in continents and areas as Africa, with 86% of the network, Eastern Asia (42%), South America (57%) and Oceania (46%) [31; p. 6-7], as shown in fig. 1.

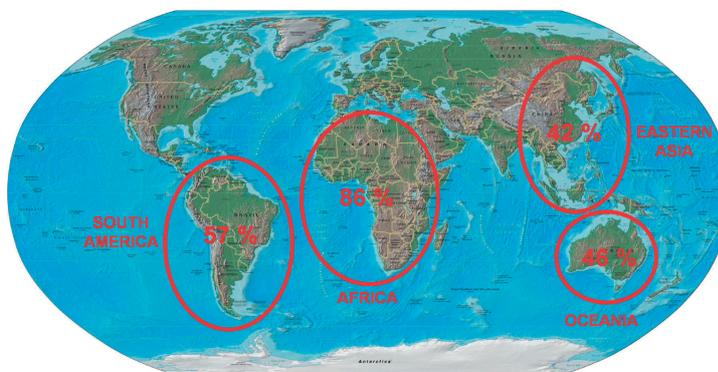


Fig. 1 – Continenti in cui le ferrovie a scartamento ridotto giocano un ruolo particolarmente significativo. Continents where narrow gauge railways play a most significant role.

Nevertheless, there is also a wide group of European countries where narrow gauge railways are still present, even with a relatively important function in some local or regional areas, especially in the mountainous ones. Among these countries, Spain and Italy can be cited.

Thus, narrow gauge lines in Spain – with metre gauge, i.e. 1,000 mm – represent about 13% of the whole rail network of this country [31; p. 8]. The majority of them corre-

importante in alcune aree locali o regionali, specialmente nelle zone di montagna. Tra questi paesi possono essere citati la Spagna e l'Italia.

Così, le linee a scartamento ridotto in Spagna – a scartamento metrico, cioè 1,000 mm – rappresentano circa il 13% dell'intera rete ferroviaria di questo paese. [31; p. 8]. La maggioranza di tali linee è rappresentata dalle linee gestite da Feve (*“Ferrocarriles Españoles de Vía Estrecha”*) o dalle Ferrovie Spagnole a Scartamento Ridotto). Questa rete ferroviaria attraversa il Nord della Spagna tra le regioni della Galizia e la Regione Basca, per una estensione complessiva pari a circa 1,200 km, che rappresenta la più vasta rete a scartamento metrico in Europa [11].

In Italia, la maggior parte delle linee a scartamento ridotto ha uno scartamento pari a 950 mm tra le facce interne dei funghi di rotaia. Le più importanti linee a scartamento ridotto sono situate in Puglia, Basilicata, Calabria e Campania nel Sud e in Trentino nel Nord (quest'ultimo a scartamento metrico).

In generale, le ferrovie a scartamento ridotto sono state tradizionalmente considerate come una rete ferroviaria a ridotte prestazioni. Sebbene, in termini relativi, questo è certamente vero, precedenti sviluppi effettuati in alcuni paesi hanno evidenziato che questo tipo di ferrovia può, per mezzo di idonei progetti di adeguamento del tracciato e/o della struttura del binario, sostenere servizi ferroviari passeggeri con velocità commerciali molto più competitive delle attuali, anche con velocità massime fino a 160 km/h.

Al contrario, nella grande maggioranza dei casi la velocità attuale nelle linee a scartamento ridotto non è in generale superiore a 80-100 km/h, così che lo sviluppo e l'attuazione di progetti di velocizzazione si tradurrebbe in un significativo stimolo delle capacità dei modi ferroviari di attrarre potenziali utenti, dato che potrebbero essere offerte significative riduzioni dei tempi di viaggio ed una percorrenza di maggiore qualità.

Per quanto riguarda le precedenti esperienze in progetti di velocizzazione per linee a scartamento ridotto, deve essere evidenziato il caso del Giappone, in cui le aziende integrate in JR (Japan Railway Group) hanno imolementato, negli ultimi decenni, successivi ammodernamenti e progressivi incrementi di velocità nelle loro linee ([22], [29]), che hanno scartamento “del Capo” (1,067 mm). Nella Repubblica del Sud Africa, un regolare servizio a 150 km/h tra Pretoria e Johannesburg (noto come MetroBlitz) è stato attivo negli anni 80 [6; p. 8]. In Australia, più di recente, QR (Queensland Rail) ha effettuato ampi lavori di adeguamento del tracciato e potenziamento delle strutture della linea al fine di rendere la “North Coast Line” idonea all'esercizio di nuovi e più veloci treni a cass inclinabile sulle tratte Brisbane-Rockhampton (dal 1998) e Brisbane-Cairns (dal 2003), ove sono state ottenute velocità di circa 160 km/h ([15], [16], [33]).

Tra gli articoli, i resoconti e gli altri documenti menzionati nel precedente paragrafo, quelli di MARUOKA [22]

rispondono alle linee operate da Feve (*“Ferrocarriles Españoles de Vía Estrecha”* o *Spanish Narrow Gauge Railways*). This rail network crosses the Northern Spain between the regions of Galicia and Basque Country, with an overall lines length near to 1,200 km, which constitutes the largest metre gauge network in Europe [11].

In Italy, the majority of the narrow gauge lines have a 950 mm gauge between inner faces of the rail heads. The most relevant narrow lines are located in the regions of Puglia, Basilicata, Calabria and Campania in the South and Trentino in the North (the latter with metre gauge).

In general, narrow gauge railway has been traditionally considered as a low performance rail network. Although, in relative terms, this is certainly right, previous developments carried out in some countries have manifested that this sort of railway can be able, by means of the proper projects for upgrading of alignment-layout and/or track structure, to perform passenger rail services with commercial speeds much more competitive than currently, even with top velocities up to 160 km/h. On the contrary, in the vast majority of cases the current speed over narrow gauge lines is in general not greater than 80-100 km/h, so that the development and execution of speeding-up projects would imply a significant encouragement of the rail mode's capabilities to attract potential users, given that considerable travel time savings and a higher quality transit could be offered.

Regarding the previous experiences in speeding-up projects for narrow gauge lines, it must be pointed out the case of Japan, where companies integrated in JR (Japan Railway Group) have carried out, over the past decades, successive upgrades and progressive speed increases in its lines ([22], [29]), which have “Cape” gauge (1,067 mm). In the Republic of South Africa, a regular 150 km/h service between Pretoria and Johannesburg (known as MetroBlitz) was operated during the 1980's decade [6; p. 8]. In Australia, more recently, QR (Queensland Rail) has developed extensive works for upgrading of the alignment-layout and strengthening of the line structures in order to make the “North Coast Line” suitable for the operation of new and faster tilting trains on the services Brisbane-Rockhampton (since 1998) and Brisbane-Cairns (since 2003), where speeds about 160 km/h have been obtained ([15], [16], [33]).

Among the articles, reports and other documents cited in the paragraph above, those of MARUOKA [22] and TASHIRO [29] are the ones that have adopted an approach more focused on technical aspects of railway engineering, although they are not only dealing with concerns related to track mechanics. Unlike the present study, the mentioned articles do not pay as much attention as this to the wide range of theoretical bases that should be considered in the determination of the design parameters that, regarding both alignment-layout and track structure, are necessary to operate the aimed services. On the contrary, they are partially based on test results and on the broad experience of Japan Railway Group in speeding-up on narrow gauge lines (which of course provides a different but very valuable

e TASHIRO [29] sono quelli che hanno adottato un approccio più focalizzato sugli aspetti tecnici dell'ingegneria ferroviaria, sebbene essi non trattino esclusivamente aspetti legati alla meccanica del binario. Diversamente dal presente studio, gli articoli menzionati non prestano la stessa attenzione all'ampia gamma delle basi teoriche che dovrebbero essere considerate nella determinazione dei parametri di progetto che, riguardando sia il tracciato sia la struttura del binario, sono necessarie per garantire i servizi previsti. Al contrario, essi sono parzialmente basati sui risultati delle prove e sulla vasta esperienza delle Japan Railway Group nella velocizzazione di linee a scartamento ridotto (che fornisce naturalmente un punto di vista differente ma molto prezioso). Inoltre l'applicabilità dei criteri e dei risultati inclusi nei citati articoli è in qualche modo limitata nella misura in cui essi sono particolarizzati alla caratteristiche di linee specifiche e agli aspetti tipici di un certo materiale rotabile.

Per contro, si è fatto un grande sforzo nel presente articolo per fornire al lettore una definizione chiara delle basi generali che rendono possibile un facile adattamento dello studio a qualsiasi insieme di dati, cosicché la sua applicabilità goda di un significativo miglioramento.

Altri importanti articoli e resoconti riguardanti le ferrovie a scartamento ridotto sono quelli di MONTAGNÉ [24] e UBALDE [31]. Il primo (MONTAGNÉ [24]) analizza i parametri e i limiti che dovrebbero essere specificamente utilizzati per il progetto del tracciato di linee a scartamento ridotto, specialmente per quanto riguarda il loro confronto con le linee a scartamento standard. Inoltre, esso tratta brevemente di alcune componenti del binario considerate come elementi chiave per il rinnovamento e l'adeguamento della sovrastruttura di questo tipo di linee. Ciò nonostante, tale articolo non è specificamente destinato a determinare i valori richiesti per i parametri che definiscono il tracciato e la struttura del binario al fine di conseguire velocità fino a 160 km/h. Il secondo (UBALDE [31]) costituisce un dettagliato resoconto che è principalmente focalizzato sulle capacità, sulle prestazioni e sui costi delle ferrovie a scartamento ridotto al confronto delle analoghe caratteristiche delle linee a scartamento standard ed Iberico con lo scopo di chiarire quali obiettivi di applicazione sono i più idonei per questo tipo di linee.

Sebbene anch'esso includa alcune valutazioni del comportamento meccanico dei binari a scartamento ridotto al confronto degli altri scartamenti, come pure le valutazioni dei valori limite per ognuno di essi nel progetto del tracciato planaltimetrico, tale studio non è destinato alla definizione precisa delle condizioni richieste per rendere attuabili velocità più elevate.

In termini generali, il presente articolo si focalizza essenzialmente sull'approccio allo studio di fattibilità dei progetti di velocizzazione su binari a scartamento ridotto da un punto di vista puramente tecnico, con riferimento specifico all'analisi teorica delle prescrizioni relative alla meccanica del binario che il tracciato, la sovrastruttura e la sotto-

point of view). Moreover, the applicability of the criteria and results included in the cited articles is somewhat restricted inasmuch as they are particularized to the characteristics of specific lines and to the features of certain rolling stock. By contrast a strong effort have been made in the present article to provide the reader with a clear definition of the general bases that enable an easy adaptation of the study to any set of data, so that its applicability enjoys a significant enhancement. Some other relevant articles and reports dealing with narrow gauge railways are those of MONTAGNÉ [24] and UBALDE [31]. The former (MONTAGNÉ [24]) analyzes the parameters and limits that should be specifically used for designing the layout of narrow gauge lines, especially as regards to their comparison with standard gauge tracks. Furthermore, it covers briefly some track components considered as key elements for renewal and upgrading of the superstructure in this kind of lines. Nevertheless, such article is not specifically intended to determine the required values for the parameters defining the alignment-layout and track structure in order to achieve as high speeds as 160 km/h. The latter (UBALDE [31]) constitutes an extensive report which is mainly focused on the capabilities, performance and costs of narrow gauge railways as compared with standard and Iberian gauges with the aim of elucidating which scopes of application are best suited to this sort of lines. Although it also includes some estimations of the mechanical behaviour of narrow gauge tracks in comparison with the other gauges, as well as evaluations of the limiting values for each one of them in the design of horizontal and vertical alignment, such study is not devoted to define accurately the required conditions to make higher speeds feasible.

In general terms, the present article focuses its major attention on approaching the study of the feasibility of speeding-up projects on narrow gauge tracks from a merely technical point of view, specifically in regard to the theoretical analysis of the requirements that the alignment-layout and the track's super- and substructure should satisfy in relation to track mechanics. To this end, an appreciable variety of rolling stock's characteristics has been considered within the study as well as a wide range of diversity in the sub-grade conditions. Furthermore, the theoretical bases on which those requirements are based have been meticulously stated with the aim of improving the comprehension and reproducibility of the analyses carried out and in order to allow the readers to extend the study to any set of data that they may be interested in applying. Therefore, one of the main added values of this article is to provide detailed guidance on how to develop an extensive analysis of the theoretical feasibility of any speeding-up project on narrow gauge lines, at least as regards to the aspects concerned by track mechanics.

## 2.2. Objectives and summary of document structure

The basic objective of this study is the determination and quantification of the improvements and upgrades that would be necessary to introduce into narrow gauge lines,

struttura dovrebbero soddisfare. A tale scopo sono state considerate in questo studio un' apprezzabile varietà di caratteristiche del materiale rotabile e un' ampia gamma di diversità delle condizioni della piattaforma della linea.

Inoltre, le basi teoriche su cui poggiano tali prescrizioni sono state meticolosamente enunciate allo scopo di migliorare la comprensione e la riproducibilità delle analisi effettuate ed al fine di consentire ai lettori di estendere lo studio ad ogni insieme di dati a cui possono essere interessati nelle applicazioni. Pertanto, uno dei principali valori aggiunti di questo articolo è quello di fornire una guida dettagliata su come sviluppare un' analisi esaustiva della fattibilità teorica di ogni progetto di velocizzazione su linee a scartamento ridotto, almeno per quanto concerne gli aspetti di meccanica del binario.

**2.2. Obiettivi e sintesi della struttura del documento**

L'obbiettivo principale di questo studio è la determinazione e la quantificazione dei miglioramenti e degli aggiornamenti che sarebbe necessario introdurre nelle linee a scartamento ridotto, con le loro caratteristiche attuali, al fine di rendere fattibile l'erogazione di servizi passeggeri potenziati la cui velocità di marcia potrebbe raggiungere i 160 km/h, imponendo in aggiunta che tale velocità non sia inferiore a 125 km/h nelle curve più strette. Queste modifiche devono essere analizzate dal punto di vista del tracciato (fondamentalmente attraverso la determinazione dei raggi di curvatura minimi) come pure nell'ambito della meccanica del binario in relazione alle forze esercitate dai veicoli in circolazione, poiché quest'ultimo studio deve condurre alla definizione delle qualità e delle dimensioni degli elementi del binario che compongono la sovra e la sottostruttura.

Così, l'obbiettivo principale di questo studio si esplicherà per mezzo del confronto tra gli effetti trasmessi alle componenti del binario dalla circolazione su binari a scartamento ridotto delle diverse tipologie di veicolo ipotizzate, considerando ciascuna di tali tipologie fino alla massima velocità di esercizio che sarebbe in grado di raggiungere. A tale scopo, saranno inizialmente impiegati cinque tipi generici di materiale rotabile per passeggeri, le cui caratteristiche tecniche sono introdotte nella Sezione 2.

D'altro canto, questa sezione descrive anche le caratteristiche della struttura del binario da considerare come configurazione di partenza per lo sviluppo dello studio, nella misura in cui si assume che esse rappresentino le condizioni correnti.

La sezione 3, con riferimento alle condizioni d'installazione del binario, definisce la relazione tra raggi di curvatura e la conseguente sopraelevazione del binario, poiché l'uso di questa funzione è necessaria per molte delle successive analisi. Inoltre, la seconda

with their current characteristics, in order to make feasible the operation of enhanced passenger services whose running speed could reach up to 160 km/h, imposing additionally for such speed to be not less than 125 km/h in the tightest curves. These modifications must be analyzed from the point of view of the alignment-layout (basically through the determination of the minimum radii) as well as from the scope of track mechanics with regard to the forces exerted by the running vehicles, since this latter study has to lead to the definition of the qualities and dimensions of the track elements composing super-and substructure.

Thus, the main objective of this study will be carried out by means of the comparison of the effects that the running on narrow gauge tracks of several supposed vehicle typologies transmits to the track components, considering for each one of them up to the top operation speed that they would be able to reach. For this purpose, five generic types of passenger rolling stock are going to be firstly adopted, whose technical characteristics are introduced in Section 2. On the other hand, this section also describes the characteristics of track structure to be considered as starting configuration for the study's development inasmuch as they are assumed to represent the current conditions.

Section 3, in reference to the track installation conditions, defines the relation between radii of curves and the consequent track cant or superelevation, since the use of this function is necessary for many of the later analyses. Furthermore, the second part of this section is intended to determine the requirements on alignment-layout that should be observed according to the passengers' comfort criterion during pass through curves (namely, the restrictions of unbalanced centrifugal acceleration experienced by passengers).

The behaviour of the track components will be analysed separately depending on the orientation of forces exerted on the track (see fig. 2): lateral forces in the track plane or y-direction (Section 4), loads in normal direction to track plane or z-direction (Section 5) and loads in tangent direction to track alignment or x-direction (Section 6).

Hence, Section 4 deals with the layout conditions that must be complied in order to avoid risks of lateral track deformation or displacement. In addition, these conditions are compared with the previously obtained in Section 3 for the purpose of determining which of them is more restrictive.

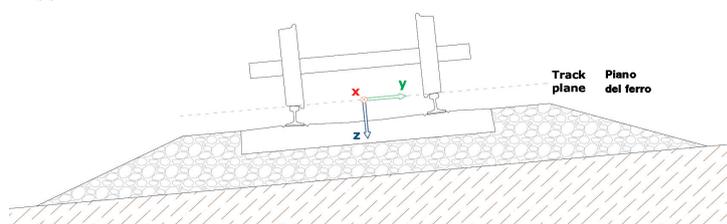


Fig. 2 – Orientamento degli assi di riferimento. Orientation of reference axes.

parte di questa sezione è destinata alla determinazione delle prescrizioni relative al tracciato che dovrebbero essere rispettate in conformità al criterio del comfort dei passeggeri durante il transito in curva (vale a dire, i vincoli di accelerazione centrifuga non compensata percepita dai passeggeri).

Il comportamento dei componenti del binario sarà analizzato separatamente sulla base dell'orientamento delle forze esercitate sul binario (vedi figura 2): le forze laterali nel piano del ferro o in direzione-z (Sezione 4), i carichi in direzione normale al piano del ferro o in direzione-z (Sezione 5) e i carichi in direzione tangente alla via o in direzione x (Sezione 6).

Quindi, la Sezione 4 tratta delle condizioni di tracciato che devono essere soddisfatte al fine di evitare rischi di deformazione o spostamento laterale del binario. In aggiunta, queste condizioni sono confrontate con le precedenti condizioni ottenute nella Sezione 3 con lo scopo di determinare quale di esse è la più restrittiva.

La sezione 5, che è divisa tra la prima e la seconda parte del presente articolo, si focalizza sulla discussione della risposta meccanica degli elementi del binario ai carichi verticali trasmessi dal transito dei veicoli. Pertanto, il primo passo in quest'attività è la valutazione del carico verticale di progetto per ruota, calcolato attraverso il peso nominale del materiale rotabile, le variazioni della distribuzione del carico dovute alle forze quasi-statiche in curva e le fluttuazioni dinamiche casuali.

Gli argomenti conseguenti da studiare attengono ad un insieme di grandezze meccaniche che interessano diverse componenti del binario: così il momento flettente sopportato dalle rotaie, la massima sollecitazione di trazione sulla suola della rotaia e la combinazione tridimensionale delle sollecitazioni sul fungo di rotaia sono coperte dalla prima parte dell'articolo, mentre la pressione esercitata sulla massicciata dall'appoggio delle traversine, il momento flettente nelle sezioni critiche delle traverse e la sollecitazione normale sulla superficie superiore della piattaforma della linea o sullo strato di terreno della piattaforma saranno trattati nella seconda parte. L'insieme di questi studi costituisce la base sulla quale è fondata la scelta delle dimensioni degli elementi della sovrastruttura e della sottostruttura.

La sezione 6, già nella seconda parte dell'articolo, analizzerà le condizioni di slineamento del binario, sia in rettilineo sia in curva. A tal riguardo, saranno derivate le relazioni tra l'incremento di temperatura, i massimi difetti del binario e il raggio di curvatura. Conseguentemente, per valori limitati dell'aumento di temperatura e di difetto della linea sarà possibile determinare i raggi di curvatura minimi che garantiscono la sicurezza nei confronti dello slineamento del binario.

Infine, la sezione 7 fornirà un compendio delle caratteristiche e delle dimensioni definitivamente proposte per il tracciato come pure per la sovra e sottostruttura della sezione trasversale della via in modo che esse soddisfino ogni

Sezione 5, which is split between the first and second parts of this article, focuses on discussing the mechanical response of the track elements to the vertical loads transmitted by the pass of vehicles. Therefore, the first step in this task is the evaluation of the vertical design load per wheel, calculated through the nominal weight of rolling stock, the modifications in load distribution due to quasi-static forces in curving and the random dynamic fluctuations. The consequent topics to be studied concern a set of mechanical quantities affecting several track components: thus bending moment suffered by rails, maximum tensile stress in the rails foot and three-dimensional combination of stresses in the rails head are covered within the first part of the paper, whereas pressure exerted on the ballast by the sleepers support, bending moment at the critical sections of the sleepers and normal stress at the top surface of the subgrade or earth formation layer will be treated in the second part. The ensemble of these studies constitutes the basis on which the selection of dimensions for super- and substructure elements is founded.

Section 6, already in the second part of the article, will analyse the track buckling conditions, both in tangent alignment and in curves. In this regard, relations between temperature increase, maximum track line defects and curve radius will be derived. Consequently, for bounded values of temperature augmentation and line defect it will be possible to determine the minimum radii that ensure safety from track buckling.

Finally, Section 7 will provide a compendium of the characteristics and dimensions definitively proposed for the alignment-layout as well as for the super- and substructure of the track cross section in a manner that they comply with every criterion considered all over the developed study. Furthermore, this section will include a summary of the most relevant conclusions derived from the achieved results.

### 3. Previous statements

#### 3.1. Considered vehicles and their technical characteristics

This study considers five generic types of vehicles for comparing their effects on the mechanical response of the narrow gauge tracks at several speeds. Thus, the technical characteristics that govern the dynamic behaviour of those vehicles have to be established in order to evaluate the different loads transmitted to tracks through the wheel-rail interaction.

These generic vehicles have been named A, B, C, D and E, as they do not correspond to any real commercial model. The vehicle A is assumed to be representative of the currently running vehicles on conventional narrow gauge lines, so its maximum speed has been fixed at 100 km/h. On the other hand, for future operation at top speed of 160 km/h, four possible alternatives have been considered: one passive tilting train (denominated as B) and three active

criterio considerato nel corso dello studio sviluppato. Inoltre, questa sezione comprenderà una sintesi delle conclusioni di maggior rilievo dedotte dai risultati conseguiti.

**3. Asserzioni precedenti**

**3.1. Veicoli considerati e loro caratteristiche tecniche**

Questo studio considera cinque tipologie di veicolo per confrontare i loro effetti sulla risposta meccanica dei binari a scartamento ridotto alle diverse velocità. Così, devono essere stabilite le caratteristiche tecniche che governano il comportamento dinamico di tali veicoli al fine di valutare i differenti carichi trasmessi ai binari attraverso l'interazione ruota-rotaia.

Questi veicoli generici sono stati denominati A, B, C, D ed E, in quanto non corrispondono a nessun modello commerciale reale. Si assume che il veicolo A sia rappresentativo dei veicoli attualmente in circolazione su linee

tilting vehicles (C, D and E), which differ from each other principally by their diverse nominal load per wheelset, masses distribution and limit angle of carbody tilt.

The characteristics and technical data of these five generic types of vehicles, as far as they are relevant to the dynamic and mechanical studies performed later in this paper, are summarized in table 1. These data are partially based on the informations derived, among others, from [12], [8], [9] and [26].

With regard to table 1, the suspensions' coefficient of flexibility is defined, for a stationary vehicle placed on cant-ed track, as the quotient of the carbody roll angle (measured with respect to the track plane) to the cant angle of the track. For active tilting vehicles it should be borne in mind that the measurement of this coefficient has to be performed with the carbody tilt system deactivated. The suspensions' coefficient of flexibility will adopt positive values when both rotations follow the same direction and negative values if they follow opposite ones (the former case corresponds to conventional and active tilting vehicles with de-

TABELLA 1 – TABLE 1  
 CARATTERISTICHE TECNICHE DEI GENERICI TIPI SUPPOSTI DI VEICOLO - TECHNICAL CHARACTERISTICS OF THE SUPPOSED GENERIC TYPES OF VEHICLES

Caratteristica <i>Characteristic</i>	Veicolo (Vehicle)				
	A	B	C	D	E
Tipologia <i>Typology</i>	Convenzionale (senza inclinazione) <i>Conventional (non-tilting)</i>	a inclinazione passiva <i>Passive tilting</i>	a inclinazione attiva <i>Active tilting</i>	a inclinazione attiva <i>Active tilting</i>	a inclinazione attiva <i>Active tilting</i>
Classificazione dei rodiggi <i>Classification of running gears</i>	B'2'+2'B'+(1A)(A1)+...	B'2'+2'B'+... Bo'Bo'+2'2'+	(1A)(A1)+ Bo'Bo'+...	(1A)(A1)+... Bo'Bo'+2'2'+	(1A)(A1)+ Bo'Bo'+...
Passo dei carrelli <i>Bogies' wheelbase</i>	2,150 mm	2,250 mm	2,250 mm	2,350 mm	2,350 mm
Velocità massima di esercizio <i>Maximum operational speed</i>	100 km/h	160 km/h	160 km/h	160 km/h	160 km/h
Massa totale per sala montata <i>Total mass per wheelset</i>	8.50 t	11.75 t	12.50 t	13.75 t	15.00 t
Massa non sospesa per sala montata <i>Unsprunged mass per wheelset</i>	1.30 t	1.50 t	1.50 t	1.55 t	1.60 t
Massa sospesa per sala montata <i>Sprunged mass per wheelset</i>	7.20 t	10.25 t	11.00 t	12.20 t	13.40 t
Altezza del baricentro <i>Height of the centre of masses</i>	1,730 mm	1,310 mm	1,370 mm	1,360 mm	1,350 mm
Coefficiente di flessibilità delle sospensioni <i>Suspensions' coefficient of flexibility</i>	0.30	- 0.33	0.20	0.20	0.20
Massimo angolo d'inclinazione della cassa <i>Maximum angle of carbody tilt</i>	---	---	5.0 °	6.5 °	8.0 °
Diametro delle ruote <i>Wheel diameter</i>	800 mm	825 mm	825 mm	825 mm	825 mm

convenzionali a scartamento ridotto, così la sua massima velocità è stata fissata a 100 km/h. D'altra parte, per il futuro esercizio alla velocità massima di 160 km/h, sono state considerate quattro possibili alternative: una con treno a inclinazione passiva (denominata B) e tre con veicoli a inclinazione attiva (C, D e E), che differiscono l'un l'altro principalmente per il loro diverso carico nominale per sala montata, per distribuzione delle masse e angolo d'inclinazione limite della cassa.

Le caratteristiche e i dati tecnici di questi cinque tipi generici di veicoli, per quanto attinente agli studi dinamici e meccanici effettuati nel seguito del presente articolo, sono sintetizzati in tabella 1. Questi dati sono parzialmente basati sulle informazioni desunte, tra le altre, da [12], [8], [9] e [26].

Per quanto riguarda la tabella 1, il coefficiente di flessibilità delle sospensioni è definito, per un veicolo stazionario situato su un binario sopraelevato, come il rapporto tra l'angolo di rullio della cassa (misurato rispetto al piano del ferro) e l'angolo di sopraelevazione del binario. Per i veicoli ad inclinazione attiva si dovrebbe tenere a mente che la misura di questo coefficiente deve essere eseguita con il sistema di inclinazione della cassa disattivato.

Il coefficiente di flessibilità delle sospensioni assumerà valori positivi quando entrambe le rotazioni hanno la stessa direzione e valori negativi se esse hanno direzioni opposte (il primo caso corrisponde al caso dei veicoli convenzionali e dei veicoli ad inclinazione attiva con sistema disattivato mentre il secondo caso riguarda i veicoli ad inclinazione passiva).

Questi differenti comportamenti dipendono dalle posizioni relative del centro di rotazione e dei centri di massa della cassa. Comunque questo coefficiente, insieme all'angolo d'inclinazione della cassa nel caso dei treni ad inclinazione attiva, gioca un ruolo fondamentale nella relazione tra l'accelerazione laterale quasi statica nel piano del ferro e l'accelerazione centrifuga non compensata percepita dai passeggeri nel piano del pavimento della cassa.

D'altra parte, occorre notare che gli angoli di rotazione della cassa per i veicoli ad inclinazione attiva sono dati come relativi al piano del carrello e che l'altezza del baricentro è definita in tutti i casi rispetto al piano del ferro.

### 3.2. Caratteristiche e dimensioni della struttura iniziale del binario

Questa sottosezione definisce le caratteristiche e le dimensioni degli elementi principali che compongono la struttura del binario in sezione trasversale che sono state assunte come ipotesi iniziali per lo sviluppo delle successive analisi. Così, da questa configurazione iniziale, sarà verificato in tutto lo studio se l'esercizio dei nuovi veicoli a velocità molto maggiori di quelle correnti comporti la necessità di modifica delle dimensioni e/o delle caratteristiche della struttura del binario. Nei casi in cui sarà così, saranno introdotti idonei aggiustamenti con l'obiettivo di proporre, infine, progetti finali conformi a tutti i criteri considerati.

*activated system while the latter applies to passive tilting vehicles). These different behaviours depend on the relative positions of the carbody's centre of rotation and centre of masses. Anyway this coefficient, along with the angle of carbody tilt in case of active tilting trains, plays a fundamental role in the relation between the quasi-static lateral acceleration in track plane and the unbalanced centrifugal acceleration perceived by passengers in carbody floor plane.*

*On the other hand, note that the angles of carbody rotation for active tilting vehicles are given as relative to the bogie plane and that the height of the centre of masses is defined in all cases with respect to the track plane.*

### 3.2. Characteristics and dimensions of the starting track structure

*This subsection defines the characteristics and dimensions of the main elements composing the cross sectional track structure that have been taken as the initial assumptions for the development of the later analyses. Thus, from this starting configuration, it is going to be checked, all over the study, whether the operation of the new vehicles at speeds much higher than the current ones would mean the need for modifications in the dimensions and/or characteristics of the track structure. In cases being so, the appropriate adjustments will be introduced in order to propose, at last, final designs in compliance with all the considered criteria.*

*First of all, it must be remarked that this starting track configuration is similar, in many aspects, to the currently implemented into the modern or renewed lines of the Feve network. Many of the design parameters (upper limit of track cant, allowable cant excess, etc.) assumed in this paper have also been taken from the standards currently applied in these lines [13; pp. 74-76], so the achieved results might be particularly interesting for their application to this network, although the present study is suitable for being adjusted to the particular conditions of any other narrow gauge line.*

*Thus, it is assumed that the starting properties for the super- and substructure of the track are as follows:*

- Track gauge: 1,000 mm (metre gauge).
- Rails:
  - Profile type: UIC54 (54E1):
    - Mass per unit length: 54.43 kg/m;
    - Section's area: 69.34 cm<sup>2</sup>;
    - Moment of inertia with respect to horizontal principal axis: 2,346 cm<sup>4</sup>;
    - Moment of inertia with respect to vertical principal axis: 417.5 cm<sup>4</sup>;
  - Elasticity modulus of rails: 210,000 MPa (steel);
  - Limit of elasticity of rails' steel (yield stress): at least 480 MPa.
- Rail pads:
  - Stiffness (spring rate): 100 kN/mm.

Prima di tutto, deve essere osservato che questa configurazione iniziale del binario è simile, per molti aspetti, a quelle correntemente implementate nelle linee moderne o ammodernate della rete Feve. Anche molti dei parametri di progetto (limite superiore di sopraelevazione del binario, eccesso di sopraelevazione ammesso, ecc.) assunti in questo articolo sono stati presi dagli standard attualmente adottati in queste linee [13; pp. 74-76], cosicché i risultati conseguiti potrebbero essere particolarmente interessanti per la loro applicazione a questa rete, sebbene il presente studio sia idoneo ad essere adattato alle particolari condizioni di ogni altra linea a scartamento ridotto.

Così, si assume che le proprietà iniziali della sovrastruttura e della sottostruttura del binario siano come di seguito:

- Scartamento del binario: 1,000 mm (scartamento metrico).
- Rotaie:
  - Tipo di profilo: UIC54 (54E1):
    - Massa per unità di lunghezza: 54.43 kg/m;
    - Area della sezione: 69.34 cm<sup>2</sup>;
    - Momento d'inerzia rispetto all'asse orizzontale principale: 2,346 cm<sup>4</sup>;
    - Momento d'inerzia rispetto all'asse verticale principale: 417.5 cm<sup>4</sup>;
  - Modulo di elasticità delle rotaie: 210,000 MPa (acciaio);
  - Limite di elasticità dell'acciaio per rotaie (sollecitazione di snervamento): almeno 480 MPa.
- Tappetino di sottorotaia:
  - Rigidezza (tasso di elasticità): 100 kN/mm.
- Traverse:
  - Tipologia: traverse monoblocco in calcestruzzo.
  - Distanziamento delle traverse: 60 cm.
  - Lunghezza della traversa: 1,900 mm.
  - Larghezza della traversa: 260 mm.
  - Altezza della traversa: 209 mm.
  - Modulo di elasticità delle traverse: 30,000 MPa (calcestruzzo).
- Piano di regolamento (e altri possibili strati bituminosi, quale sotto-ballast):
  - Spessore dello strato: 30 cm (misurato dalla base delle traverse fino alla superficie superiore della piattaforma della linea o dello strato di terreno della piattaforma).
  - Modulo di elasticità: 130 MPa.
  - Modulo di Poisson: 0.20.
  - Massa volumica apparente: 1,600 kg/m<sup>3</sup>.

- Sleepers:
  - Typology: monoblock concrete sleepers.
  - Sleepers spacing: 60 cm.
  - Sleeper length: 1,900 mm.
  - Sleeper width: 260 mm.
  - Sleeper height: 209 mm.
  - Elasticity modulus of sleepers: 30,000 MPa (concrete).
- Ballast bed (and other possible blanket layers, such as sub-ballast):
  - Thickness of layer: 30 cm (measured from the sleepers' base to the top surface of the subgrade or earth formation layer).
  - Modulus of elasticity: 130 MPa.
  - Poisson's ratio: 0.20.
  - Bulk density: 1,600 kg/m<sup>3</sup>.
  - Angle of internal friction: 45 °.
- Subgrade:
 

Two different kinds of subgrade are considered, depending on their material nature:

  - Flexible subgrade (soils):
    - Modulus of deformation at the second loading in the plate load bearing test ([7], [4]) on the top surface of the prepared subgrade: a range of values from 25 MPa (lower limit for subgrades with bearing capacity P2, classified according to [32]) to 250 MPa (soil formations with very high bearing capacity) will be adopted.
    - Poisson's ratio: 0.30 (value for soils of quality class QS2 and QS3).
  - Rigid subgrade (bedrock and constructed structures such as bridges and tunnels):
    - Modulus of elasticity: an interval between 3,000 MPa and an extreme limit of 30,000 MPa will be considered. However, since settlements are significant only into the ballast and sub-ballast layers for the case of subgrades as rigid as these, the adoption of any value within this range has slight influence on the vertical track stiffness.
    - Poisson's ratio: 0.20.

#### 4. Previous track installation restrictions

##### 4.1. Relation between track cant and curve radius

As a previous step for defining the dynamic and mechanical behaviour of vehicles during running in curves, the function relating the radius of a certain curve and its corresponding track cant has to be established.

- Angolo di attrito interno: 45 °.
- Piattaforma della linea:
 

Sono considerati due differenti tipi di piattaforma della linea, in funzione della loro natura materiale:

  - Piattaforma flessibile della linea (terreni):
    - Modulo di deformazione al secondo caricamento nella prova di carico su piastra ([7], [4]) sulla superficie superiore della piattaforma della linea predisposta: sarà adottato un intervallo di valori da 25 MPa (limite inferiore per piattaforme della linea con capacità portante P2, classificata in accordo a [32]) a 250 MPa (piattaforme di terra con capacità portante molto elevata).
    - Modulo di Poisson: 0.30 (valore per terreni di classe di qualità QS2 e QS3).
  - Piattaforma rigida della linea (letto di roccia e opere d'arte quali ponti e gallerie):
    - Modulo di elasticità: sarà considerato un intervallo compreso tra 3,000 MPa ed un limite superiore di 30,000 MPa. Comunque, poiché i cedimenti di assestamento sono significativi solo negli strati di massicciata ed in quelli di sotto-massicciata per piattaforme della linea rigide come queste, l'adozione di un qualsiasi valore all'interno di questo intervallo ha una scarsa influenza sulla rigidità verticale del binario.
    - Modulo di Poisson: 0.20.

#### 4. Precedenti restrizioni d'installazione del binario

##### 4.1. Relazione tra sopraelevazione del binario e raggio di curvatura

Come primo passo per la definizione del comportamento dinamico e meccanico dei veicoli durante la marcia in curva, deve essere introdotta la funzione che lega il raggio di curvatura di una data curva e la corrispondente sopraelevazione del binario.

Per un dato raggio di curvatura e una data velocità in curva, è possibile determinare, in un approccio quasi-statico, il valore della sopraelevazione di equilibrio che farebbe sì che la componente dell'accelerazione gravitazionale parallela al piano del ferro compensi pienamente l'accelerazione centrifuga. Ciò nonostante, poiché una certa linea è solitamente percorsa da veicoli con differenti velocità (specialmente le linee a traffico misto che sono percorse da treni merci e treni passeggeri), per definire la sopraelevazione da adottare in una data curva dovrebbero essere tenute in conto le condizioni di marcia sia dei veicoli più veloci sia dei veicoli più lenti. Così, lo scopo di questa procedura risiede nell'adottare, per il binario, il limite superiore di sopraelevazione al fine di consentire velocità più elevate per i treni più veloci ma solo in quelle

For a given radius and curving speed, it is possible to determine, in a quasi-static approach, the value of equilibrium cant that would make that the component of gravitational acceleration parallel to track plane compensates fully the centrifugal acceleration. Nevertheless, since a certain line is usually transited by vehicles with different speeds (especially in lines with mixed traffics, which are operated by passengers and freight trains), running conditions of both fastest and slowest vehicles should be accounted for defining the cant to install in a given curve. Thus, the aim of this procedure relies on installing on track the upper limit of cant in order to allow higher speeds for the fastest trains, but only in those curves where such superelevation would not cause, for the slowest running trains, a cant excess greater than the maximum permissible (these quantities are usually prescribed by the rail network administrations or by international standards). Hence, in curves whose radius is larger than a certain value to be obtained, an increase in radius entails a decrease of the track cant.

Therefore, once the curving speed of the slowest trains has been established, a certain value of curve radius delimiting both cases (which will be referred as  $R_{lim}$ ) can be found. Thus:

$$\text{If } R \leq R_{lim} \rightarrow h = h_{lim} \quad (1.a)$$

$$\text{If } R > R_{lim} \rightarrow h = h_{E,adm} + h_{eq,S} \quad (1.b)$$

In these equations –and hereinafter–,  $R$  stands for the curve radius;  $h$  is the track cant or superelevation;  $h_{lim}$  is the maximum admissible track cant installed (usually established by the rail administration);  $h_{E,adm}$  stands for the maximum allowable cant excess (also imposed by the rail administration); and  $h_{eq,S}$  is the equilibrium cant evaluated for the curving speed of the slowest vehicle. This later quantity is given by:

$$h_{eq,S} \approx \frac{v_s^2 \cdot d_0}{R \cdot g} \quad (2)$$

Here,  $v_s$  is the curving speed of the slowest train that will run on the line;  $d_0$  stands for the distance between central axes of both rails (measuring base for the definition of cant); and  $g$  is the gravitational acceleration (9.80 m/s<sup>2</sup>).

On the other hand, the value of  $R_{lim}$  corresponds to the specific curve radius in which, with the maximum track cant  $h_{lim}$ , the cant excess experienced by the slowest vehicle is precisely  $h_{E,adm}$ . Therefore, if Equations (1.a) and (1.b) are equalled, it can be derived that the condition to impose for determination of  $R_{lim}$  is:  $h_{E,adm} = h_{lim} - h_{eq,S}$ . The development of such conditions leads to the following equation:

$$R_{lim} \approx \frac{v_s^2}{g} \cdot \frac{d_0}{h_{lim} - h_{E,adm}} \quad (3)$$

In this particular case, for the application of the procedure above to narrow gauge lines, a maximum permissible cant excess of 70 mm and a track cant limited to 110 mm have been fixed according to the Feve standards [13; pp. 74-76]. The curving speed for the slowest vehicles (freight trains) is considered as not less than 50 km/h in curves

curve ove tale sopraelevazione non causerebbe, per i treni più lenti, un eccesso di sopraelevazione superiore al massimo ammissibile (queste grandezze sono solitamente prescritte dalle amministrazioni delle reti ferroviarie o dalle normative internazionali). Quindi, nelle curve il cui raggio di curvatura è maggiore di un certo valore da ottenere, un aumento del raggio implica una diminuzione della sopraelevazione del binario.

Pertanto, una volta stabilita la velocità in curva dei treni più lenti, può essere determinato un certo valore del raggio di curvatura che delimita entrambi i casi (che sarà riferito come  $R_{lim}$ ). Così:

$$\text{Se } R \leq R_{lim} \rightarrow h = h_{lim} \quad (1.a)$$

$$\text{Se } R > R_{lim} \rightarrow h = h_{E,adm} + h_{eq,S} \quad (1.b)$$

In queste equazioni – e nel seguito –,  $R$  rappresenta il raggio di curvatura;  $h$  è la sopraelevazione del binario;  $h_{lim}$  è la massima sopraelevazione ammissibile attuata del binario (solitamente stabilita dall'Amministrazione Ferroviaria);  $h_{E,adm}$  rappresenta il massimo eccesso di sopraelevazione ammissibile (anch'esso imposto dall'Amministrazione Ferroviaria); e  $h_{eq,S}$  è la sopraelevazione di equilibrio per la velocità in curva del veicolo più lento. Quest'ultima grandezza è data dalla:

$$h_{eq,S} \approx \frac{v_s^2 \cdot d_0}{R \cdot g} \quad (2)$$

Qui  $v_s$  è la velocità in curva del treno più lento che circolerà sulla linea;  $d_0$  rappresenta la distanza tra gli assi delle due rotaie (base di misura per la definizione della sopraelevazione); e  $g$  è l'accelerazione di gravità (9.80 m/s<sup>2</sup>).

D'altra parte, il valore di  $R_{lim}$  corrisponde allo specifico raggio di curvatura per il quale, con la massima sopraelevazione del binario  $h_{lim}$ , l'eccesso di sopraelevazione sperimentato dal veicolo più lento è proprio  $h_{E,adm}$ . Pertanto, componendo le equazioni (1.a) e (1.b), si trova che la condizione da imporre per la determinazione di  $R_{lim}$  è:  $h_{E,adm} = h_{lim} - h_{eq,S}$ . Lo sviluppo di tali condizioni conduce alla seguente equazione:

$$R_{lim} \approx \frac{v_s^2}{g} \cdot \frac{d_0}{h_{lim} - h_{E,adm}} \quad (3)$$

In questo caso particolare, per l'applicazione della procedura sopra menzionata alle linee a scartamento ridotto, sono stati fissati in accordo con gli standard Feve [13; pp. 74-76] un massimo eccesso ammissibile di sopraelevazione di 70 mm e una sopraelevazione del binario limitata a 110 mm [13; pp. 74-76]. La velocità in curva dei veicoli più lenti (treni merci) è considerata non inferiore a 50 km/h nelle curve di raggio almeno pari a 200 m. Inoltre, la distanza tra gli assi delle rotaie  $d_0$  è pari a 1,070 mm, poiché lo scartamento del binario è pari a 1,000 mm e la larghezza del fungo delle rotaie UIC54 è di 70 mm (misurata 14 mm al disotto del piano del ferro). In queste condizioni, la relazione ottenuta tra raggio di curvatura e sopraelevazione del binario è di seguito riportata (vedi anche figura 3):

whose radius is at least 200 m. Furthermore, the distance between rails centres  $d_0$  amounts 1,070 mm, since the track gauge is 1,000 mm and the head width of rails UIC54 is 70 mm (measured 14 mm below the track plane). Under these conditions, the obtained relation between curve radius and track cant is as follows (see also fig. 3):

$$\text{If } R \leq 526.54 \text{ m} \rightarrow h = 110 \text{ mm} \quad (4.a)$$

$$\text{If } R > 526.54 \text{ m} \rightarrow h = 70 + \frac{21,061.67}{R} \quad (4.b)$$

Note that  $R$  is measured in meters and  $h$  obtained in millimeters in Equation (4.b).

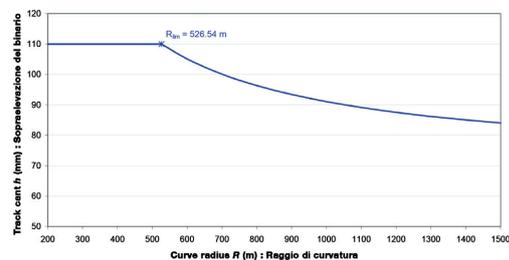


Fig. 3 – Relazione applicata tra sopraelevazione del binario e raggio di curvatura. Applied relation between track cant and curve radius.

#### 4.2. Restrictions of unbalanced centrifugal acceleration perceived by passengers (quasi-static lateral acceleration in carbody floor plane)

Although, strictly speaking, the analyses of the lateral acceleration in carbody floor plane are framed in the field of vehicle dynamics rather than in track mechanics, this acceleration must be considered within the present study since its limitations mean a relevant and frequently quite restrictive constraint concerning the alignment-layout in curves.

These restrictions are imposed in consideration of passengers comfort, but it must be reminded that the quasi-static lateral acceleration in carbody floor plane (i.e. the unbalanced centrifugal acceleration experienced by passengers) is only a small part of the much more complex comfort criteria, which involve mainly the frequency weighted RMS-values of lateral, vertical and longitudinal accelerations, as well as the time derivatives of such accelerations. Nonetheless, this study, taking into account its scope and purposes, focuses only on the parameter that is most explicitly concerned by the relation between radii and curving speed, namely the unbalanced centrifugal acceleration in carbody plane.

In this framework, the proportion between the quasi-static lateral acceleration in track plane ( $a_{v,t}$ ) and the unbalanced centrifugal acceleration perceived by passengers in carbody floor plane ( $a_{v,c}$ ) differ depending on the dissimilar

$$\text{Se } R \leq 526.54 \text{ m} \rightarrow h = 110 \text{ mm} \quad (4.a)$$

$$\text{Se } R > 526.54 \text{ m} \rightarrow h = 70 + \frac{21,061.67}{R} \quad (4.b)$$

Notare che  $R$  è misurata in metri e  $h$  in millimetri nell'Equazione (4.b).

**4.2. Restrizioni dell'accelerazione centrifuga non compensata percepita dai passeggeri (accelerazione laterale quasi statica nel piano del pavimento della cassa)**

Sebbene, strettamente parlando, le analisi dell'accelerazione laterale nel piano del pavimento della cassa siano inserite nel campo della dinamica del veicolo piuttosto che nella meccanica del binario, questa accelerazione deve essere considerata nell'ambito del presente studio poiché le sue limitazioni implicano un vincolo rilevante e frequentemente molto restrittivo per il tracciato in curva.

Queste restrizioni sono imposte in considerazione del comfort dei passeggeri, ma si deve rammentare che l'accelerazione laterale quasi statica nel piano del pavimento della cassa (cioè l'accelerazione centrifuga non compensata percepita dai passeggeri) è solo uno dei criteri di comfort, peraltro molto più complessi, che coinvolgono principalmente i valori efficaci ponderati in frequenza delle accelerazioni laterale, verticale e longitudinale, come pure le derivate rispetto al tempo di tali accelerazioni. Ciononostante, questo studio, tenendo in considerazione il suo campo di applicazione ed i suoi obiettivi, si focalizza esclusivamente sul parametro che è più esplicitamente interessato dalla relazione tra i raggi di curvatura e la velocità in curva, vale a dire l'accelerazione centrifuga non compensata nel piano della cassa.

In tale contesto, la proporzione tra l'accelerazione laterale quasi statica nel piano del ferro ( $a_{y,t}$ ) e l'accelerazione centrifuga non compensata percepita dai passeggeri nel piano del pavimento della cassa ( $a_{u,c}$ ) differisce a seconda del diverso comportamento dei veicoli in merito al movimento di rullio della cassa. In generale, questa relazione può essere valutata in accordo con la seguente espressione:

$$a_{u,c} = (1 + c_{\varphi,s}) \cdot a_{y,t} - g \cdot \sin \varphi_{act} = (1 + c_{\varphi,s}) \cdot \left( \frac{v^2}{R} - \frac{h}{d_0} \cdot g \right) - g \cdot \sin \varphi_{act} \quad (5)$$

In questa equazione,  $c_{\varphi,s}$  è il coefficiente di flessibilità delle sospensioni caratteristico di ogni veicolo;  $\varphi_{act}$  è l'angolo d'inclinazione attiva della cassa; e  $v$  è la velocità di marcia in una certa curva. Occorre notare che  $c_{\varphi,s}$  è definito come un valore negativo per i veicoli ad inclinazione passiva e, inoltre,  $\varphi_{act}$  è pari a zero nel caso di treni convenzionali e ad inclinazione passiva (vedi tabella 1).

Pertanto, la velocità massima in curva per ogni veicolo, in conformità alle limitazioni dell'accelerazione centrifuga non compensata percepita dai passeggeri, può essere valutata per mezzo della seguente equazione:

behaviour of vehicles regarding the roll motion of the carbody. In general, this relation can be assessed according to the following expression:

$$a_{u,c} = (1 + c_{\varphi,s}) \cdot a_{y,t} - g \cdot \sin \varphi_{act} = (1 + c_{\varphi,s}) \cdot \left( \frac{v^2}{R} - \frac{h}{d_0} \cdot g \right) - g \cdot \sin \varphi_{act} \quad (5)$$

In this equation,  $c_{\varphi,s}$  stands for the suspensions' coefficient of flexibility characteristic of each vehicle;  $\varphi_{act}$  is the angle of active carbody tilting; and  $v$  is the running speed in a certain curve. Note that  $c_{\varphi,s}$  is defined as a negative value for passive tilting vehicles and, besides,  $\varphi_{act}$  is equal to zero in case of conventional and passive tilting trains (see table 1).

Therefore, the maximum speed in curves for each vehicle in compliance with the limitations of unbalanced centrifugal acceleration experienced by passengers can be evaluated by means of the following equation:

$$v = \sqrt{\left( \frac{a_{u,c}}{1 + c_{\varphi,s}} + \left( \frac{h}{d_0} + \frac{\sin \varphi_{act}}{1 + c_{\varphi,s}} \right) \cdot g \right) \cdot R} \quad (6)$$

However, from the point of view of the alignment-layout design, the calculation of the minimum radius required for running in curves at a certain aimed speed is more interesting. Thus, according to the criterion related to passengers comfort, this radius would be given by means of Equation (7):

$$R = \frac{v^2}{\frac{a_{u,c}}{1 + c_{\varphi,s}} + \left( \frac{h}{d_0} + \frac{\sin \varphi_{act}}{1 + c_{\varphi,s}} \right) \cdot g} \quad (7)$$

Regarding Equations (5), (6) and (7), it is important to be aware that the track cant  $h$  is not a constant, but a function of the radius  $R$  as stated in Equations (1.a) and (1.b). The incorporation of this function, along with the Equations (2) and (3), leads to the arrangement of the following forms of Equation (7):

$$R = \frac{v^2}{\frac{a_{u,c}}{1 + c_{\varphi,s}} + \left( \frac{h_{lim}}{d_0} + \frac{\sin \varphi_{act}}{1 + c_{\varphi,s}} \right) \cdot g} \quad \text{only if } R \leq R_{lim} \quad (8.a)$$

$$R = \frac{v^2 - v^2}{\frac{a_{u,c}}{1 + c_{\varphi,s}} + \left( \frac{h_{c,adm}}{d_0} + \frac{\sin \varphi_{act}}{1 + c_{\varphi,s}} \right) \cdot g} \quad \text{only if } R > R_{lim} \quad (8.b)$$

For the particular application to the case of study, the upper limit of unbalanced centrifugal acceleration measured in carbody floor plane ( $a_{u,c}$ ) has been fixed at 0.65 m/s<sup>2</sup>, which provides an excellent comfort level for seated passengers and very good for standing-up riders, according to the indications of [1] and [20; pp. 114-116]. On the other hand, the rest of design parameters conserve the same values as previously defined.

Thus, under the stated conditions, the minimum radii required for compliance with restrictions of unbalanced centrifugal acceleration perceived by passengers at several curving speeds can be computed on the basis of Equations (8.a)

$$v = \sqrt{\left( \frac{a_{u,c}}{1 + c_{\varphi,s}} + \left( \frac{h}{d_0} + \frac{\sin \varphi_{act}}{1 + c_{\varphi,s}} \right) \cdot g \right) \cdot R} \quad (6)$$

Comunque dal punto di vista del progetto planoaltimetrico, è più interessante il calcolo del raggio minimo richiesto per la marcia in curva ad una certa velocità. Così, in accordo con il criterio relativo al comfort dei passeggeri, tale raggio è dato dall'Equazione (7):

$$R = \frac{v^2}{\frac{a_{u,c}}{1 + c_{\varphi,s}} + \left( \frac{h}{d_0} + \frac{\sin \varphi_{act}}{1 + c_{\varphi,s}} \right) \cdot g} \quad (7)$$

In relazione alle equazioni (5), (6) e (7), è importante essere consapevoli che la sopraelevazione del binario  $h$  non è una costante, ma una funzione del raggio  $R$  come dichiarato nelle Equazioni (1.a) e (1.b). L'incorporazione di questa funzione e delle Equazioni (2) e (3), conduce alla riformulazione dell'Equazione (7):

$$R = \frac{v^2}{\frac{a_{u,c}}{1 + c_{\varphi,s}} + \left( \frac{h_{lim}}{d_0} + \frac{\sin \varphi_{act}}{1 + c_{\varphi,s}} \right) \cdot g} \quad \text{solo se } R \leq R_{lim} \quad (8.a)$$

$$R = \frac{v^2 - v^2}{\frac{a_{u,c}}{1 + c_{\varphi,s}} + \left( \frac{h_{E,adm}}{d_0} + \frac{\sin \varphi_{act}}{1 + c_{\varphi,s}} \right) \cdot g} \quad \text{solo se } R > R_{lim} \quad (8.b)$$

Only if: solo se

Per la particolare applicazione al caso di studio, il limite superiore dell'accelerazione centrifuga non compensata misurata nel piano del pavimento della cassa ( $a_{u,c}$ ) è stato fissato a  $0.65 \text{ m/s}^2$ , valore che fornisce un eccellente livello di comfort per i passeggeri seduti ed un livello molto buono per i passeggeri in piedi, in accordo con le indicazioni di [1] e [20; pp. 114-116]. Per contro, i rimanenti parametri di progetto conservano gli stessi valori precedentemente definiti.

Così, nelle condizioni dichiarate, i raggi minimi richiesti per la conformità ai vincoli di accelerazione centrifuga non compensata percepita dai

or (8.b). This application, for each narrow gauge vehicle, leads to the results shown in table 2. This relation between curve radius and running speed is also represented in fig. 4.

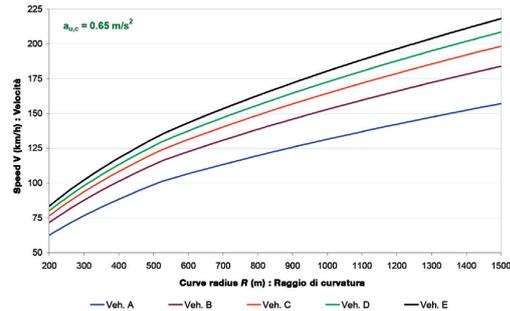


Fig. 4 - Relazione tra raggio di curvatura e velocità massima ammissibile in curva in accordo con i vincoli di accelerazione centrifuga non compensata percepita dai passeggeri. Relation between curve radius and maximum admissible curving speed according to the restrictions of unbalanced centrifugal acceleration perceived by passengers.

Furthermore, it should be indicated that, as the curving speeds are increased, the length of the transition curves must very likely be also augmented in relation to the current values in order to comply with the restrictions in the rates of change with respect to time of cant and cant defi-

TABELLA 2 – TABLE 2

RAGGI DI CURVATURA RICHIESTI PER RISPETTARE I VINCOLI DI ACCELERAZIONE CENTRIFUGA NON COMPENSATA PERCIPITA DAI PASSEGGERI NEL PIANO DEL PAVIMENTO DELLA CASSA - REQUIRED CURVE RADII TO SATISFY THE RESTRICTIONS OF UNBALANCED CENTRIFUGAL ACCELERATION PERCEIVED BY PASSENGERS IN CARBODY FLOOR PLANE

Velocità in curva Speed on curve	Raggi minimi richiesti (m) Minimum radii required (m)				
	Veicolo A (Vehicle A)	Veicolo B (Vehicle B)	Veicolo C (Vehicle C)	Veicolo D (Vehicle D)	Veicolo E (Vehicle E)
V = 70 km/h	≥ 250.81	≥ 191.18	≥ 167.23	≥ 152.85	≥ 140.78
V = 80 km/h	≥ 327.59	≥ 249.71	≥ 218.42	≥ 199.64	≥ 183.87
V = 90 km/h	≥ 414.60	≥ 316.04	≥ 276.44	≥ 252.66	≥ 232.71
V = 100 km/h	≥ 511.85	≥ 390.17	≥ 341.28	≥ 311.93	≥ 287.30
V = 110 km/h	≥ 649.13 <sup>(1)</sup>	≥ 472.10	≥ 412.95	≥ 377.44	≥ 347.63
V = 120 km/h	≥ 804.66 <sup>(1)</sup>	≥ 569.87	≥ 491.44	≥ 449.18	≥ 413.71
V = 130 km/h	≥ 973.70 <sup>(1)</sup>	≥ 689.59	≥ 586.47	≥ 527.27	≥ 485.53
V = 140 km/h	≥ 1,156.27 <sup>(1)</sup>	≥ 818.88	≥ 696.44	≥ 626.14	≥ 568.88
V = 150 km/h	≥ 1,352.36 <sup>(1)</sup>	≥ 957.76	≥ 814.55	≥ 732.32	≥ 665.36
V = 160 km/h	≥ 1,561.98 <sup>(1)</sup>	≥ 1,106.21	≥ 940.80	≥ 845.83	≥ 768.49

<sup>(1)</sup> Grandezze ipotetiche calcolate se si assume che il veicolo A sia in grado di raggiungere le rispettive velocità. Hypothetical quantities computed if vehicle A is assumed to be able to reach the respective speeds.)

passaggeri a diverse VELOCITA' IN CURVA possono essere calcolati sulla base delle Equazioni (8.a) o (8.b). Questa applicazione, per ogni veicolo a scartamento ridotto, conduce ai risultati mostrati in tabella 2. Questa relazione tra raggio di curvatura e velocità di marcia è anche rappresentata in figura 4.

Inoltre, si dovrebbe richiedere che, al crescere della velocità in curva, la lunghezza delle curve di transizione debba verosimilmente essere aumentata rispetto ai valori correnti al fine di soddisfare i vincoli relativi ai tassi di variazione rispetto al tempo della sopraelevazione e dell'insufficienza di sopraelevazione. Inoltre, questo ampliamento delle curve di transizione è particolarmente interessante per ottenere una prestazione idonea e priva di attrito di quei veicoli dotati di sistemi di inclinazione.

**5. Meccanica del binario riguardo alle forze trasversali (direzione y)**

**5.1. Prevenzione dello spostamento laterale del binario**

Nella direzione y, deve essere garantito che le forze di spostamento trasversale esercitate dai veicoli in marcia non ecceda il valore limite della resistenza laterale del binario al fine di evitare eccessivi spostamenti permanenti del binario.

La forza di spostamento trasversale applicata da una sala montata (S) sarà valutata in questo caso come composta da due componenti di differente natura ([19; pp. 2.69-2.70], [20; p. 243]):

- La prima componente è la forza quasi-statica ( $S_{OS}$ ) dovuta all'accelerazione laterale nel piano del ferro, che si origina durante il transito in curva quando la velocità di marcia differisce dalla velocità di equilibrio. Comunque la distribuzione delle forze trasversali tra le due sale montate di un carrello è in generale non omogenea ([25; p. 379], [20; p. 245]). A tal riguardo, la distribuzione di queste forze è più uniforme per i carrelli la cui sospensione primaria è dotata di bassa rigidità d'imbardata (carrelli "radiali" con guida flessibile delle sale montate) [3; p. 9.13]. In ogni caso la differenza tra la forza quasi-statica esercitata da una delle sale montate e il valore medio deve essere tenuta in conto per mezzo del coefficiente adimensionale  $\beta$ , introdotto nell'Equazione (9). Tale espressione valuta il valore assoluto della massima forza di spostamento quasi statica ( $S_{OS}^{max}$ ) trasmessa al binario da una sala montata. Questa forza agisce verso la rotaia esterna della curva nel caso usuale di insufficienza di sopraelevazione e verso la rotaia interna quando si ha eccesso di sopraelevazione.

$$S_{OS}^{max} = \beta_1 \cdot P_0 \cdot a_{y,t} = \beta_1 \cdot P_0 \cdot \left[ \frac{v^2}{R} - \frac{h}{d_0} \cdot g \right] \quad (9)$$

Nell'equazione (9),  $P_0$  è la massa totale per sala montata del veicolo in considerazione. Per quanto concer-

ciency. Moreover, this enlargement of transition curves is particularly interesting to achieve a suitable and smooth performance of those vehicles provided with tilting systems.

**5. Track mechanics regarding transversal forces (y-direction)**

**5.1. Prevention of lateral track displacement**

In y-direction, it must be ensured that the transversal shift forces exerted by the running vehicles do not exceed the limit value of lateral track resistance in order to avoid any excessive permanent track displacement.

The transversal shift force applied by a wheelset (S) will be estimated in this case as comprised by two components of different nature ([19; pp. 2.69-2.70], [20; p. 243]):

- The first component is the quasi-static force ( $S_{OS}$ ) due to lateral acceleration in track plane, which arises during pass through curves when running speed differs from equilibrium velocity. However, the distribution of transversal forces between the two wheelsets of a bogie is uneven in general ([25; p. 379], [20; p. 245]). In this regard, the distribution of these forces is more uniform for bogies whose primary suspension is provided with a properly low yaw stiffness ("radial" bogies with flexible wheelsets guidance) [3; p. 9.13]. In any case, the difference between the quasi-static force exerted by one of the wheelsets and the mean value has to be accounted by means of the dimensionless coefficient  $\beta$ , introduced into Equation (9). Such expression evaluates the absolute value of the maximum quasi-static shift force ( $S_{OS}^{max}$ ) transmitted to the track by a wheelset. This force points towards the outer rail of the curve in the usual case of cant deficiency and towards the inner rail when cant excess occurs.

$$S_{OS}^{max} = \beta_1 \cdot P_0 \cdot a_{y,t} = \beta_1 \cdot P_0 \cdot \left[ \frac{v^2}{R} - \frac{h}{d_0} \cdot g \right] \quad (9)$$

In Equation (9),  $P_0$  is the total mass per wheelset of the vehicle under consideration. Concerning the coefficient  $\beta$ , values between 1.1 ([25; p. 379], [19; p. 2.70], [20; p. 245]) and 1.2 [21; p. 73] have been indicated. Within the scope of this study, a value of 1.20 will be adopted for  $\beta$ .

- The second component ( $S_D$ ) comprises the dynamic lateral forces caused by track irregularities, self-generated vehicle motions (such as hunting) and other unstabilities in running behaviour. Actually, these forces are influenced, among others, mainly by the bogie performance, the stiffness and damping of suspensions and, on the other hand, by the track quality in terms of defects of alignment, longitudinal level and twist. Nevertheless, in a much more basic approach, it could be assumed that the upper bound of the dynamic lateral forces applied by a wheelset ( $S_D^{max}$ ) is given by Equation (10), which was derived by Prud'homme on the basis of

ne il coefficiente  $\beta_1$ , sono stati indicati valori tra 1.1 ([25; p. 379], [19; p. 2.70], [20; p. 245]) e 1.2 [21; p. 73]. Nell'ambito dello scopo del presente studio, sarà adottato un valore di 1.20 per  $\beta_1$ .

- La seconda componente ( $S_D$ ) comprende le forze dinamiche laterali causate dalle irregolarità del binario, i movimenti autogenerati del veicolo (come ad esempio il galoppo) ed altre instabilità di marcia. In effetti, queste forze sono principalmente influenzate, tra l'altro, dalle prestazioni del carrello, dalla rigidità e dallo smorzamento delle sospensioni e, d'altra parte, dalla qualità del binario in termini di difetti di tracciato, di livello longitudinale e torsione. Ciò nonostante, in un approccio molto più basilare, si potrebbe assumere che il limite superiore delle forze dinamiche laterali esercitate da una sala montata ( $S_D^{max}$ ) sia dato dall'Equazione (10), che è stata derivata da Prud'homme sulla base di prove sperimentali effettuate nel contesto della prima SNCF. Questo limite superiore è considerato valido anche quando la qualità del binario è più povera del solito e sono impiegati carrelli convenzionali –cioè non troppo evoluti. In tal modo, l'espressione per la stima di  $S_D^{max}$  diviene esplicitamente dipendente solo dal carico statico per sala montata e dalla velocità di marcia ([20; pp. 245-246], [25; p. 380], [31; p. 52], [19; p. 2.72], [2; p. 66]):

$$S_D^{max} = \frac{P_0 \cdot V'}{1,000} \quad (10)$$

Occorre notare che l'Equazione (10) è organizzata in modo tale che la massa totale per sala montata  $P_0$  deve essere espressa in tonnellate forza e la velocità di marcia  $V'$  in chilometri per ora. Inoltre, anche il valore risultante di  $S_D^{max}$  è espresso in tonnellate forza.

D'altra parte, il valore limite minimo della resistenza laterale del binario ( $L_{min}$ ) è solitamente fissato per mezzo del criterio di Prud'homme ([3; p. 9.15], [19; p. 4.28], [20; p. 257], [21; p. 78], [18; p. 74], [25; pp. 418-423], [31; pp. 61-62], [2; p. 64]). Questo limite di  $L_{min}$  è stato determinato per binari a scartamento standard (1,435 mm) con condizioni corrispondenti a quelle di binario di recente posa o massciata di recente rinalzata (cioè binario non stabilizzato). Dopo un certo carico di traffico, la resistenza allo spostamento trasversale è significativamente cresciuta, cosicché l'effettiva resistenza laterale del binario è, nella maggior parte dei casi, considerevolmente maggiore del limite definito dal criterio di Prud'homme [3; p. 9.15], che è spesso considerato come un'assunzione alquanto pessimistica [18; p. 74]. Ciò nonostante, poiché il limite di Prud'homme è stato ottenuto specificamente per i binari a scartamento standard, è certamente consigliabile tenere in considerazione la riduzione della resistenza laterale del binario che ci si aspetta verificarsi nei binari a scartamento ridotto rispetto a quelli a scartamento standard. A tal riguardo, alcune fonti [14], basate su assunzioni in qualche modo semplicistiche, suggeriscono che il valore limite minimo della resistenza laterale

experimental tests developed in the frame of the former SNCF. This upper bound is considered as valid even when track quality is poorer than usual and conventional bogies –i.e. not overly advanced– are employed. In this way, the expression for estimation of  $S_D^{max}$  becomes explicitly dependent only on static load per wheelset and running speed ([20; pp. 245-246], [25; p. 380], [31; p. 52], [19; p. 2.72], [2; p. 66]):

$$S_D^{max} = \frac{P_0 \cdot V'}{1,000} \quad (10)$$

Note that Equation (10) is arranged in such a way that the total mass per wheelset  $P_0$  must be entered in tonnes-force and the running speed  $V'$  in kilometres per hour. Moreover, the resulting value for  $S_D^{max}$  is also quantified in tonnes-force.

On the other hand, the minimum limit value for lateral track resistance ( $L_{min}$ ) is usually fixed by means of the Prud'homme criterion ([3; p. 9.15], [19; p. 4.28], [20; p. 257], [21; p. 78], [18; p. 74], [25; pp. 418-423], [31; pp. 61-62], [2; p. 64]). This limit of  $L_{min}$  was determined for standard gauge tracks (1,435 mm) with conditions corresponding to newly laid track or tamped ballast (i.e. non-stabilized track). After a certain traffic load, the resistance against transversal shift is significantly increased, so the actual lateral track resistance is, in most cases, considerably higher than the limit defined by Prud'homme criterion [3; p. 9.15], which is often considered as a quite pessimistic assumption [18; p. 74]. Nevertheless, since the Prud'homme limit was obtained specifically for standard gauge tracks, it is certainly advisable to take into account the reduction of lateral track resistance that is expected to come about in narrow gauge tracks in relation to standard gauge ones. In this respect, some sources [14], based on somewhat simplistic assumptions, suggest that the minimum limit value of lateral track resistance for metre gauge amounts to about 80% of that proposed for standard gauge. According to this hypothesis, the adaptation of the Prud'homme limit to metre gauge tracks would result in the following equation:

$$L_{min} = \left[ \beta_2 \cdot \left( 1 + \frac{P_0}{3} \right) \right] \cdot 0.80 \quad (11)$$

As regards to Equation (11), it is necessary to be aware that  $L_{min}$  and  $P_0$  are both measured in tonnes-force. Concerning the dimensionless coefficient  $\beta_2$ , two possible values (0.85 or 1.00) are generally considered, depending on the class of rolling stock [3; p. 9.15], on the sleeper type [18; p. 74] or even on other factors. Although the most usual practice in some railway administrations has consisted in applying the most restrictive value (i.e. 0.85) presumably in order to empirically account for curvature and thermal loads [17; p. 9], the European Standard EN 14363:2005 states that this coefficient has to be defined as dependent on the type of rolling stock, establishing values of 1.00 for locomotives, self-propelled trains and passenger coaches and 0.85 for freight wagons [5; p. 51]. Therefore, according to the class of vehicles on which the present study is exclu-

del binario per scartamento metrico ammonti a circa l'80% di quello proposto per lo scartamento standard. In accordo con questa ipotesi, l'adattamento del limite di Prud'homme ai binari a scartamento metrico condurrebbe alla seguente Equazione:

$$L_{min} = \left[ \beta_2 \cdot \left( 1 + \frac{P_0}{3} \right) \right] \cdot 0.80 \quad (11)$$

Per quanto attiene all'Equazione (11), è necessario essere consapevoli che  $L_{min}$  e  $P_0$  sono entrambe misurate in tonnellate forza. Per quanto riguarda il coefficiente adimensionale  $\beta_2$ , sono generalmente considerati due possibili valori (0.85 o 1.00), a seconda della classe del materiale rotabile [3; p. 9.15], del tipo di traversina [18; p. 74] o anche di altri fattori. Sebbene la pratica più usuale in alcune amministrazioni ferroviarie è consistita nell'applicare il valore più restrittivo (cioè 0.85) al fine presumibilmente di tenere in conto empiricamente i carichi termici e di curvatura [17; p. 9], la Norma Europea EN 14363:2005 afferma che questo coefficiente deve essere definito come dipendente dal tipo di materiale rotabile, stabilendo valori pari a 1.00 per locomotive, treni a propulsione autonoma e carrozze passeggeri e pari a 0.85 per i vagoni merci [5; p. 51]. Pertanto, in accordo con la classe dei veicoli sulla quale si incentra in modo esclusivo il presente studio, sarà scelto il valore 1.00 per il parametro  $\beta_2$  nella valutazione della condizione di spostamento laterale del binario.

Così, in un approccio globale, il confronto tra la massima forza di spostamento trasversale esercitata ( $S_{max}$ ) e la minima resistenza laterale del binario ( $L_{min}$ ) conduce alla formulazione della seguente condizione:

$$S_{max} \leq L_{min} \Rightarrow S_{OS}^{max} + S_D^{max} + S_D^{max} \leq L_{min} \quad (12)$$

Se l'equazione (12) è sviluppata in modo tale che le unità di misura utilizzate nell'Equazione (9) siano compatibili con quelle impiegate nelle equazioni (10) e (11), si ottiene la condizione seguente:

$$\beta_1 \cdot P_0 \cdot \left[ \frac{V^2}{3.6^2 \cdot g \cdot R} - \frac{h}{d_0} + \frac{P_0 \cdot V'}{1,000} \right] \leq 0.80 \cdot \beta_2 \cdot \left( 1 + \frac{P_0}{3} \right) \quad (13)$$

Pertanto, la prescrizione espressa dall'equazione (13) può essere utilizzata al fine di determinare la velocità massima che, per una data curva ed un particolare veicolo, rispetterebbe strettamente la condizione relativa allo spostamento laterale del binario. In modo reciproco, essa consente il calcolo del raggio minimo richiesto per una specifica velocità in curva nel rispetto di tale criterio. Queste soluzioni sono fornite rispettivamente dalle Equazioni (14) e (15):

$$V \leq \sqrt{4.19904 \cdot 10^6 \cdot \left( \frac{g \cdot R}{\beta_1} \right)^2 + 12.96 \cdot \frac{0.80 \cdot \beta_2}{\beta_1} \cdot g \cdot R \cdot \left( \frac{1}{P_0} + \frac{1}{3} + \frac{\beta_1}{0.80 \cdot \beta_2} \cdot \frac{h}{d_0} \right) - 0.00648 \cdot \frac{g \cdot R}{\beta_1}} \quad (14)$$

$$R \geq \frac{\beta_1 \cdot V'}{12.96 \cdot g \cdot \left[ 0.80 \cdot \beta_2 \cdot \left( \frac{1}{P_0} + \frac{1}{3} \right) + \beta_1 \cdot \frac{h}{d_0} - \frac{V'}{1,000} \right]} \quad (15)$$

Per quanto riguarda le equazioni (13), (14) e (15) è fondamentale essere consapevoli che alcune grandezze devono essere necessariamente espresse nelle seguenti

sivamente focalizzate, il valore 1.00 sarà scelto per  $\beta_2$  in valutazione della laterale track displacement condition.

Thus, in the overall approach, the comparison between maximum transversal shift force exerted ( $S_{max}$ ) and minimum lateral resistance of the track ( $L_{min}$ ) leads to the arrangement of the following condition:

$$S_{max} \leq L_{min} \Rightarrow S_{OS}^{max} + S_D^{max} + S_D^{max} \leq L_{min} \quad (12)$$

If Equation (12) is developed in such a way that the units of measurement used in Equation (9) are compatible with the ones employed in (10) and (11), the next condition is obtained:

$$\beta_1 \cdot P_0 \cdot \left[ \frac{V^2}{3.6^2 \cdot g \cdot R} - \frac{h}{d_0} + \frac{P_0 \cdot V'}{1,000} \right] \leq 0.80 \cdot \beta_2 \cdot \left( 1 + \frac{P_0}{3} \right) \quad (13)$$

Therefore, the requirement expressed in Equation (13) can be used in order to determine the maximum speed that, for a certain curve and a particular vehicle, would comply strictly with the lateral track displacement condition. Reciprocally, it enables the calculation of the minimum radius required for a specific curving speed in observance of this criterion. These solutions are given respectively in Equations (14) and (15):

$$V \leq \sqrt{4.19904 \cdot 10^6 \cdot \left( \frac{g \cdot R}{\beta_1} \right)^2 + 12.96 \cdot \frac{0.80 \cdot \beta_2}{\beta_1} \cdot g \cdot R \cdot \left( \frac{1}{P_0} + \frac{1}{3} + \frac{\beta_1}{0.80 \cdot \beta_2} \cdot \frac{h}{d_0} \right) - 0.00648 \cdot \frac{g \cdot R}{\beta_1}} \quad (14)$$

$$R \geq \frac{\beta_1 \cdot V'}{12.96 \cdot g \cdot \left[ 0.80 \cdot \beta_2 \cdot \left( \frac{1}{P_0} + \frac{1}{3} \right) + \beta_1 \cdot \frac{h}{d_0} - \frac{V'}{1,000} \right]} \quad (15)$$

Concerning Equations (13), (14) and (15), it is a fundamental point to be aware that some quantities must necessarily be entered in the following units:  $V'$  in km/h,  $R$  in meters,  $P_0$  in tonnes-force and  $g$  in  $m/s^2$ . Moreover,  $h$  and  $d_0$  have to be measured in the same length unit, whichever it is. On the other hand, it must be kept in mind that track cant  $h$  acts as a function of curve radius  $R$ , i.e.  $h=h(R)$  according to Equations (1.a) and (1.b).

Therefore, in this way, the application of Equation (15) to the vehicles under study would lead to the minimum radii summarized in table 3 for several curving speeds on metre gauge tracks. The corresponding functions are also graphed in fig. 5. Observe that all these results have been obtained by assuming values of 1.20 and 1.00 for coefficients  $\beta_1$  and  $\beta_2$  respectively. Concerning such results, note that the slightly larger required radii for vehicles B, C, D and E with respect to vehicle A arise exclusively due to their higher weight per wheelset.

Nevertheless, it should be mentioned that some appropriate measures, if necessary or advantageous, could be applied in the sharp curves with the aim to increase the lateral track resistance in such curves over the limit proposed by the Prud'homme criterion. Therefore, the implementation of these measures –which are among others the attachment of sleeper anchors, the use of weighted or heavier sleepers and the increase of height in the lateral ballast shoulder– will allow either higher speeds or lower minimum radii. In addition, the mentioned measures are also able to improve considerably

TABELLA 3 – TABLE 3

RAGGI MINIMI DI CURVATURA RICHIESTI PER RISPETTARE IL CRITERIO DELLA PREVENZIONE DELLO SPOSTAMENTO LATERALE DEL BINARIO - MINIMUM REQUIRED CURVE RADII IN ORDER TO COMPLY WITH THE CRITERION OF PREVENTION OF LATERAL TRACK DISPLACEMENT

Velocità in curva Speed on curve	Raggi minimi richiesti (m) Minimum radii required (m)				
	Veicolo A (Vehicle A)	Veicolo B (Vehicle B)	Veicolo C (Vehicle C)	Veicolo D (Vehicle D)	Veicolo E (Vehicle E)
V = 70 km/h	≥ 111.79	≥ 119.28	≥ 120.55	≥ 122.41	≥ 124.00
V = 80 km/h	≥ 149.62	≥ 159.92	≥ 161.67	≥ 164.22	≥ 166.41
V = 90 km/h	≥ 194.17	≥ 207.90	≥ 210.23	≥ 213.65	≥ 216.58
V = 100 km/h	≥ 245.95	≥ 263.83	≥ 266.88	≥ 271.33	≥ 275.17
V = 110 km/h	≥ 305.56 <sup>(1)</sup>	≥ 328.41	≥ 332.31	≥ 338.02	≥ 342.94
V = 120 km/h	≥ 373.62 <sup>(1)</sup>	≥ 402.39	≥ 407.31	≥ 414.53	≥ 420.75
V = 130 km/h	≥ 450.87 <sup>(1)</sup>	≥ 486.64	≥ 492.78	≥ 501.79	≥ 509.55
V = 140 km/h	≥ 539.83 <sup>(1)</sup>	≥ 591.26	≥ 600.23	≥ 613.49	≥ 625.00
V = 150 km/h	≥ 653.20 <sup>(1)</sup>	≥ 717.80	≥ 729.11	≥ 745.85	≥ 760.41
V = 160 km/h	781.46 <sup>(1)</sup>	≥ 861.79	≥ 875.92	≥ 896.86	≥ 915.09

<sup>(1)</sup> Grandezze ipotetiche calcolate se si assume che il veicolo A sia in grado di raggiungere le rispettive velocità. Hypothetical quantities computed if vehicle A is assumed to be able to reach the respective speeds.

unità:  $V'$  in km/h,  $R$  in metri,  $P_0$  in tonnellate forza e  $g$  in  $m/s^2$ . Inoltre,  $h$  e  $d_0$  devono essere misurate nella stessa unità di lunghezza, qualunque essa sia. D'altra parte, si deve rammentare che la sopraelevazione del binario  $h$  è funzione del raggio di curvatura  $R$ , cioè  $h=h(R)$  in conformità alle equazioni (1.a) e (1.b).

Pertanto, in tal modo, l'applicazione dell'equazione (15) ai veicoli in considerazione condurrebbe ai raggi di curvatura minimi sintetizzati nella Tabella 3 per differenti VELOCITA' IN CURVA su binari a scartamento metrico. Le corrispondenti funzioni sono graficate in figura 5. È necessario osservare che tutti questi risultati sono stati ottenuti assumendo valori di 1.20 e rispettivamente 1.00 per i coefficienti  $\beta_1$  e  $\beta_2$ . In relazione a tali risultati, occorre notare che raggi di curvatura richiesti lievemente maggiori per i veicoli B, C, D ed E rispetto al caso del veicolo A derivano esclusivamente dal loro maggior peso per sala montata.

Ciò nonostante, si dovrebbe menzionare che alcune appropriate misure, se necessarie o vantaggiose, possono essere applicate nelle curve strette allo scopo di aumentare la resistenza laterale del binario in tali curve al di sopra del limite proposto dal criterio di Prud'homme. Pertanto, l'implementazione di queste misure – alcune delle quali sono i dispositivi di ancoraggio delle traversine, l'utilizzo di traversine caricate o più pesanti e l'incremento di quota del rinfianco laterale (delle traverse) con massiccata – consentirà velocità più elevate e raggi di curvatura minimi. In aggiunta, le misure citate sono anche in grado di migliorare considerevolmente l'opposizione del binario allo slineamento laterale (Sezione 6, nella seconda parte dell'articolo).

**5.2. Confronto tra i criteri di spostamento laterale del binario e di accelerazione centrifuga non compensata percepita dai passeggeri**

Poichè i vincoli finalizzati ad evitare lo spostamento laterale del binario e le regole relative all'accelerazione centrifuga non compensata percepita dai passeggeri durante il transito in curva devono essere entrambi soddisfatti nella determinazione dei raggi di curvatura minimi per una cer-

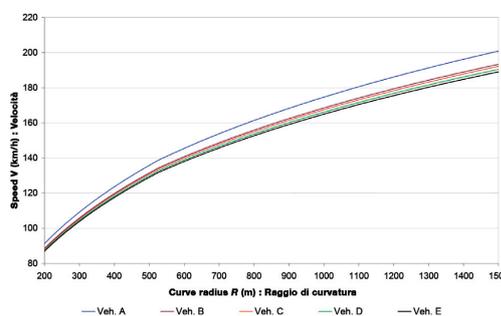


Fig. 5 – Relazione tra raggio di curvatura e velocità massima ammissibile in curva in conformità con il criterio per evitare lo spostamento laterale del binario. Relation between curve radius and maximum admissible curving speed in compliance with the criterion for avoidance of lateral track displacement.

the opposition of the track to lateral buckling (Section 6, in the second part of the article).

**5.2. Comparison between criteria of lateral track displacement and unbalanced centrifugal acceleration perceived by passengers**

Since restrictions concerning avoidance of lateral track displacement and regulations in relation with unbalanced centrifugal acceleration experienced by passengers during pass through curves must be both satisfied in the fixation

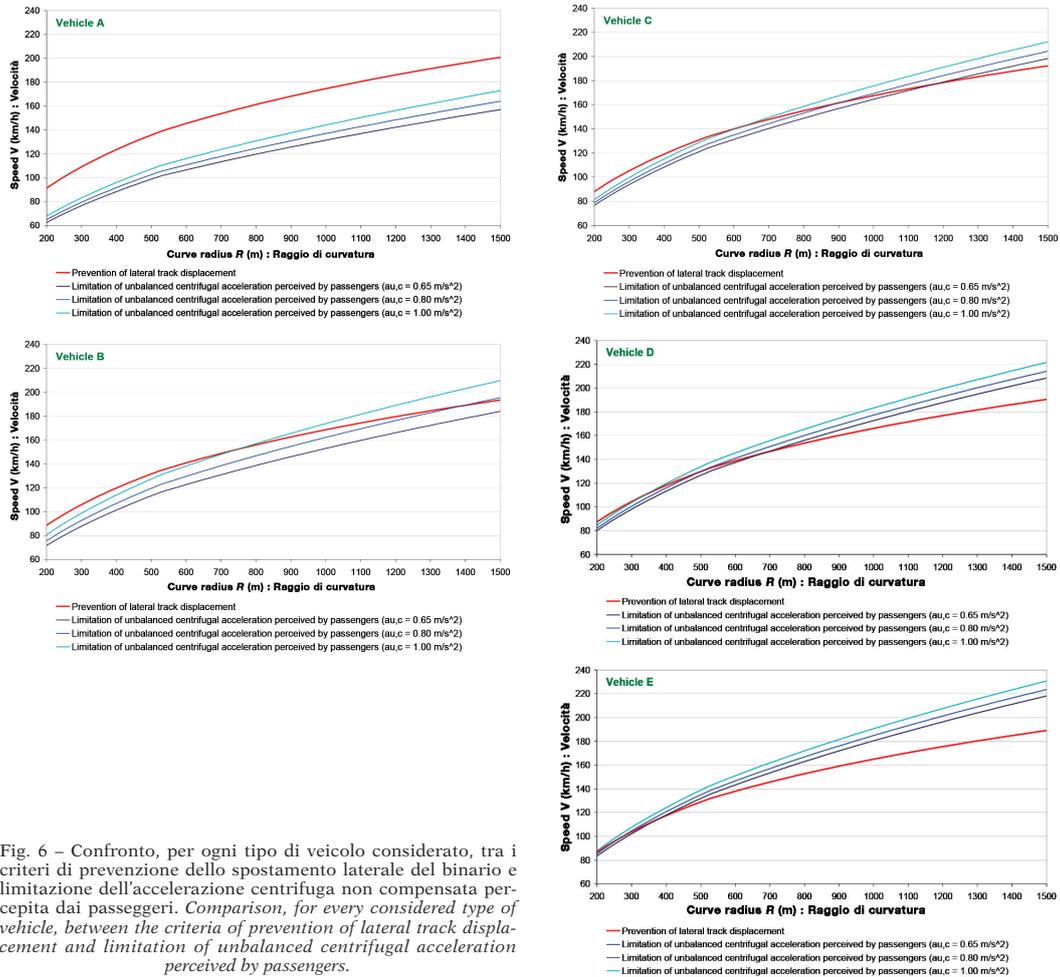


Fig. 6 – Confronto, per ogni tipo di veicolo considerato, tra i criteri di prevenzione dello spostamento laterale del binario e limitazione dell’accelerazione centrifuga non compensata percepita dai passeggeri. Comparison, for every considered type of vehicle, between the criteria of prevention of lateral track displacement and limitation of unbalanced centrifugal acceleration perceived by passengers.

ta velocità in curva, il confronto tra questi due limiti rappresenta un aspetto interessante al fine di determinare quale di essi è il più restrittivo in ogni possibile caso.

Così la figura 6 e la tabella 4 confrontano entrambi i criteri per ogni veicolo considerato e stabiliscono l’intervallo di velocità o di raggio di curvatura in cui i detti criteri rappresentano un vincolo più restrittivo. Nonostante il limite superiore dell’accelerazione centrifuga ammissibile non compensata, misurata sul piano del pavimento della cassa, era stata fissata a  $0.65 \text{ m/s}^2$  nella sottosezione 3.2, due nuovi possibili limiti – meno restrittivi del precedente – sono stati introdotti in questa valutazione, sebbene essi saranno considerati solo per scopo di confronto. Questi limiti aggiuntivi sono fissati a 0.80 e  $1.00 \text{ m/s}^2$ .

of the minimum radii for a certain curving speed, the comparison between these two limitations represents an interesting aspect in order to determine which of them is more restrictive in each possible case.

Thus, fig. 6 and table 4 compare both criteria for every considered vehicle and establish the range of speeds or curve radii where each one of them constitutes a more limiting constraint. Despite the upper bound of allowable unbalanced centrifugal acceleration measured in carbody floor plane had been fixed at  $0.65 \text{ m/s}^2$  in Subsection 3.2, two new possible limits – less restrictive than the previous one – have been introduced into this assessment, although they will be considered only for comparison purposes. These additional limits are settled at 0.80 and  $1.00 \text{ m/s}^2$ .

TABELLA 4 – TABLE 4

INTERVALLI DI VELOCITA' IN CURVA O DI RAGGIO DI CURVATURA IN CUI OGNI CRITERIO (PREVENZIONE DELLO SPOSTAMENTO LATERALE DEL BINARIO O LIMITAZIONE DELL'ACCELERAZIONE CENTRIFUGA NON COMPENSATA PERCEPITA DAI PASSEGGERI) RAPPRESENTA UN VINCOLO PIU' RESTRITTIVO - INTERVALS OF CURVING SPEEDS OR CURVE RADII WHERE EACH CRITERION (PREVENTION OF LATERAL TRACK DISPLACEMENT OR LIMITATION OF UNBALANCED CENTRIFUGAL ACCELERATION PERCEIVED BY PASSENGERS) REPRESENTS A MORE RESTRICTIVE CONSTRAINT

Veicolo <i>Vehicle</i>	Criterio più restrittivo <i>Most restrictive criterion</i>	Accelerazione laterale quasi statica massima ammessa nel piano del pavimento della cassa <i>Maximum allowable quasi-static lateral acceleration in carbody floor plane</i>		
		$a_{u,c} = 0.65 \text{ m/s}^2$	$a_{u,c} = 0.80 \text{ m/s}^2$	$a_{u,c} = 1.00 \text{ m/s}^2$
Veic. A <i>Veh. A</i>	UCAP LTD	V < 299.6 km/h (R < 5,898.8 m) V > 299.6 km/h (R > 5,898.8 m)	V < 285.4 km/h (R < 4,849.4 m) V > 285.4 km/h (R > 4,849.4 m)	V < 266.6 km/h (R < 3,751.5 m) V > 266.6 km/h (R > 3,751.5 m)
Veic. B <i>Veh. B</i>	UCAP LTD	V < 216.0 km/h (R < 2,113.5 m) V > 216.0 km/h (R > 2,113.5 m)	V < 188.5 km/h (R < 1,389.5 m) V > 188.5 km/h (R > 1,389.5 m)	V < 152.0 km/h (R < 745.0 m) V > 152.0 km/h (R > 745.0 m)
Veic. C <i>Veh. C</i>	UCAP LTD	V < 177.2 km/h (R < 1,176.7 m) V > 177.2 km/h (R > 1,176.7 m)	V < 161.9 km/h (R < 905.7 m) V > 161.9 km/h (R > 905.7 m)	V < 141.5 km/h (R < 618.1 m) V > 141.5 km/h (R > 618.1 m)
Veic. D <i>Veh. D</i>	UCAP LTD	V < 145.3 km/h (R < 681.7 m) V > 145.3 km/h (R > 681.7 m)	V < 130.0 km/h (R < 501.9 m) V > 130.0 km/h (R > 501.9 m)	V < 109.6 km/h (R < 335.2 m) V > 109.6 km/h (R > 335.2 m)
Veic. E <i>Veh. E</i>	UCAP LTD	V < 114.5 km/h (R < 376.7 m) V > 114.5 km/h (R > 376.7 m)	V < 99.2 km/h (R < 270.1 m) V > 99.2 km/h (R > 270.1 m)	V < 78.8 km/h (R < 160.9 m) V > 78.8 km/h (R > 160.9 m)

UCAP: Accelerazione centrifuga non compensata percepita dai passeggeri. *Unbalanced centrifugal acceleration perceived by passengers.*

LTD: Spostamento laterale del binario. *Lateral track displacement.*

Come conclusione generale derivata da questo tipo di confronto, si può affermare che il criterio basato sulle limitazioni dell'accelerazione centrifuga non compensata percepita dai passeggeri è di solito notevolmente più restrittivo di quello della prevenzione dello spostamento laterale del binario nel caso dei veicoli convenzionali (cioè a cassa non inclinabile), specialmente se le masse per sala montata sono piuttosto leggere (come ad esempio per il veicolo A). Per contro, il criterio riguardante la prevenzione dello spostamento laterale del binario diviene più significativo nel caso dei veicoli a cassa inclinabile, e ciò in modo particolare quanto più cresce l'angolo d'inclinazione raggiungibile della cassa e quanto più cresce il peso per sala montata (l'esempio più rappresentativo di questo comportamento sarebbe il veicolo E). Infatti, per questo veicolo, il criterio del comfort dei passeggeri è più restrittivo di quello della prevenzione dello spostamento laterale del binario solo per velocità molto basse (corrispondenti a raggi di curvatura molto bassi).

As a general conclusion derived from this kind of comparison, it can be resolved that the criterion based on limitations of the unbalanced centrifugal acceleration experienced by passengers is usually considerably more restrictive than the prevention of lateral track displacement in the case of conventional vehicles (i.e. non-tilting), particularly if the masses per wheelset are fairly light (such as, for instance, the vehicle A). By contrast, the criterion in regard to avoidance of lateral track displacement becomes more significant in the case of tilting vehicles, especially the more the reachable angle of carbody tilt increases and the weight per wheelset grows (the most representative example of this behaviour would be the vehicle E). In fact, for this vehicle, the passengers' comfort criterion is more restrictive than the prevention of lateral track displacement only for quite low speeds (corresponding to very short radii).

## 6. Meccanica del binario in relazione alle forze verticali (direzione - z)

## 6. Track mechanics regarding vertical forces (z-direction)

### 6.1. Calcolo delle precedenti grandezze

### 6.1. Calculation of previous magnitudes

#### 6.1.1. Rigidezza verticale del binario

#### 6.1.1. Vertical track stiffness

Prima delle analisi del comportamento meccanico di ogni componente del binario in risposta alle forze eserci-

Previously to the analyses on mechanical behaviour of each track component in response to forces exerted in z-direction, the concept and calculation of the vertical track

tate in direzione-z, dovrebbe essere convenzionalmente introdotto il concetto ed il calcolo della rigidezza verticale del binario, poiché tale parametro gioca un ruolo chiave in questo tipo di studio.

Così, la rigidezza verticale del binario ( $K_v$ ) è definita come il rapporto di un carico puntiforme in direzione-z, applicato al fungo della rotaia, diviso per il cedimento o deflessione verticale della rotaia misurata in tale punto. Essa può essere calcolata per mezzo della seguente formula ([10; p. 79], [30; p. 15]):

$$K_v = \sqrt[4]{64 \cdot E_r \cdot I_{r,h} \cdot \left(\frac{k_{eq}}{s}\right)^3} \quad (16)$$

In questa equazione e nel seguito,  $E_r$  è il modulo di elasticità delle rotaie,  $I_{r,h}$  rappresenta il momento d'inerzia della sezione di rotaia rispetto all'asse principale orizzontale,  $s$  è il distanziamento delle traversine e  $k_{eq}$  rappresenta la rigidezza equivalente (tasso di elasticità) di ogni appoggio di rotaia singolo e isolato. Questa rigidezza equivalente  $k_{eq}$  è funzione dei tassi di elasticità caratteristici delle componenti del binario situate al di sotto della rotaia, che sono disposte in serie. Pertanto ([30; pp. 11-12], [19; p. 3.26], [23; pp. 357-358], [20; p. 230]):

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_p} + \frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_b} + \frac{1}{k_{sg}} \quad (17.a)$$

$$\frac{1}{k_{eq}} \cong \frac{1}{k_p} + \frac{1}{k_{bsg}} \quad (17.b)$$

Qui,  $k_p$  è la rigidezza del tappetino di sottorotaia,  $k_s$  è il tasso di elasticità verticale della traversina,  $k_b$  è la rigidezza parziale del letto di pietrisco unitamente ad altri eventuali strati bituminosi e  $k_{sg}$  è la rigidezza parziale della piattaforma della linea sulla sua superficie superiore. Nel caso delle traversine di calcestruzzo, tali elementi hanno una rigidezza verticale considerevolmente elevata e, pertanto, danno un contributo molto esiguo al comportamento elastico complessivo del binario (circa 0.8 % in accordo a [18; p. 50]). Così, il reciproco del termine  $k_s$  può essere in pratica trascurato nell'Equazione (17.a). D'altra parte, le rigidzze parziali del piano di regolamento (inclusi eventuali strati bituminosi aggiuntivi) e della piattaforma della linea non sono facilmente valutabili in modo separato, cosicché essi sono solitamente fusi in un unico termine ( $k_{bsg}$ ), che rappresenta i tassi di elasticità combinati del sistema massiccata-(strati bituminosi aggiuntivi)-piattaforma della linea. Queste due considerazioni danno luogo alla conversione dell'Equazione (17.a) in (17.b).

In sintesi, occorre rilevare che, al fine di calcolare la rigidezza verticale del binario (in una formulazione di base), è necessaria l'identificazione dei valori dei seguenti parametri:

- Rigidezza flessionale della rotaia ( $E_r \cdot I_{r,h}$ ).
- Distanziamento delle traverse ( $s$ ).
- Rigidezza del tappetino di sottorotaia ( $k_p$ ).
- Rigidezza verticale integrata del sistema massiccata -

stiffness should be conveniently introduced, since this parameter plays a key role in this kind of study.

Thus, the vertical track stiffness ( $K_v$ ) is defined as the quotient of a point load in z-direction, applied on the rail head, divided by the settlement or vertical deflection of the rail measured at such point. It can be evaluated by means of the following formula ([10; p. 79], [30; p. 15]):

$$K_v = \sqrt[4]{64 \cdot E_r \cdot I_{r,h} \cdot \left(\frac{k_{eq}}{s}\right)^3} \quad (16)$$

In this equation and hereinafter,  $E_r$  is the elasticity modulus of the rails,  $I_{r,h}$  stands for the inertia moment of the rail section with respect to horizontal principal axis,  $s$  is the sleepers spacing and  $k_{eq}$  stands for the equivalent stiffness (spring rate) of every discrete and isolated rail support. This equivalent stiffness  $k_{eq}$  is comprised by the partial spring rates provided by the track components placed below the rail, which are arranged in series. Therefore ([30; pp. 11-12], [19; p. 3.26], [23; pp. 357-358], [20; p. 230]):

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_p} + \frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_b} + \frac{1}{k_{sg}} \quad (17.a)$$

$$\frac{1}{k_{eq}} \cong \frac{1}{k_p} + \frac{1}{k_{bsg}} \quad (17.b)$$

Here,  $k_p$  is the stiffness of the rail pad,  $k_s$  stands for the vertical spring rate of the sleeper,  $k_b$  is the partial stiffness of the ballast bed along with other contingent blanket layers and  $k_{sg}$  is the partial stiffness of the subgrade on its top surface. In case of concrete sleepers, such elements have a considerably high vertical stiffness and, therefore, provide a very small contribution to the entire elastic behaviour of the track (about 0.8 % according to [18; p. 50]). Thus, the inverse term of  $k_s$  can be neglected in practice in Equation (17.a). On the other hand, the partial stiffnesses of ballast bed (along with additional blanket layers) and subgrade are not easily evaluated separately, so they are usually merged into one single term ( $k_{bsg}$ ), which represents the combined spring rates of the ballast-(additional blanket layers)-subgrade system. These two considerations result in the conversion of Equation (17.a) into (17.b).

In summary, it is noticed that, in order to calculate the vertical track stiffness (in a basic formulation), the identification of the values of the following parameters is necessary:

- Bending stiffness of the rail ( $E_r \cdot I_{r,h}$ ).
- Sleepers spacing ( $s$ ).
- Stiffness of the rail pad ( $k_p$ ).
- Integrated vertical stiffness of the ballast-(additional blanket layers)-subgrade system ( $k_{bsg}$ ).

Given a certain configuration of track structure, the first three quantities are easily known. Nevertheless, the spring rate  $k_{bsg}$  is commonly subjected to large variability and, moreover, its evaluation or estimation is significantly

(strati bituminosi aggiuntivi)–piattaforma della linea ( $k_{bsg}$ ).

Data una certa configurazione della struttura del binario, le prime tre grandezze sono facilmente evincibili. Ciò nonostante, il tasso di elasticità  $k_{bsg}$  è comunemente soggetto ad una grande variabilità e, inoltre, la sua valutazione o stima è significativamente più complessa rispetto ai precedenti tassi. In generale, questa valutazione dipende da un numero considerevole di variabili. Quelle di seguito elencate sono le più importanti:

$$k_{bsg} = \Phi (E_{sg}, \nu_{sg}, E_b, \nu_b, e, L_s, B_s, E_s, I_s, d_0, s) \quad (18)$$

Oltre a  $d_0$  e  $s$ , le nuove variabili introdotte nell'Equazione (18) hanno i seguenti significati:  $E_{sg}$  e  $\nu_{sg}$  sono il modulo di elasticità e il tasso di Poisson della piattaforma della linea;  $E_b$  e  $\nu_b$  rappresentano i corrispondenti parametri della massicciata e di altri eventuali strati bituminosi aggiuntivi;  $e$  è lo spessore totale di tali strati del piano di posa del binario, misurato tra il fondo delle traversine e la superficie superiore della piattaforma della linea;  $L_s$  e  $B_s$  sono la lunghezza e la larghezza delle traversine; ed  $E_s I_s$  rappresenta la rigidità flessionale di tali traversine.

Un altro concetto alternativo nel campo del cedimento o deflessione del binario è il coefficiente di massicciata ( $C$ ), che indica, in termini generali, il rapporto tra un valore di pressione, applicata su una certa superficie, e il cedimento di tale superficie.

Quando questo parametro è applicato alla meccanica del binario, la relazione tra la rigidità verticale del binario ed il suo coefficiente equivalente di massicciata è data dalla seguente espressione ([30; pp. 14-15], [18; p. 53]):

$$C = \frac{s}{A_e} \cdot \sqrt[3]{\frac{K_t^4}{64 \cdot E_r \cdot I_{th}}} \quad (19)$$

Nell'equazione (19),  $A_e$  è l'area di appoggio efficace di ogni mezza traversina sulla massicciata, cioè l'area su cui si esplica un'effettiva trasmissione di pressione tra le superfici di contatto della traversina e del piano di regolamento. Così, quest'area è calcolata come la larghezza della traversina ( $B_s$ ) moltiplicata per la lunghezza efficace di una mezza traversina (denominata  $L_e$ ). Questa lunghezza efficace  $L_e$  è solitamente assunta pari a due volte la distanza (sul piano del ferro) tra asse centrale della rotaia e la sezione terminale della traversina ([10; p. 91], [20; p. 191], [30; p. 9], [31; pp. 22-23]). In ogni caso,  $L_e$  deve essere evidentemente limitata ad un valore limite superiore pari alla metà della lunghezza delle traversine.

Dopo l'introduzione teorica, sarà calcolata la rigidità verticale di un binario la cui struttura corrisponde alla configurazione dettagliata nella sottosezione 2.2. Comunque, oltre al modulo di elasticità della piattaforma della linea, sarà anche considerata la rigidità  $k_p$  del tappetino di sottorotaia come un parametro variabile e quindi soggetto ad assumere valori differenti. Per quanto riguarda il modulo di elasticità della piattaforma della linea, occorre notare che questa grandezza è solitamente stimata attra-

more complex than the earlier ones. In general, this assessment depends on a considerable amount of variables. The following are the most important among them:

$$k_{bsg} = \Phi (E_{sg}, \nu_{sg}, E_b, \nu_b, e, L_s, B_s, E_s, I_s, d_0, s) \quad (18)$$

Besides  $d_0$  and  $s$ , the new variables involved in Equation (18) have the following meanings:  $E_{sg}$  and  $\nu_{sg}$  are the modulus of elasticity and Poisson's ratio of the subgrade;  $E_b$  and  $\nu_b$  stand for the same parameters but regarding ballast and, additionally, other contingent blanket layers;  $e$  is the overall thickness of such track bed layers, measured from the sleepers' bottom to the top surface of the subgrade;  $L_s$  and  $B_s$  are the length and width of sleepers; and  $E_s I_s$  compounds the bending stiffness of these sleepers.

Other alternative concept within the field of the track settlement or deflection is the coefficient of ballast ( $C$ ), which indicates, in general terms, the quotient of a pressure value, applied on a certain surface, divided by the settlement of such surface. When this parameter is applied to the frame of track mechanics, the relation between the vertical track stiffness and its equivalent coefficient of ballast is given by the following expression ([30; pp. 14-15], [18; p. 53]):

$$C = \frac{s}{A_e} \cdot \sqrt[3]{\frac{K_t^4}{64 \cdot E_r \cdot I_{th}}} \quad (19)$$

In Equation (19),  $A_e$  is the effective support area for each half sleeper on the ballast, i.e. the area where there is an actual pressure transmission between the contact surfaces of sleeper and ballast bed. Thus, this area is calculated as the sleeper width ( $B_s$ ) multiplied by the effective length of half a sleeper (denoted as  $L_e$ ). This effective length  $L_e$  is usually assumed as two times the distance (in track plane) between rail central axis and the end section of the sleeper ([10; p. 91], [20; p. 191], [30; p. 9], [31; pp. 22-23]). In any case,  $L_e$  must be evidently limited to an upper bound equal to half the sleepers length.

After this theoretical introduction, the vertical stiffness of a track whose structure corresponds to the configuration detailed in Subsection 2.2 will be calculated. However, besides the elasticity modulus of the subgrade, the stiffness  $k_p$  of the rail pad will be also considered as a variable parameter; hence subjected to assume diverse values. Concerning the elasticity modulus of the subgrade, note that this quantity is usually estimated through the modulus of deformation at the second loading in the plate load bearing test on its top surface ( $E_{v2,sg}$ ) in case of flexible subgrades, since this is the parameter of bearing capacity capable of being measured by means of on-site testing. For tests performed with rigid plate, the relation involving both quantities is expressed by the following formula, derived from the comparison between the calculation of  $E_{v2,sg}$  according to [4] and the solution for vertical displacement on the surface of a rigid loaded circular area [27; p. 166]:

$$E_{sg} = \frac{\pi \cdot (1 - \nu_{sg}^2)}{3} \cdot E_{v2,sg} \quad (20)$$

verso il modulo di deformazione al secondo caricamento nella prova di carico su piastra sulla sua superficie superiore ( $E_{v2,sg}$ ) nel caso di piattaforme flessibili, poiché questo è il parametro della capacità portante che può essere misurato per mezzo di prove in sito. Per le prove eseguite con piastra rigida, la relazione che coinvolge entrambe le grandezze è espressa dalla formula seguente, derivata dal confronto tra il calcolo di  $E_{v2,sg}$  in accordo a [4] e la soluzione per lo spostamento verticale sulla superficie di un'area circolare rigida caricata [27; p. 166]:

$$E_{sg} = \frac{\pi \cdot (1 - \nu_{sg}^2)}{3} \cdot E_{v2,sg} \quad (20)$$

Così i risultati ottenuti per la rigidità verticale del binario sono riassunti in tabella 5 e mostrati graficamente in figura 7 (relativa al caso di piattaforma flessibile della linea).

Un'altra interessante analisi riguarda lo studio sulla risposta della rigidità verticale del binario alle variazioni dello spessore totale ( $e$ ) della massicciata e degli altri eventuali strati bituminosi, o, in altre parole, dello spessore tra il fondo delle traverse e la superficie superiore della piattaforma della linea. Conformemente, la figura 8 mostra tale comportamento per due casi particolari di piattaforma flessibile e rigida della linea ( $E_{v2,sg} = 50$  MPa e  $E_{sg} = 30,000$  MPa, rispettivamente). Inoltre, sono stati considerati in questi grafici diversi valori della rigidità del tappetino di sottorotaia.

Thus, the results obtained for vertical track stiffness are summarized in table 5 and graphically shown in fig. 7 (focused on the case of flexible subgrade).

Another interesting analysis concerns the study on the response of vertical track stiffness to changes in the overall thickness ( $e$ ) of ballast and other contingent blanket layers, or, in other words, in the depth between sleepers' bottom and the top surface of the subgrade. Accordingly, fig. 8 shows such behaviour for two particular cases of flexible and rigid subgrade ( $E_{v2,sg} = 50$  MPa and  $E_{sg} = 30,000$  MPa, respectively). Furthermore, several values of rail pad stiffness have been also considered in these graphs.

In line with the studies performed in this subsection dealing with the variation of vertical track stiffness depending on possible changes in the main influencing parameters, the following general conclusions can be derived:

- The largest relative increases or decreases of track stiffness with respect to variations in the elasticity or deformation modulus of the subgrade take place when the latter adopts low values, namely, in case of highly flexible subgrades. Nevertheless, the considered elasticity modulus affects track stiffness much more slightly in the case of rigid subgrades, especially when rail pads have a low spring rate.
- The importance level of the rail pad stiffness increases considerably the higher the subgrade's elasticity modulus.

TABELLA 5 – TABLE 5

RIGIDEZZA VERTICALE DELLA DATA CONFIGURAZIONE DI BINARIO PER DIVERSE COMBINAZIONI DEI MODULI DI ELASTICITÀ (SOLLECITAZIONE-DEFORMAZIONE) DELLA PIATTAFORMA DELLA LINEA E DEI TASSI DI ELASTICITÀ DEL TAPPETINO DI SOTTOROTAIA - VERTICAL STIFFNESS OF THE GIVEN TRACK CONFIGURATION FOR SEVERAL COMBINATIONS OF SUBGRADE'S STRESS-STRAIN MODULI AND RAIL PAD'S SPRING RATES

Rigidità verticale del binario $K_t$ (kN/mm) Vertical track stiffness $K_t$ (kN/mm)						
Modulo di elasticità (sollecitazione-deformazione) della piattaforma della linea Stress-strain modulus of the subgrade	Rigidità del tappetino di sottorotaia $k_p$ (kN/mm) Stiffness of the rail pad $k_p$ (kN/mm)					
	$k_p = 50$	$k_p = 100$	$k_p = 150$	$k_p = 250$	$k_p = 350$	$k_p = 500$
$E_{v2,sg} = 25$ MPa	$K_t = 41.8$	$K_t = 46.7$	$K_t = 48.6$	$K_t = 50.3$	$K_t = 51.1$	$K_t = 51.7$
$E_{v2,sg} = 40$ MPa	$K_t = 48.5$	$K_t = 55.5$	$K_t = 58.5$	$K_t = 61.1$	$K_t = 62.4$	$K_t = 63.3$
$E_{v2,sg} = 60$ MPa	$K_t = 54.5$	$K_t = 63.9$	$K_t = 68.0$	$K_t = 71.8$	$K_t = 73.6$	$K_t = 75.1$
$E_{v2,sg} = 80$ MPa	$K_t = 58.7$	$K_t = 70.2$	$K_t = 75.4$	$K_t = 80.3$	$K_t = 82.6$	$K_t = 84.5$
$E_{v2,sg} = 100$ MPa	$K_t = 62.0$	$K_t = 75.2$	$K_t = 81.4$	$K_t = 87.3$	$K_t = 90.1$	$K_t = 92.4$
$E_{v2,sg} = 125$ MPa	$K_t = 65.2$	$K_t = 80.4$	$K_t = 87.6$	$K_t = 94.5$	$K_t = 98.0$	$K_t = 100.7$
$E_{v2,sg} = 150$ MPa	$K_t = 67.8$	$K_t = 84.6$	$K_t = 92.7$	$K_t = 100.7$	$K_t = 104.7$	$K_t = 107.9$
$E_{v2,sg} = 200$ MPa	$K_t = 71.7$	$K_t = 91.1$	$K_t = 100.9$	$K_t = 110.7$	$K_t = 115.7$	$K_t = 119.8$
$E_{v2,sg} = 250$ MPa	$K_t = 74.4$	$K_t = 96.0$	$K_t = 107.0$	$K_t = 118.4$	$K_t = 124.3$	$K_t = 129.2$
$E_{sg} = 3,000$ MPa	$K_t = 89.1$	$K_t = 124.4$	$K_t = 145.6$	$K_t = 170.3$	$K_t = 184.4$	$K_t = 196.9$
$E_{sg} = 30,000$ MPa	$K_t = 90.7$	$K_t = 127.9$	$K_t = 150.6$	$K_t = 177.5$	$K_t = 193.0$	$K_t = 207.1$

In linea con gli studi presentati in questa sottosezione che trattano della variazione della rigidità verticale del binario in funzione delle possibili variazioni dei principali parametri d'influenza, possono essere derivate le seguenti conclusioni generali:

- I maggiori incrementi o decrementi relativi alla rigidità del binario rispetto alle variazioni del modulo di elasticità o di deformazione della piattaforma della linea hanno luogo quando quest'ultimo assume valori bassi, vale a dire, nel caso piattaforme della linea altamente flessibili. Ciò nonostante, il considerato modulo di elasticità condiziona la rigidità del binario molto più debolmente nel caso di piattaforme rigide della linea, specialmente quando i tappetini di rotaia hanno un basso tasso di elasticità.
- Il livello d'importanza della rigidità del tappetino di sottorotaia è tanto maggiore quanto più elevato è il modulo di elasticità della piattaforma della linea. Così, il tasso di elasticità del tappetino di sottorotaia ha una limitata influenza sulla rigidità verticale del binario nel caso di piattaforma della linea molto flessibile. Al contrario, il tappetino di sottorotaia rappresenta, per le piattaforme rigide della linea, un componente di grande impatto sulla rigidità del binario.
- Si può concludere che i tappetini di rotaia con un basso tasso di elasticità garantiscono una migliore regolarizzazione o uniformità relativa della rigidità verticale del binario in risposta alle variazioni molto accentuate del modulo di elasticità della piattaforma della linea inevitabilmente presenti lungo ogni linea ferroviaria. Di fatto, un tappetino di sottorotaia di tasso di elasticità pari a 50 kN/mm rende il massimo incremento della rigidità del binario non superiore al 117 % anche quando il modulo di elasticità della piattaforma della linea varia da  $E_{v2,sg} = 25$  MPa a  $E_{sg} = 30,000$  MPa. Ma, d'altra parte, lo stesso aumento raggiungerebbe il 300 % nel caso di utilizzo di tappetini di rotaia con un tasso di elasticità di 500 kN/mm.
- L'influenza dello spessore degli strati del piano di posa del binario è tanto più pronunciata quanto maggiore è la differenza tra i moduli di elasticità della piattaforma della linea e di tali strati del piano di posa. Conseguentemente, questa influenza è alquanto più evidente per le piattaforme rigide della linea. D'altra

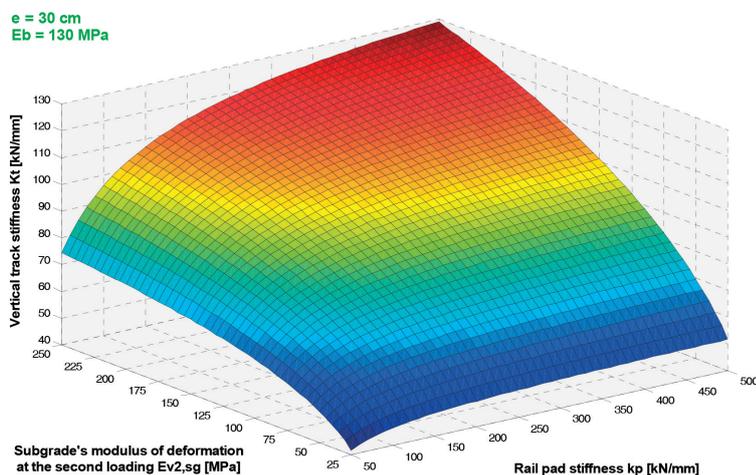


Fig. 7 - Variazione della rigidità verticale del binario, nel caso di piattaforma flessibile della linea, in funzione della combinazione del modulo di deformazione della piattaforma e del tasso di elasticità del tappetino di sottorotaia. *Variation of the vertical track stiffness, in the case of flexible subgrade, depending on the combination of subgrade's modulus of deformation and rail pad's spring rate.*

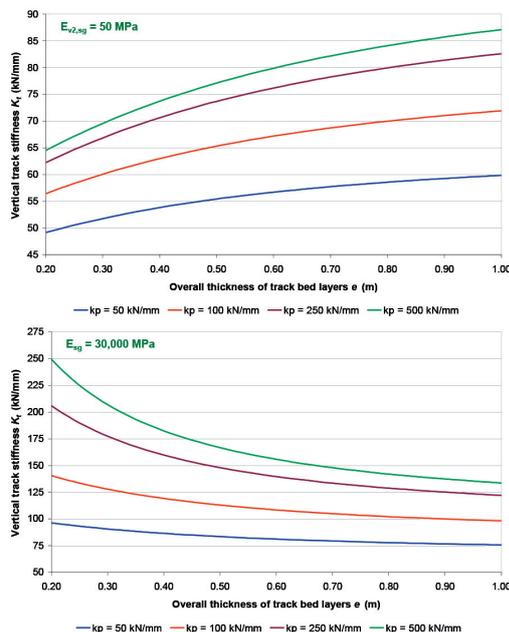


Fig. 8 - Variazione della rigidità verticale del binario in funzione dello spessore totale degli strati del piano di posa del binario nei casi di piattaforma flessibile (a sinistra) e piattaforma rigida (a destra). *Variation of the vertical track stiffness as function of the overall thickness of the track bed layers in the cases of flexible subgrade (left) and rigid subgrade (right).*

parte, il maggiore spessore degli strati del piano di posa del binario contribuisce a ridurre la rigidità del binario nei casi in cui il modulo di elasticità della piattaforma della linea sia maggiore del modulo di tali strati. Al contrario, se il modulo di elasticità della piattaforma della linea è minore del modulo degli strati del piano di posa del binario, uno spessore maggiore determinerà un incremento della rigidità del binario. Pertanto, si può affermare che un elevato spessore degli strati del piano di posa del binario agisce come un fattore addizionale che contribuisce all'attenuazione relativa delle variazioni brusche della rigidità del binario.

- In modo specifico, nel caso della configurazione di binario definita nella sottosezione 2.2 (cioè con un tasso di elasticità del tappetino di sottorotaia di 100 kN/mm), la rigidità verticale del binario varia da 46.7 ad un massimo di 127.9 kN/mm.

6.1.2. Carico di progetto al contatto ruota-rotaia in direzione-z

Chiaramente la determinazione del carico di progetto esercitato in direzione-z da una ruota del veicolo in corrispondenza dell'area di contatto con la rotaia costituisce il fondamento per ogni successiva analisi riguardante il comportamento meccanico dei componenti del binario. Ovviamente questo carico di progetto differisce considerevolmente dal peso nominale o carico statico. Così per la valutazione di questa grandezza devono essere presi in considerazione i termini seguenti:

- a) Carico nominale o peso statico dei veicoli per ruota ( $Q_0$ ). Questo carico è semplicemente equivalente a:

$$Q_0 = \frac{P_0}{2} \cdot g \quad (21)$$

Occorre rammentare che  $P_0$  rappresenta la massa totale per sala montata del veicolo.

- b) Variazioni quasi-statiche del carico per ruota causate dalla marcia in curva ( $\Delta Q_C$ ), in cui la distribuzione dei carichi per ruota tra rotaia esterna e rotaia interna è disomogenea se il veicolo non è in marcia alla velocità di equilibrio della curva. Così, queste variazioni sono legate principalmente all'accelerazione laterale quasi statica (o accelerazione centrifuga non compensata) nel piano del ferro ( $a_{yt}$ ) o, in altre parole, all'insufficienza ( $h_D$ ) o excess ( $h_E$ ) di sopraelevazione. La variazione quasi-statica totale è quantificata nel modo seguente (particolarizzata per il caso d'insufficienza di sopraelevazione):

$$\Delta Q_c = \pm \frac{2 \cdot h_D \cdot H_G}{d_0^2} \cdot Q_0 + \frac{(h_D + h)}{d_0^2} \cdot h \cdot Q_0 \quad (22.a)$$

$$\Delta Q_c = \pm \frac{2 \cdot a_{yt} \cdot H_G}{g \cdot d_0} \cdot Q_0 + \left( \frac{a_{yt}}{g} + \frac{h}{d_0} \right) \cdot \frac{h}{d_0} \cdot Q_0 \quad (22.b)$$

Nelle equazioni (22.a) e (22.b),  $H_G$  è l'altezza del baricentro del veicolo. D'altra parte, occorre notare che il

lus is. Thus, the rail pad's spring rate has a limited influence on the vertical track stiffness in case of very flexible subgrade. On the contrary, rail pads constitute, for rigid subgrades, a component with key importance on the track stiffness.

- It can be concluded that rail pads with a low spring rate provide a much better regularization or relative uniformity of the vertical track stiffness in response to the very strong variations of subgrade's elasticity modulus existing unavoidably along any railway line. In fact, a rail pad whose spring rate is 50 kN/mm makes the maximum increase in track stiffness be not greater than 117 % even when the subgrade's modulus moves from  $E_{v,2,sg} = 25$  MPa to  $E_{sg} = 30,000$  MPa. But, on the other hand, the same increase would reach 300 % in case of employing rail pads with a spring rate of 500 kN/mm.
- The influence of the track bed layers' thickness is more pronounced the greater the difference between elasticity moduli of subgrade and such track bed layers is. Consequently, this influence is rather more noticeable for rigid subgrades. On the other hand, the larger thickness of track bed layers contributes to reduce the track stiffness in the cases that the elasticity modulus of the subgrade is greater than the modulus of these layers. On the contrary, if the elasticity modulus of the subgrade is lower than in track bed layers, a higher thickness will result in an increase of the track stiffness. Therefore, it could be affirmed that a large track bed layers' thickness acts as an additional factor contributing to the relative attenuation of steep changes in the track stiffness.
- Particularly, in the case of the track configuration defined in Subsection 2.2 (i.e. with a rail pad's spring rate of 100 kN/mm), the vertical track stiffness ranges from 46.7 to a maximum of 127.9 kN/mm.

6.1.2. Design load in z-direction at the wheel-rail contact

Clearly the determination of the design load exerted in z-direction by one vehicle's wheel on the rail at the contact area constitutes the basis for any subsequent analysis concerning the mechanical behaviour of the track components. Obviously this design load differs quite considerably from the nominal weight or static load. Thus, for the evaluation of this quantity the following terms have to be taken into account:

- a) Nominal load or static weight of vehicles per wheel ( $Q_0$ ). This load is simply equivalent to:

$$Q_0 = \frac{P_0}{2} \cdot g \quad (21)$$

Keep in mind that  $P_0$  stands for the total mass per wheelset of the vehicle.

- b) Quasi-static changes in wheel load caused by running on curves ( $\Delta Q_C$ ), where the distribution of wheel loads between outer and inner rails is unequal if the vehicle is not running at the equilibrium speed of the curve. Thus, these changes are linked mainly to the quasi-static later-

secondo termine di queste equazioni può essere solitamente trascurato.

- c) Variazioni dinamiche del carico per ruota ( $\Delta Q_D$ ), che sono principalmente indotte dalle irregolarità del binario intertermini di livello longitudinale, di allineamento e di torsione, come pure da possibili difetti nelle ruote del veicolo. Questo tipo di carichi dinamici cresce principalmente con le elevate irregolarità, con la velocità, con la massa non sospesa e con la rigidità del binario. In questo studio, la variabilità dinamica è stata stimata per mezzo delle formulazioni di Prud'homme formulations ([19; pp. 1.23-1.36], [21; pp. 22-25], [28; p. 619]; [30; pp. 34-37], [23; p. 284-285], [20; pp. 172-177]):

$$\Delta Q_D = n_{SD} \cdot \sigma_D \quad (23.a)$$

$$\sigma_D = \sqrt{(\sigma_U)^2 + (\sigma_S)^2} \quad (23.b)$$

$$\sigma_U = 0.45 \cdot \frac{V}{100} \cdot b_1 \cdot \sqrt{M_U \cdot K_t \cdot \varphi_e} \quad (23.c)$$

$$\sigma_S = 0.2 \cdot \frac{V}{200} \cdot M_S \quad (23.d)$$

In questo tipo di equazioni,  $\sigma_D$  è la deviazione standard delle variazioni dinamiche complessive del carico per ruota;  $n_{SD}$  rappresenta il numero di deviazioni standard;  $\sigma_U$  e  $\sigma_S$  sono le deviazioni standard delle variazioni dinamiche riguardanti le masse non sospese e rispettivamente sospese;  $M_U$  e  $M_S$  sono le masse non sospese e sospese per ruota (entrambe espresse in tonnellate in queste equazioni);  $V$  è la velocità di marcia in km/h;  $K_t$  rappresenta la rigidità verticale del binario (espressa qui in t/mm);  $b_1$  è un parametro adimensionale che fornisce una misura dell'irregolarità del binario, che può essere usualmente assunto come approssimativamente pari al massimo difetto del livello longitudinale del binario (in mm) valutato per lunghezze di 3 metri ([19; p. 1.34], [21; p. 22], [23; p. 284], [20; p. 174]); e  $\varphi_e$  è un altro parametro adimensionale che tiene in considerazione lo smorzamento meccanico del binario ( $\varphi_e$  è circa pari ad 1 [19; p. 1.34], così esso è solitamente trascurato). Inoltre, occorre notare che le deviazioni standard risultanti sono ottenute in tonnellate forza.

Variazioni particolari del carico per ruota o variazioni che si verificano solo in specifiche sezioni del binario (quali ad esempio i giunti se presenti, i deviatoi, le brusche variazioni della rigidità del binario, ecc.), o dovute a treni in frenatura o retrocessione o legate alla distribuzione asimmetrica del peso dei passeggeri o del carico netto. Comunque, queste tipologie di effetti non sono state considerate nel presente studio.

In sintesi, il carico di progetto per ruota in direzione-z ( $Q_k$ ) sarà calcolato, nel presente studio, attraverso la seguente espressione:

$$Q_k = Q_0 + \Delta Q_C + \Delta Q_D \quad (24)$$

Per quanto riguarda il calcolo delle variazioni quasi statiche del carico per ruota causate dalla marcia in curva, il valore della massima accelerazione laterale nel

al acceleration (or unbalanced centrifugal acceleration) in track plane ( $a_{xt}$ ) or, in other words, to the cant deficiency ( $h_D$ ) or excess ( $h_E$ ). The total quasi-static change is quantified as follows (particularized for the case of cant deficiency):

$$\Delta Q_c = \pm \frac{2 \cdot h_D \cdot H_G}{d_0^2} \cdot Q_0 + \frac{(h_D + h) \cdot h}{d_0^2} \cdot Q_0 \quad (22.a)$$

$$\Delta Q_c = \pm \frac{2 \cdot a_{xt} \cdot H_G}{g \cdot d_0} \cdot Q_0 + \left( \frac{a_{xt}}{g} + \frac{h}{d_0} \right) \cdot \frac{h}{d_0} \cdot Q_0 \quad (22.b)$$

In Equations (22.a) and (22.b),  $H_G$  is the height of the vehicle's centre of masses. On the other hand, note that the second term of these equations could be usually neglected.

- c) Dynamic changes of wheel load ( $\Delta Q_D$ ), which are mainly induced by track irregularities in longitudinal level, alignment and twist, as well as by possible defects in vehicle's wheels. This type of dynamic loads increase mostly with high irregularities, speed, unsuspended mass and track stiffness. In this study, the dynamic variability has been estimated by means of the Prud'homme formulations ([19; pp. 1.23-1.36], [21; pp. 22-25], [28; p. 619]; [30; pp. 34-37], [23; p. 284-285], [20; pp. 172-177]):

$$\Delta Q_D = n_{SD} \cdot \sigma_D \quad (23.a)$$

$$\sigma_D = \sqrt{(\sigma_U)^2 + (\sigma_S)^2} \quad (23.b)$$

$$\sigma_U = 0.45 \cdot \frac{V}{100} \cdot b_1 \cdot \sqrt{M_U \cdot K_t \cdot \varphi_e} \quad (23.c)$$

$$\sigma_S = 0.2 \cdot \frac{V}{200} \cdot M_S \quad (23.d)$$

In this set of equations,  $\sigma_D$  is the standard deviation of the overall dynamic changes of wheel load;  $n_{SD}$  stands for the number of standard deviations to be considered in the evaluation;  $\sigma_U$  and  $\sigma_S$  are the standard deviations of the dynamic changes concerning unsuspended and suspended masses, respectively;  $M_U$  and  $M_S$  are the unsuspended and suspended masses per wheel (both expressed in tonnes in these equations);  $V$  is the running speed in km/h;  $K_t$  stands for the vertical track stiffness (expressed here in t/mm);  $b_1$  is a dimensionless parameter providing a measure of track irregularities, which can usually be assumed as approximately equal to the maximum track defect in longitudinal level (in mm) evaluated for lengths of 3 meters ([19; p. 1.34], [21; p. 22], [23; p. 284], [20; p. 174]); and  $\varphi_e$  is other dimensionless parameter that takes into account the track damping ( $\varphi_e$  amounts about 1 [19; p. 1.34], so it is usually neglected). Moreover, note that the resultant standard deviations are obtained in tonnes-force.

Particular wheel load variations either taking place only at specific track sections (such as joints if exist, switches, abrupt changes in track stiffness, etc.), or due to propelling or braking trains or because of assymmetric distributions in the passengers' weight or payload. However, these kinds of effects have not been considered in the scope of this study.

piano del ferro  $a_{y,t}$  (o insufficienza di sopraelevazione  $h_D$ ) da introdurre nelle Equazioni (22.a) o (22.b) deve essere scelto in accordo con la condizione più restrittiva tra i criteri di limitazione dell'accelerazione centrifuga non compensata percepita dai passeggeri nel piano del pavimento della cassa ( $a_{u,c}$ ) e di prevenzione dello spostamento laterale del binario. Pertanto, in accordo con le equazioni (5) e (13), si determina la seguente espressione:

$$a_{y,t} = \min \left[ \frac{a_{u,c} + g \cdot \sin \varphi_{act}}{1 + C_{q,s}} \cdot \left( \frac{0.80 \cdot \beta_2}{\beta_1} \cdot \left( \frac{1}{P_0} + \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{\beta_1} \cdot \frac{V'}{1,000} \right) \cdot g \right] \quad (25)$$

Occorre rammentare che nel presente studio, il limite superiore dell'accelerazione centrifuga non compensata misurata nel piano del pavimento della cassa ( $a_{u,c}$ ) è stato fissato pari a 0.65 m/s<sup>2</sup>, in linea con le condizioni indicate nella sottosezione 3.2.

Così, dopo aver determinato il valore più restrittivo di  $a_{y,t}$  per un certo veicolo e una certa specificata velocità in curva, sarà possibile effettuare il calcolo del corrispondente raggio minimo e, quindi, si potrà ottenere la sopraelevazione del binario  $h$  da introdurre nel secondo termine delle equazioni (22.a) o (22.b).

D'altra parte, rispetto alle variazioni dinamiche del carico per ruota, la quantificazione di un valore di progetto implica una scelta di un certo livello di affidabilità o numero di deviazioni standard  $n_{Std}$  da considerare. Questa scelta è associata alle probabilità che l'effettivo carico dinamico non ecceda il valore quantificato. A tal riguardo, l'assunzione di un valore di due deviazioni standard ( $n_{Std} = 2$ ) è solitamente considerato in pratica come sufficiente ([30; p. 36], [28; p. 619], [19; p. 1.35], [25; p. 373], [20; p. 174]). Ciò nonostante, nell'ambito di questo studio, saranno scelti tre diversi livelli di probabilità a seconda della componente del binario soggetta ad analisi o dimensionamento. Questi livelli saranno fissati in linea con l'importanza di ogni componente di binario in relazione alla sicurezza dei treni in transito. In tal modo, sono stati adottati i seguenti valori:

- Livello di probabilità per il calcolo delle rotaie: 99.8 % ( $n_{Std} = 2.878$ ), eccetto che per la valutazione della sollecitazione di taglio di progetto nel fungo della rotaia, dove, come sarà dettagliato nella sottosezione 5.2.3, gli effetti dell'amplificazione dinamica non sono tenuti in considerazione.
- Livello di probabilità per il calcolo delle traversine: 98.0 ( $n_{Std} = 2.054$ ).
- Livello di probabilità per i calcoli della massiciata, di altri eventuali strati bituminosi e della piattaforma della linea: 90.0 % ( $n_{Std} = 1.282$ ). Il livello più basso di probabilità adottato per queste componenti del binario ha un suo fondamento nel fatto che il loro danneggiamento si manifesta in modo graduale, come pure nel fatto che tale deterioramento condiziona più direttamente e fortemente la necessità di frequenti operazioni di manutenzione piuttosto che la sicurezza dei treni in transito.

In summary, the design load per wheel in z-direction ( $Q_k$ ) is going to be calculated, in the present study, through the following addition:

$$Q_k = Q_0 + \Delta Q_C + \Delta Q_D \quad (24)$$

Concerning the calculation of the quasi-static changes in wheel load caused by running on curves, the value of maximum lateral acceleration in track plane  $a_{y,t}$  (or cant deficiency  $h_D$ ) to be introduced into Equations (22.a) or (22.b) must be selected in agreement with the most restrictive condition between the criteria of limitations of unbalanced centrifugal acceleration perceived by passengers in carbody floor plane ( $a_{u,c}$ ) and prevention of lateral track displacement. Therefore, in accordance with Equations (5) and (13), it is established:

$$a_{y,t} = \min \left[ \frac{a_{u,c} + g \cdot \sin \varphi_{act}}{1 + C_{q,s}} \cdot \left( \frac{0.80 \cdot \beta_2}{\beta_1} \cdot \left( \frac{1}{P_0} + \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{\beta_1} \cdot \frac{V'}{1,000} \right) \cdot g \right] \quad (25)$$

Remember that in this study, the upper limit of unbalanced centrifugal acceleration measured in carbody floor plane ( $a_{u,c}$ ) has been fixed at 0.65 m/s<sup>2</sup>, in line with the conditions indicated in Subsection 3.2.

Thus, after determining the most restrictive value of  $a_{y,t}$  for a certain vehicle and a specified curving speed, the calculation of the corresponding minimum radius will be feasible and, by using this, the track cant  $h$  to be introduced into the second term of Equations (22.a) or (22.b) will be obtained.

On the other hand, with respect to the dynamic changes of wheel load, the quantification of a design value implies the choice of a certain reliability level or number of standard deviations  $n_{Std}$  to consider. This selection is associated with the probabilities that the actual dynamic load does not exceed the quantified value. In this regard, the assumption of a value of two standard deviations ( $n_{Std} = 2$ ) is usually considered as enough in practice ([30; p. 36], [28; p. 619], [19; p. 1.35], [25; p. 373], [20; p. 174]). Nevertheless, in the frame of this study, three several probability levels are going to be selected depending on the track component subjected to analysis or sizing. These levels will be fixed in line with the importance of each track component in relation to the safety of passing trains. In this way, the following values have been adopted:

- Probability level for rails calculation: 99.8 % ( $n_{Std} = 2.878$ ), except for the evaluation of the design shear stress in the rail head, where, as it will be detailed in Subsection 5.2.3, effects of dynamic amplification are not taken into account.
- Probability level for sleepers calculation: 98.0 ( $n_{Std} = 2.054$ ).
- Probability level for ballast, other contingent blanket layers and subgrade calculations: 90.0 % ( $n_{Std} = 1.282$ ). The lower probability level adopted for these track components relies on the fact that their damage occurs in a gradual way, as well as on that such deterioration affects more directly and strongly the need for frequent maintenance operations rather than the safety of passing trains.

In tal modo, i carichi di progetto per ruota in direzione-z,  $Q_k$ , che ogni veicolo analizzato, in marcia alla propria velocità massima (100 km/h per il veicolo A e 160 km/h per il resto dei veicoli), trasmetterebbe alle rotaie sono ottenuti in tabella 6 e comparati graficamente in figura 9. Questi risultati corrispondono al più elevato modulo di elasticità considerato della piattaforma della linea ( $E_{sg} = 30,000$  MPa), poiché il carico totale per ruota raggiunge il suo valore massimo –attraverso il contributo dinamico– quando anche la rigidità del binario è pari al valore massimo. Occorre notare che, in relazione al calcolo delle variazioni dinamiche del carico per ruota, è stato assunto in questo studio un valore del parametro di qualità del binario  $b_i$  pari a 1.10. Questo valore corrisponde ai valori usualmente adottati per i binari con un buon livello di mantenimento della qualità geometrica ( $b_i = 1$ ) ([30; p. 37], [19; p. 1.34]), con un margine aggiuntivo del 10 %. D'altra parte, i dati riguardanti la configurazione della struttura del binario sono stati assunti come definiti nella sottosezione 2.2.

In merito al carico per ruota trasmesso in direzione-z, un aspetto di grande interesse è l'analisi della sensibilità del carico di progetto alle variazioni del livello di irregolarità del binario come pure della rigidità del binario. Questo tipo di studio è presentato e visualizzato in modo congiunto in figure 10, in cui il particolare caso del veicolo C è stato assunto come esempio di riferimento.

Come risaputo, il carico statico nominale ( $Q_0$ ) è una costante del veicolo mentre le variazioni del carico quasi-statico per effetto della marcia in curva ( $\Delta Q_c$ ) dipendono essenzialmente dalla massima accelerazione laterale accettabile nel piano del ferro, dallo scartamento del binario e dall'altezza del baricentro del veicolo. Ma, d'altra parte, le variazioni dinamiche  $\Delta Q_d$  sono più direttamente legate alla velocità di marcia oltre che alla qualità geometrica e alle proprietà elastiche del binario. Per effetto di quest'ultimo contributo, il carico totale massimo esercitato in direzione-z risulta particolarmente amplificato nel caso di forti irregolarità del binario in combinazione con elevata rigidità del binario (come evidente in figure 10), così questo fatto enfatizza la grande importanza del mantenimento della qualità del binario unitamente all'ideale scelta del tasso di elasticità del tappetino di sottorotaia, al fine di rendere fattibile ogni pianificato esercizio a velocità maggiorata. Per quanto riguarda il progetto dei veicoli, l'utilizzo di masse non sospese ridotte rappresenta una caratteristica altamente favorevole per il mantenimento del carico di progetto per ruota entro livelli relativamente bassi.

In this way, the design loads per wheel in z-direction  $Q_k$  that each analyzed vehicle, running at its top speed (100 km/h for vehicle A and 160 km/h for the rest of them), would transmit to the rails are obtained in table 6 and graphically compared in fig. 9. These results correspond to the highest considered elasticity modulus of the subgrade ( $E_{sg} = 30,000$  MPa), since the total load per wheel reaches its maximum value –through the dynamic contribution– when track stiffness is also the utmost. Note that, concerning the calculation of the dynamic variations of wheel load, a value of the track quality parameter  $b_i$  equal to 1.10 has been assumed in this study. This amount corresponds to the usually adopted for tracks with a good level of geometrical quality maintenance ( $b_i = 1$ ) ([30; p. 37], [19; p. 1.34]), along with an additional margin of 10 %. On the other hand, the data regarding the track structure configuration have been taken as defined in Subsection 2.2.

On the subject of the wheel load transmitted in z-direction, a point of great interest is the analysis of the design load's sensitivity to variations in the level of track irregularities as well as in the track stiffness. This kind of study is jointly performed and displayed in fig. 10, where the particular case of vehicle C has been adopted as reference example.

As well known, nominal static load ( $Q_0$ ) is a vehicle's constant meanwhile quasi-static load changes due to running on curves ( $\Delta Q_c$ ) depend essentially on the maximum acceptable lateral acceleration in track plane, on the track gauge and on the height of the vehicle's centre of masses. But, on the other hand, the dynamic changes  $\Delta Q_d$  are more directly related to the running speed along with geometric quality and elastic properties of the track. Because of this latter contribution, the maximum total load exerted in z-direction becomes especially amplified in case of severe track

TABELLA 6 – TABLE 6

RISULTATI PRINCIPALI DEL CALCOLO DEL MASSIMO CARICO DI PROGETTO PER RUOTA ESERCITATO IN DIREZIONE-Z SU UN BINARIO DI DATA CONFIGURAZIONE (per  $E_{sg} = 30,000$  MPa) - MAIN RESULTS IN THE CALCULATION OF THE MAXIMUM DESIGN LOAD PER WHEEL EXERTED IN Z-DIRECTION ON A TRACK WITH THE GIVEN CONFIGURATION (for  $E_{sg} = 30,000$  MPa)

Classe di carico in direzione-z <i>Class of load in z-direction</i>	Veicolo <i>Vehicle</i>					
	A	B	C	D	E	
$Q_0$ (kN)	41.65	57.57	61.25	67.37	73.50	
$\Delta Q_c$ (kN)	7.53	14.83	21.19	24.85	26.14	
$\Delta Q_d$ (kN)	99.8 %	41.91	73.62	74.17	76.19	78.26
	98.0 %	29.91	52.53	52.92	54.37	55.84
	90.0 %	18.66	32.78	33.02	33.93	34.85
$Q_k$ (kN)	99.8 %	91.09	146.02	156.61	168.42	177.90
	98.0 %	79.09	124.93	135.37	146.59	155.48
	90.0 %	67.84	105.18	115.47	126.15	134.48

6.2. Effetti meccanici sulle rotaie

6.2.1. Momento flettente

Il momento flettente generato lungo una rotaia da un carico puntuale che agisce in direzione-z può essere calcolato sulla base della soluzione per la deflessione di rotaia fornita dal modello di binario classico costruito con i contributi fondamentali di WINKLER (1867), ZIMMERMANN (1888) e TIMOSHENKO (1915) e i lievi aggiustamenti apportati da SALLER (1932) e HANKER (1935). Il valore più elevato di questo momento flettente si ha nella sezione in cui è applicato il carico. Così, per un certo carico di progetto per ruota, il massimo momento flettente sulle rotaie ( $M_z$ ) è ottenuto mediante le seguenti espressioni equivalenti ([19; pp. 3.56-3.57], [30; p. 42], [18; pp. 61-66], [21; p. 20], [31; p. 24], [25; p. 396, 401], [23; pp. 269-271]), a seconda che esso sia quantifi-

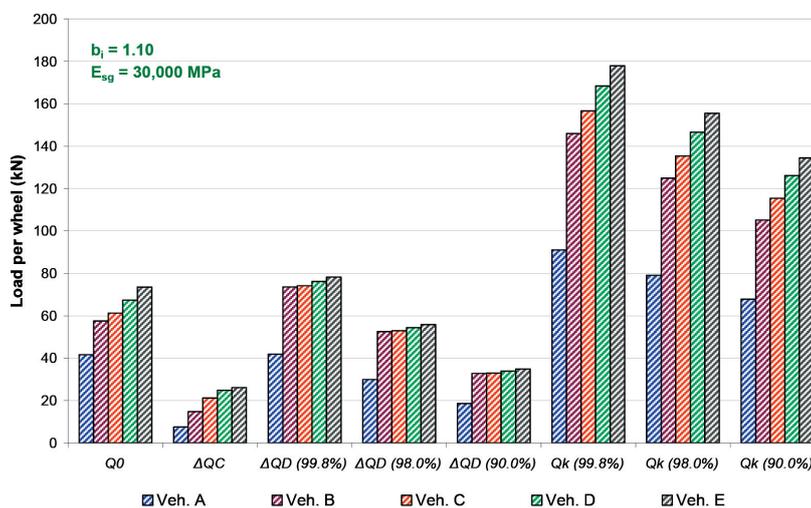


Fig. 9 – Comparazione grafica dei carichi per ruota in direzione-z trasmessi alle rotaie di un binario di data configurazione (for  $E_{sg} = 30,000$  MPa). Graphical comparison of the wheel loads in z-direction transmitted to the rails of a track with the given configuration (for  $E_{sg} = 30,000$  MPa).

irregularities in combination with high track stiffness (as reflected in fig. 10), so this fact points up the great importance of track quality maintenance, along with a suitable choice of the rail pad's spring rate, in order to make any projected speeding-up operation feasible. As regards to vehicles design, reduced unsuspended masses constitutes a highly favourable characteristic for maintaining the design wheel load within relatively low levels.

Vehicle C

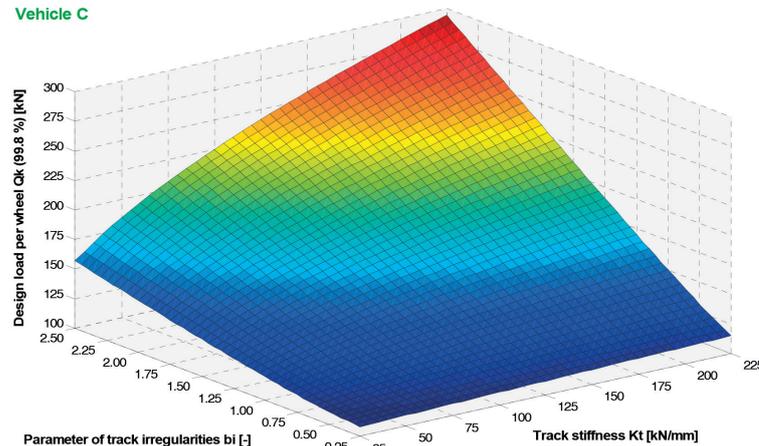


Fig. 10 – Analisi di sensibilità del carico di progetto per ruota in direzione-z in funzione del livello d'irregolarità del binario e della rigidità verticale del binario (esempio relativo al veicolo C). Sensitivity analysis of the design load per wheel in z-direction as a function of the track irregularities level and the vertical track stiffness (example for vehicle C).

6.2. Mechanical effects on the rails

6.2.1. Bending moment

The bending moment produced along a rail by a point load acting in z-direction can be calculated on the basis of the solution for rail deflection given by the classic track model constructed with the fundamental contributions from WINKLER (1867), ZIMMERMANN (1888) and TIMOSHENKO (1915) and the slight adjustments due to SALLER (1932) and HANKER (1935). The highest value of this bending moment takes place at the section where the load is applied. Thus,

cato attraverso il coefficiente di massiccata o attraverso la rigidità verticale del binario:

$$M_r = \frac{Q_k}{4} \cdot \sqrt[4]{\frac{4 \cdot E_r \cdot I_{rh} \cdot s}{C \cdot A_e}} \quad (26.a)$$

$$M_r = \frac{Q_k}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_r \cdot I_{rh}}{K_t}} \quad (26.b)$$

In tal modo, queste equazioni sono state applicate in modo specifico al calcolo del massimo momento flettente sulle rotaie causato dall'esercizio dei veicoli allo studio su binari a scartamento ridotto con le caratteristiche descritte nella Sottosezione 2.2. Per quanto riguarda il carico di progetto per ruota, il suo calcolo è effettuato in accordo con le indicazioni della sottosezione 5.1.2, tenendo in considerazione che, per ogni calcolo riguardante le rotaie, è stato scelto un livello di probabilità del 99.8% nella valutazione delle fluttuazioni dinamiche del carico per ruota. Per quanto riguarda la rigidità del binario, l'intervallo di variazione considerato corrisponde a piattaforme della linea i cui moduli di deformazione o elasticità variano da  $E_{v2,sg} = 25$  MPa a  $E_{sg} = 30,000$  MPa. In tal modo, sono conseguiti i risultati inclusi in tabella 7.

Questi risultati sono ora presentati in figura 11, in cui la rigidità verticale del binario corrispondente ad ogni modulo di deformazione o di elasticità della piattaforma della linea è stata assunta come una variabile indipendente.

La Figura 11 rivela che, per le date condizioni, i valori più elevati del momento flettente sulle rotaie si hanno quando la rigidità del binario è la più bassa possibile, o in altre parole, nel caso di piattaforme della linea di capacità portante pari al valore minimo considerato. Sebbene il carico di progetto  $Q_k$  cresca con la rigidità del binario, tale crescita non è sufficiente per contrastare l'influenza di questa variabile sul calcolo del momento flettente (vedi l'equazione (26.b), dove, a prima vista, il momento flettente potrebbe sembrare inversamente proporzionale alla radice cubica della rigidità del binario).

D'altra parte, occorre notare che gli incrementi relativi del momento flettente sulle rotaie prodotti dall'esercizio dei veicoli B, C, D ed E alla loro massima velocità sono molto elevati se comparati con quelli del veicolo A. In particolare, per i valori massimi (cioè quelli ottenuti per  $E_{v2,sg} = 25$  MPa), questa crescita raggiunge il 59 % per il veicolo B, il 73 % per C, l'89 % per D e il 102 % per il veicolo E.

for a certain design load per wheel, the maximum bending moment on rails ( $M_r$ ) is obtained by means of the following equivalent expressions ([19; pp. 3.56-3.57], [30; p. 42], [18; pp. 61-66], [21; p. 20], [31; p. 24], [25; p. 396, 401], [23; pp. 269-271]), depending whether it is quantified through the coefficient of ballast or the vertical track stiffness:

$$M_r = \frac{Q_k}{4} \cdot \sqrt[4]{\frac{4 \cdot E_r \cdot I_{rh} \cdot s}{C \cdot A_e}} \quad (26.a)$$

$$M_r = \frac{Q_k}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_r \cdot I_{rh}}{K_t}} \quad (26.b)$$

In this way, these equations have been particularly applied to the calculation of the maximum bending moment on rails caused by the operation of the vehicles under study on a narrow gauge track with the characteristics described in Subsection 2.2. As regards the design load per wheel, its computation is performed according to the indications of Subsection 5.1.2, taking into account that a probability level of 99.8 % has been selected in the evaluation of the dynamic fluctuations of wheel load for any calculation concerning rails. With respect to track stiffness, the considered variation interval corresponds to subgrades whose modulus of deformation or elasticity ranges from  $E_{v2,sg} = 25$  MPa to  $E_{sg} = 30,000$  MPa. Thereby, the results included in table 7 are obtained.

These results are now presented in fig. 11, where the vertical track stiffness corresponding to every subgrade's modulus of deformation or elasticity has been taken as the independent variable.

TABELLA 7 – TABLE 7

MOMENTO FLETTENTE AGENTE SULLE ROTAIE DI UN BINARIO DI DATA CONFIGURAZIONE - BENDING MOMENT ON RAILS FOR A TRACK WITH THE GIVEN CONFIGURATION)

Modulo di elasticità (sollecitazione-deformazione) della piattaforma della linea <i>Stress-strain modulus of the subgrade</i>	Momento flettente sulle rotaie $M_r$ (kN·m) <i>Bending moment on rails <math>M_r</math> (kN·m)</i>				
	Veicolo A <i>Vehicle A</i>	Veicolo B <i>Vehicle B</i>	Veicolo C <i>Vehicle C</i>	Veicolo D <i>Vehicle D</i>	Veicolo E <i>Vehicle E</i>
$E_{v2,sg} = 25$ MPa	17.90	28.49	31.06	33.84	36.08
$E_{v2,sg} = 40$ MPa	17.36	27.64	30.05	32.68	34.79
$E_{v2,sg} = 60$ MPa	16.95	27.02	29.31	31.81	33.82
$E_{v2,sg} = 80$ MPa	16.70	26.63	28.85	31.27	33.22
$E_{v2,sg} = 100$ MPa	16.52	26.36	28.52	30.89	32.79
$E_{v2,sg} = 125$ MPa	16.36	26.11	28.22	30.54	32.40
$E_{v2,sg} = 150$ MPa	16.24	25.93	28.00	30.28	32.11
$E_{v2,sg} = 200$ MPa	16.07	25.67	27.69	29.91	31.70
$E_{v2,sg} = 250$ MPa	15.95	25.50	27.48	29.67	31.42
$E_{sg} = 3,000$ MPa	15.43	24.73	26.54	28.55	30.16
$E_{sg} = 30,000$ MPa	15.38	24.66	26.45	28.44	30.04

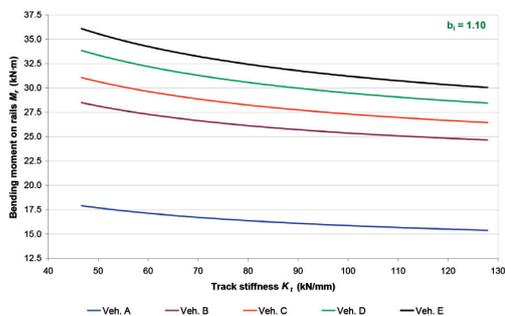


Fig. 11 – Variazione, per una data configurazione di binario, del momento flettente massimo agente sulle rotaie in funzione della rigidità verticale del binario. Variation, for the given track configuration, of the maximum bending moment on rails depending on the vertical track stiffness.

6.2.2.Limitazione della sollecitazione massima di trazione sulla suola della rotaia

Una volta determinati i momenti flettenti esistenti nelle rotaie, lo stadio successivo consiste nel verificare che le massime sollecitazioni di trazione nella suola della rotaia ( $\sigma_{rf}$ ) non siano superiori al valore limite ammissibile ( $\sigma_{radm}$ ) tipico di una certa qualità di acciaio. Così, per la valutazione della sollecitazione totale sulla suola della rotaia, i seguenti termini devono essere aggiunti alla sollecitazione prodotta dal momento flettente ( $\sigma_M$ ): gli sforzi di trazione generati dalla diminuzione di temperatura al di sotto della temperatura neutra ( $\sigma_T$ ), le sollecitazioni interne residue ( $\sigma_i$ ) relative a processi di raffreddamento e raddrizzamento, e le sollecitazioni che nascono dagli attacchi della rotaia nelle curve strette ( $\sigma_c$ ). In tal modo la condizione da soddisfare è tradotta nella forma seguente [21; pp. 13-14]:

$$\sigma_{rf} = \beta_M \cdot \sigma_M + \sigma_T + \sigma_i + \sigma_c \leq \sigma_{radm} \quad (27)$$

La maggiore sollecitazione che si verifica sulla suola della rotaia dovuta alla flessione nel piano longitudinale, che è perpendicolare al binario, può essere ottenuta direttamente per mezzo dell'Equazione (28):

$$\sigma_M = \frac{M_r}{W_{rf}} \quad (28)$$

In questa espressione,  $W_{rf}$  rappresenta il modulo della sezione della rotaia relativa al bordo inferiore della suola. Per un profilo di rotaia UIC54, il modulo della sezione  $W_{rf}$  è pari a 312.9 cm<sup>3</sup>.

In aggiunta,  $\beta_M$  è un coefficiente d'incremento presente nell'Equazione (27) destinato a tenere in considerazione, nel bordo esterno della suola di rotaia, gli effetti della flessione attorno al suo asse verticale. Questo coefficiente è solitamente assunto pari a 1.5 [21; p. 14].

Per quanto attiene agli effetti termici, il valore delle sollecitazioni causate dalle variazioni di temperatura è dato dalla seguente formula:

Fig. 11 reveals that, for the given conditions, the highest values of bending moment on rails take place when the track stiffness is as low as possible, or, in other words, in case of subgrades whose bearing capacity is the minimum considered. Although the design load  $Q_k$  increases with the track stiffness, such growth is not enough to counteract the influence of this variable on the bending moment calculation (see Equation (26.b), where, at first glance, bending moment might seem as inversely proportional to the cube root of track stiffness).

On the other hand, note that the relative increases in the bending moment on rails produced by the operation of vehicles B, C, D and E at their maximum speed are of very high magnitude in relation to vehicle A. In particular, for the case of the maximum values (i.e. those obtained for  $E_{v2,sg} = 25$  MPa), this growth reaches 59 % for vehicle B, 73 % for C, 89 % for D and 102 % for E.

6.2.2.Limitation of maximum tensile stress in the rails foot

Once the bending moments existing on rails have been determined, the next stage consists in checking that the maximum tensile stresses in the rails foot ( $\sigma_{rf}$ ) is not greater than the admissible limit ( $\sigma_{radm}$ ) of a certain steel quality. Thus, for the evaluation of the total stress in the rails foot, the following terms must be added to the stress caused by bending moment ( $\sigma_M$ ): tensile stresses generated by temperature decrease below neutral ( $\sigma_T$ ), internal residual stresses ( $\sigma_i$ ) related to cooling down and roll straightening processes, and stresses arising from the attachment of the rail in tight curves ( $\sigma_c$ ). In this way, the condition to be satisfied results in the following form [21; pp. 13-14]:

$$\sigma_{rf} = \beta_M \cdot \sigma_M + \sigma_T + \sigma_i + \sigma_c \leq \sigma_{radm} \quad (27)$$

The greatest stress occurring in the rail foot due to bending in the longitudinal plane that is perpendicular to track can be directly obtained by means of Equation (28):

$$\sigma_M = \frac{M_r}{W_{rf}} \quad (28)$$

In this expression,  $W_{rf}$  stands for the section modulus of the rail relative to the lower edge of the foot. For a rail profile UIC54, the section modulus  $W_{rf}$  amounts 312.9 cm<sup>3</sup>.

In addition,  $\beta_M$  is an increase coefficient present in Equation (27) intended to take into account, in the outer edge of the rail foot, the effects of bending about its vertical axis. This coefficient is usually assumed as 1.5 [21; p. 14].

As regards to thermal effects, the value of stresses caused by temperature variations is given by the following formula:

$$\sigma_T = E_r \cdot \alpha_r \cdot \Delta T \quad (29)$$

In this equation,  $\alpha_r$  stands for the linear thermal expansion coefficient of the steel, whose maximum value is usually fixed at  $1.15 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  [18; p. 77], [10; p. 90], [25; p. 382], [19; p. 4.46]), and  $\Delta T$  is the greatest expected difference between the rail temperature and the neutral (in this case, the maximum decrease below this temperature).

$$\sigma_T = E_r \cdot \alpha_r \cdot \Delta T \quad (29)$$

In questa equazione,  $\alpha_r$  rappresenta il coefficiente di dilatazione termica lineare dell'acciaio, il cui valore massimo è solitamente fissato a  $1.15 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  ([18; p. 77], [10; p. 90], [25; p. 382], [19; p. 4.46]), e  $\Delta T$  è la più elevata differenza attesa tra la temperatura della rotaia e la temperatura neutra (in questo caso, il massimo decremento al di sotto di tale temperatura).

Per la valutazione delle sollecitazioni interne residue ( $\sigma_r$ ), si assume solitamente un valore variabile tra 80 e 100 MPa ([20; p. 209], [25; p. 445], [31; p. 34], [19; pp. 5.2-5.4]).

Con riferimento alle sollecitazioni dovute agli attacchi della rotaia nelle curve strette ( $\sigma_c$ ), è stato indicato un valore compreso tra 30 e 40 MPa per archi con raggi ridotti [21; p. 14].

D'altra parte, il valore limite ammissibile per le sollecitazioni normali sulla rotaia ( $\sigma_{r,adm}$ ) è solitamente valutato come il limite di elasticità della considerata qualità di acciaio moltiplicato per un certo coefficiente di riduzione, che è di solito molto prossimo all'unità. Nell'ambito dello scopo del presente studio, un valore di 0.90 è stato assunto per tale coefficiente [21; p. 27].

In tal modo, l'applicazione di questa procedura alle particolari condizioni in analisi conduce all'ottenimento delle massime sollecitazioni di trazione sulla suola della rotaia riportate nella Tabella 8. L'ottenimento di questi risultati assume, nella valutazione del termine  $\sigma_T$ , un decremento massimo di temperatura di  $45^\circ\text{C}$  al di sotto del valore neutro, poiché sono state ipotizzate una temperatura neutra non superiore a  $25^\circ\text{C}$  ed una temperatura minima assoluta di  $-20^\circ\text{C}$ . Come precedentemente evidenziato, il coefficiente  $\beta_M$  è stato fissato a 1.5 in questi calcoli. Al contempo, per quanto attiene alla quantificazione delle sollecitazioni causate dalle deformazioni interne residue e dagli attacchi di rotaia in curva, sono stati adottati valori di 90 MPa e 40 MPa per  $\sigma_r$  e rispettivamente  $\sigma_c$ .

Poiché il limite di elasticità dell'acciaio della rotaia è stato inizialmente ipotizzato pari ad almeno 480 MPa (Sottosezione 2.2), il valore massimo ammissibile per le sollecitazioni normali ( $\sigma_{r,adm}$ ) dovrebbe essere fissato a 432 MPa, e cioè pari al 90 % della sollecitazione di snervamento. Pertanto, i risultati sintetizzati nella Tabella 8 mostrano che la massima solle-

For the assessment of internal residual stresses ( $\sigma_r$ ), it is usually assumed a value ranging between 80 and 100 MPa ([20; p. 209], [25; p. 445], [31; p. 34], [19; pp. 5.2-5.4]).

In reference to the stresses due to the attachment of the rail in tight curves ( $\sigma_c$ ), a value between 30 and 40 MPa has been indicated for arcs with small radius [21; p. 14].

On the other hand, the admissible limit for normal stresses in the rail ( $\sigma_{r,adm}$ ) is normally evaluated as the limit of elasticity of the considered steel quality multiplied by a certain reduction coefficient, which is usually very near to one. In the scope of the present study, a value of 0.90 has been assumed for this coefficient [21; p. 27].

In this way, the application of this procedure to the particular conditions under analysis leads to the obtainment of the maximum tensile stresses in the rails foot included in Table 8. The calculation of these results considers a greatest decrease of temperature below neutral of  $45^\circ\text{C}$  in the assessment of the term  $\sigma_T$ , since a neutral temperature not higher than  $25^\circ\text{C}$  and a minimum absolute temperature of  $-20^\circ\text{C}$  have been supposed. As previously pointed out, the coefficient  $\beta_M$  has been fixed at 1.5 in these calculations. Meanwhile, concerning the quantification of the stresses caused by internal residual strains and by the attachment of the rail in curves, values of 90 MPa and 40 MPa have been adopted for  $\sigma_r$  and  $\sigma_c$  respectively.

Since the limit of elasticity of the rails' steel was initially supposed as at least 480 MPa (Subsection 2.2), the maximum permissible value for normal stresses ( $\sigma_{r,adm}$ ) would be fixed at 432 MPa, considered as the 90 % of such yield stress. Therefore, the results summarized in table 8 show

TABELLA 8 – TABLE 8

MASSIMA SOLLECITAZIONE DI TRAZIONE SULLA SUOLA DELLA ROTAIA PER UN BINARIO DI DATA CONFIGURAZIONE - MAXIMUM TENSILE STRESS IN THE RAILS FOOT FOR A TRACK WITH THE GIVEN CONFIGURATION

Modulo di elasticità (sollecitazione-deformazione) della piattaforma della linea <i>Stress-strain modulus of the subgrade</i>	Massima sollecitazione di trazione sulla suola della rotaia $\sigma_{rf}$ (MPa)				
	<i>Maximum tensile stress in the rails foot <math>\sigma_{rf}</math> (MPa)</i>				
	Veicolo A <i>Vehicle A</i>	Veicolo B <i>Vehicle B</i>	Veicolo C <i>Vehicle C</i>	Veicolo D <i>Vehicle D</i>	Veicolo E <i>Vehicle E</i>
$E_{v2,sg} = 25 \text{ MPa}$	324.5	375.2	387.5	400.9	411.6
$E_{v2,sg} = 40 \text{ MPa}$	321.9	371.2	382.7	395.3	405.4
$E_{v2,sg} = 60 \text{ MPa}$	319.9	368.2	379.2	391.2	400.8
$E_{v2,sg} = 80 \text{ MPa}$	318.7	366.3	376.9	388.6	397.9
$E_{v2,sg} = 100 \text{ MPa}$	317.9	365.0	375.4	386.7	395.9
$E_{v2,sg} = 125 \text{ MPa}$	317.1	363.8	374.0	385.1	394.0
$E_{v2,sg} = 150 \text{ MPa}$	316.5	362.9	372.9	383.8	392.6
$E_{v2,sg} = 200 \text{ MPa}$	315.7	361.7	371.4	382.1	390.6
$E_{v2,sg} = 250 \text{ MPa}$	315.1	360.9	370.4	380.9	389.3
$E_{sg} = 3,000 \text{ MPa}$	312.6	357.2	365.9	375.5	383.3
$E_{sg} = 30,000 \text{ MPa}$	312.4	356.9	365.4	375.0	382.7

citazione di trazione sulla suola della rotaia non eccede tale valore limite ammissibile in nessuno dei casi in considerazione, anche nel caso del veicolo E in marcia su un tratto di binario la cui piattaforma garantisce solo la capacità portante più bassa valutata ( $E_{v2,sg} = 25 \text{ MPa}$ ). Anche questo confronto è presentato in figura 12, dove è stato graficato lo sforzo di trazione sulla suola della rotaia in funzione della rigidità del binario corrispondente ad ogni singolo modulo della piattaforma della linea.

D'altra parte, si deve osservare che gli incrementi relativi della massima sollecitazione di trazione sulla suola della rotaia causati dall'esercizio dei veicoli B, C, D ed E rispetto al veicolo A, sono considerevolmente inferiori dei tassi di crescita raggiunti per il momento flettente esistente (vedi la sottosezione 5.2.1). Questo comportamento è basato sul fatto che lo sforzo totale di trazione comprende non solo un termine variabile dipendente dal momento flettente  $M_r$  (e, pertanto, dalle proprietà dei veicoli e dalle loro caratteristiche di esercizio) ma anche altri termini ( $\sigma_T$ ,  $\sigma_i$  e  $\sigma_c$ ) la cui valutazione non è affatto influenzata dalle tipologie di servizio ferroviario previste sulla via.

Così, l'incremento relativo della massima sollecitazione di trazione risultante dall'esercizio dei veicoli B, C, D ed E ammonta solo al 16%, 19%, 24% e 27%, rispettivamente, se rapportato al veicolo A.

Inoltre, per quanto riguarda il comportamento a fatica, si deve tenere a mente che una significativa attenzione deve essere prestata, in uno studio finale pienamento esaustivo, alla possibilità dell'occorrenza di rotture per fatica che si dipartono dal centro della suola della rotaia. Così, al fine di garantire la prevenzione di questa fonte di guasto, la sollecitazione di trazione per flessione in tale punto della sezione della rotaia ( $\sigma_M$ ), originata dal passaggio dinamico delle sale montate, dovrebbe essere limitata ad un limite superiore aggiuntivo che dipende dall'ampiezza di quelle sollecitazioni normali a carattere statico o permanente che interessano il centro della suola della rotaia (cioè la somma delle sollecitazioni termiche  $\sigma_T$  e delle sollecitazioni interne residue  $\sigma_i$ ). In questo modo, la sollecitazione di flessione massima ammissibile dovrebbe essere determinata in accordo con il diagramma di Smith (vedi, ad esempio, [10; p. 85], [20; pp. 208-209]), che è a sua volta specifico di ogni grado di acciaio della rotaia, in funzione di tali sollecitazioni normali statiche o permanenti. Comunque, in accordo a [20; p. 209] il fattore di sicurezza della rotaia in relazione alla sollecitazione di trazione per flessione nel centro della suola, capace di determinare rotture per fatica, varia solitamente tra 2 e 3.

6.2.3. Limitazione degli sforzi combinati sul fungo di rotaia

La successiva condizione da verificare è relativa alla combinazione tridimensionale, nel fungo di rotaia, delle sollecitazioni originate dal contatto ruota-rotaia. La corrispondente limitazione è basata sul criterio di snervamento di Von Mises, che impone, in una formulazione generale, la conformità alla seguente restrizione ([20; p. 212], [21; pp. 28-29], [25; pp. 445-446], [19; pp. 5.11-5.12]):

that the maximum tensile stress in rails foot does not exceed this admissible limit in any of the cases under consideration, even for vehicle E running on a track section whose subgrade provides only the lowest accounted bearing capacity ( $E_{v2,sg} = 25 \text{ MPa}$ ). This comparison is also presented in fig. 12, where the tensile stress in rails foot has been plotted as a function of the track stiffness corresponding to every subgrade's modulus.

On the other hand, it should be observed that the relative increases of the maximum tensile stress in rails foot caused by the operation of vehicles B, C, D and E in relation to A are considerably smaller than the growth ratios reached for the existing bending moment (see Subsection 5.2.1). This behaviour is based on the fact that the total tensile stress is comprised not only of a variable term depending on the bending moment  $M_r$  (and, therefore, on the vehicles' properties and their operational characteristics) but also of other terms ( $\sigma_T$ ,  $\sigma_i$  and  $\sigma_c$ ) whose evaluation is not influenced at all by the typology of railway services that would be performed on the track.

Thus, the relative increase in the maximum tensile stress resulting from the operation of vehicles B, C, D and E amounts only to 16%, 19%, 24% and 27%, respectively, in comparison with vehicle A.

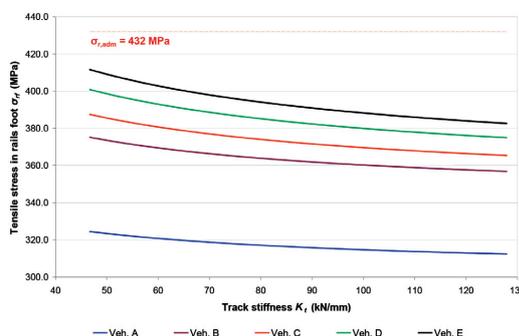


Fig. 12 - Variazione, per una data configurazione di binario, del momento flettente massimo agente sulla della rotaia in funzione della rigidità verticale del binario. Variation, for the given track configuration, of the maximum tensile stress in rails foot as a function of the vertical track stiffness.

Moreover, as regards to fatigue effects, it must be borne in mind that significant attention should be paid, in a fully comprehensive final study, to the possibility of occurrence of fatigue fractures starting in the centre of the rail foot. Thus, in order to ensure the prevention of this source of failure, the tensile bending stress at such point of the rail section ( $\sigma_M$ ), arisen from the dynamic passage of the wheelsets, would have to be limited to an additional upper bound which depends on the magnitude of those normal stresses of static or permanent character that affect the rail foot centre (i.e. the sum of thermal stresses  $\sigma_T$  and internal residual stresses  $\sigma_i$ ). In this way, the maximum admissible

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}{2}} \leq \sigma_{r,adm} \quad (30)$$

In questa espressione,  $\sigma_v$  è la cosiddetta sollecitazione combinata di Von Mises e  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  rappresentano le sollecitazioni principali in un certo punto del corpo.

Nell'ipotesi di uno stato di tensione piano per le sezioni della rotaia, la seguente equivalenza può essere derivata dall'Equazione (30) per le sollecitazioni di taglio ([10; p. 87], [20; p. 212], [21; pp. 28-29], [25; p. 446], [19; pp. 5.11-5.12]):

$$\tau_{r,adm} = \frac{\sigma_{r,adm}}{\sqrt{3}} \quad (31)$$

Nell'equazione (31) e nel seguito,  $\tau_{r,adm}$  è il limite ammissibile della sollecitazione di taglio dell'acciaio della rotaia.

D'altra parte, è possibile, sulla base di teorie semplificate per il contatto tra due corpi elastici curvi ([10; pp. 86-87], [20; pp. 210-212]), ottenere la seguente espressione approssimata per la valutazione della sollecitazione di taglio di progetto (imputabile alla fatica) sul fungo della rotaia ( $\tau_{rh}$ ):

$$\tau_{rh} \approx 0.304 \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot E_r}{64 \cdot (1 - \nu_r^2)} \cdot b_{wr} \cdot \frac{Q_{qs}}{r_w}} \quad (32)$$

In questa equazione,  $E_r$  e  $\nu_r$  sono il modulo di elasticità e il rapporto di Poisson dell'acciaio della rotaia (fissati a 210,000 MPa e rispettivamente a 0.30);  $b_{wr}$  rappresenta il semiasse dell'area del contatto ruota-rotaia in direzione trasversale rispetto alla direzione di avanzamento (cioè metà della larghezza dell'area di contatto);  $r_w$  è il raggio delle ruote del veicolo; e infine,  $Q_{qs}$  è il massimo carico quasi-statico per ruota (carico ripetitivo), vale a dire, la somma del peso statico  $Q_0$  e del limite superiore delle variazioni quasi statiche del carico per ruota dovute al transito in curva ( $\Delta Q_c$ ). Con riferimento al carico  $Q_{qs}$  introdotto nell'Equazione (32), è importante essere consapevoli che il calcolo della sollecitazione di taglio di progetto in accordo con questo criterio non include alcun effetto di amplificazione dinamica a causa del carattere molto locale dello stato di sollecitazione generato dal contatto ruota-rotaia e dalle continue variazioni della posizione dell'area di contatto da ruota a ruota [10; pp. 86-87].

In sintesi, la combinazione delle Equazioni (31) e (32) conduce alla formulazione della seguente condizione:

$$0.304 \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot E_r}{64 \cdot (1 - \nu_r^2)} \cdot b_{wr} \cdot \frac{Q_{qs}}{r_w}} \leq \frac{\sigma_{r,adm}}{\sqrt{3}} \quad (33)$$

Comunque, si dovrebbe notare che l'Equazione (32) è una formula che considera una forma semplificata delle teorie di Hertz applicata al contatto tra un sottile cilindro (cerchio di rotolamento della ruota con la larghezza dell'area di contatto) ed una superficie piana (semplificazione della superficie di marcia del fungo di rotaia). Chiaramente questo non è un modo molto preciso per modellare l'effettivo contatto ruota-rotaia, ma, per quanto attiene allo scopo e ai propositi del presente studio, tale metodo può essere impiegato per una stima accettabile.

bending stress should be determined according to the Smith diagram (see, for instance, [10; p. 85], [20; pp. 208-209]), which is in turn specific of each rail steel grade, as a function of such static or permanent normal stresses. Anyway, according to [20; p. 209] the safety factor of the rail in reference to tensile bending stresses in the foot centre able to result in fatigue fractures ranges usually from 2 to 3.

### 6.2.3. Limitation of combined stresses in the rails head

The next condition to be checked is related to the three-dimensional combination, in the rails head, of stresses emerged from the wheel-rail contact. The corresponding limitation is based on the Von Mises yield criterion, which imposes, in a general formulation, the compliance with the following restriction ([20; p. 212], [21; pp. 28-29], [25; pp. 445-446], [19; pp. 5.11-5.12]):

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}{2}} \leq \sigma_{r,adm} \quad (30)$$

In this expression,  $\sigma_v$  is the so-called Von Mises combined stress and  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  and  $\sigma_3$  stand for the principal stresses in a certain point of the body.

In the assumption of a state of plane strain for the rail sections, the following equivalence can be derived from Equation (30) for shear stresses ([10; p. 87], [20; p. 212], [21; pp. 28-29], [25; p. 446], [19; pp. 5.11-5.12]):

$$\tau_{r,adm} = \frac{\sigma_{r,adm}}{\sqrt{3}} \quad (31)$$

In Equation (31) and hereinafter,  $\tau_{r,adm}$  is the limit of admissible shear stress of rail steel.

On the other hand, it is possible, on the basis, among others, of simplified theories for the contact between two curved elastic bodies ([10; pp. 86-87], [20; pp. 210-212]), to obtain the following approximate expression for the evaluation of the fatigue-related design shear stress in the rail head ( $\tau_{rh}$ ):

$$\tau_{rh} \approx 0.304 \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot E_r}{64 \cdot (1 - \nu_r^2)} \cdot b_{wr} \cdot \frac{Q_{qs}}{r_w}} \quad (32)$$

In this equation,  $E_r$  and  $\nu_r$  are the modulus of elasticity and Poisson's ratio of the rail steel (fixed at 210,000 MPa and 0.30, respectively);  $b_{wr}$  stands for the semiaxis of the wheel-rail contact area in transversal orientation with respect to forward direction (i.e. half the width of the contact area);  $r_w$  is the vehicle's wheel radius; and, finally,  $Q_{qs}$  is the maximum quasi-static load per wheel (repetitive load), namely, the sum of the static weight  $Q_0$  and the upper limit of quasi-static changes in wheel load due to curving ( $\Delta Q_c$ ). In reference to the load  $Q_{qs}$  involved in Equation (32), it is important to be aware that the calculation of the design shear stress according to this criterion does not include any dynamic amplification effect because of the very local character of the stress state generated by the wheel-rail contact and the continual changes in location of the contact area from wheel to wheel [10; pp. 86-87].

In questo modo, la tabella 9 riassume i risultati ottenuti nella valutazione della sollecitazione di taglio di progetto (imputabile alla fatica) sul fungo di rotaia attraverso l'applicazione dell'equazione (32) ai carichi per ruota dei veicoli  $Q_0$  e  $Q_C$  calcolati nella sottosezione 5.1.2. Per quanto riguarda il diametro delle ruote, questo è stato definito in Tabella 1. D'altra parte, per quanto attiene alla larghezza dell'area di contatto ruota-rotaia, il semiasse  $b_{wr}$  è ipotizzato non inferiore, in pratica, a 6 mm ([10; p. 86], [20; p. 210], [25; p. 410], [19; p. 3.110]).

Poiché il limite della sollecitazione di taglio ammissibile ( $\tau_{r,adm}$ ) è valutato, in accordo all'equazione (31), pari a 249.4 MPa, i risultati inclusi in tabella 9 mostrano che questo limite non è superato da nessuno dei veicoli in questione. Ciò nonostante, le sollecitazioni di taglio calcolate  $\tau_{rh}$  dipendono dal raggio delle ruote del veicolo in modo tale che una diminuzione del raggio implichi un incremento di tali sollecitazioni. Poiché le ruote del veicolo sono soggette ad usura (e pertanto a riduzione di diametro), è interessante analizzare le possibili modifiche di questo criterio come conseguenza delle variazioni del diametro delle ruote. Questo tipo di variazione è graficamente illustrata nella figura 13.

Così, la figura 13 rivela che il limite dello sforzo di taglio ammissibile non sarebbe raggiunto in nessuna possibile condizione di esercizio, anche per l'unità più sfavorevole (veicolo E) nel caso di usura delle ruote molto più severa del valore massimo normalmente ammesso. A tal riguardo il limite superiore della riduzione del diametro del cerchio di rotolamento è solitamente fissato a circa 70 mm in questo tipo di veicoli.

Inoltre, un criterio aggiuntivo da considerare nell'ambito della problematica delle solle-

In summary, the combination of Equations (31) and (32) leads to the formulation of the following condition:

$$0.304 \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot E_r}{64 \cdot (1 - \nu_r^2)} \cdot \frac{Q_{qs}}{r_w}} \leq \frac{\sigma_{r,adm}}{\sqrt{3}} \quad (33)$$

However, it should be noted that Equation (32) is an approximative formula which assumes a simplified form of the Hertz's theories applied to the contact between a thin cylinder (wheel tread with the width of the contact area) and a flat surface (simplification of the running surface of the rail head). Clearly this is not a very accurate way of modelling the actual wheel-rail contact, but, as far as the scope and purposes of this study are affected, it can be used as an acceptable estimation.

In this way, table 9 collects the results obtained in the evaluation of the fatigue-related design shear stress in the rail head through the application of Equation (32) to the vehicles' wheel loads  $Q_0$  and  $Q_C$  as calculated in Subsection 5.1.2. As regards to the wheel diameter, this has been defined in table 1. On the other hand, concerning the width of the wheel-rail contact area, the semiaxis  $b_{wr}$  is assumed to be not shorter, in practice, than 6 mm ([10; p. 86], [20; p. 210], [25; p. 410], [19; p. 3.110]).

TABELLA 9 – TABLE 9

SOLLECITAZIONE DI TAGLIO DI PROGETTO (IMPUTABILE ALLA FATICA) SUL FUNGO DI ROTAIA, GENERATA DA OGNI SINGOLO VEICOLO ANALIZZATO - FATIGUE-RELATED DESIGN SHEAR STRESS IN THE RAILS HEAD GENERATED BY EACH ANALYZED VEHICLE

Sollecitazione di taglio di progetto nel fungo di rotaia per carico ripetitivo <i>Design shear stress in the rails head for repetitive load</i>	Veicolo <i>Vehicle</i>				
	A	B	C	D	E
$\tau_{rh}$ (MPa)	146.5	175.0	186.7	197.5	205.3

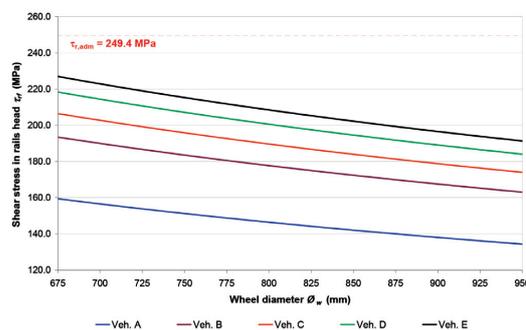


Fig. 13 - Variazione della sollecitazione di taglio di progetto (imputabile alla fatica) per ogni veicolo in funzione del diametro delle ruote. Variation of the fatigue-related design shear stress for each vehicle depending on the wheels diameter.

Since the limit of permissible shear stress ( $\tau_{r,adm}$ ) is evaluated, according to Equation (31), at 249.4 MPa, the results included in table 9 show that this boundary is not exceeded by any of the vehicles in question. Nevertheless, the calculated shear stresses  $\tau_{rh}$  depend on the vehicle's wheel radius in a way that a diminution of the radius implies an increase of those stresses. As the vehicles' wheels are subjected to wear (and therefore to reduction of diameter), it is interesting to analyze the possible modifications in this criterion as a consequence of alterations in wheels diameter. This kind of variation is graphically presented in fig. 13.

Thus, fig. 13 reveals that the limit of admissible shear stress would not be reached in any possible operating condition, even for the most unfavourable unit (vehicle E) in case of wheel wear much more severe than the maximum normally permitted. In this regard, the upper bound of diameter reduction in wheels tread is usually defined about 70 mm in this kind of vehicles.

citazioni sul fungo di rotaia può riguardare la possibilità di deformazione plastica anziché di rottura per fatica. Questo tipo di analisi sarebbe associata a carichi per ruota occasionali o infrequenti, così che gli effetti di amplificazione dinamica dovrebbero essere inclusi nella valutazione della sollecitazione di taglio massima di progetto (cioè,  $Q_k$  con un'elevata probabilità di non superamento sostituirebbe  $Q_{qs}$  nell'Equazione (33)). D'altra parte, il limite ammissibile per le sollecitazioni normali – e quindi anche per quelle di taglio – utilizzato per valutare questa condizione dovrebbe essere aumentato in relazione al criterio di cui sopra (di circa il 30% superiore in accordo a [10; pp. 87-88]).

*Nota Finale:* Questo articolo proseguirà con la pubblicazione di una seconda parte nel prossimo numero di Ingegneria Ferroviaria.

*Furthermore, an additional criterion to be considered within the matter of stresses in the rail head may deal with the possibility of plastic deformation instead of fatigue fracture. This kind of analysis would be associated to occasional or infrequent wheel loads, so that the dynamic amplification effects should be included in the evaluation of the maximum design shear stress (that is,  $Q_k$  with a high non-exceedance probability would replace  $Q_{qs}$  in Equation (33)). On the other hand, the admissible limit for normal stresses –and therefore also for the shear ones– used to assess this condition should be elevated in relation to the criterion above (by about 30 % higher according to [10; pp. 87-88]).*

Final note: This article will be continued in a second part to be published in the next issue of *Ingegneria Ferroviaria*.

#### BIBLIOGRAFIA (inclusa nella Parte I) - REFERENCES (included in Part I)

- [1] ALIAS J., "La voie ferrée: Techniques de construction et d'entretien", Editions Eyrolles. 1984.
- [2] ALIAS J., "Le rail", Editions Eyrolles. 1987.
- [3] ANDERSSON E., BERG M., STICHEL S., "Rail Vehicle Dynamics", Railway Group KTH. Centre for Research and Education in Railway Engineering. Stockholm, 2005.
- [4] CEDEX (Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas), "Norma NLT-357/98 Ensayo de Carga con Placa. Ministerio de Fomento", Madrid, 1998.
- [5] CEN (European Committee for Standardization), "EN 14363:2005. Railway applications. Testing for the acceptance of running characteristics of railway vehicles. Testing of running behaviour and stationary tests", 2005.
- [6] Department of Transport of the Republic of South Africa, "Rail Gauge Study Report", National Transport Master Plan 2050: Rail Working Group. Report No: RL/2/08-2009. Pretoria, August 2009.
- [7] DIN Deutsches Institut für Normung e.V., "DIN 18134:2001-09 Determining the deformation and strength characteristics of soil by the plate loading test", Berlin, September 2001.
- [8] Downer EDI Rail, "Diesel Tilt Train for QR", October 2007.
- [9] Downer EDI Rail, "Electric Tilt Train for QR", October 2007.
- [10] ESVELD C., "Modern Railway Track. Second Edition", T.U. Delft; MRT-Productions. ISBN 90-800324-3-3. Zaltbommel, The Netherlands, 2001.
- [11] FEVE (Ferrocarriles Españoles de Vía Estrecha). Web-site: <http://www.feve.es/es/servicios/viajeros/> - <http://www.feve.es/es/sobre-nosotros/presentacion/> - Accessed: December 2011.
- [12] FEVE (Ferrocarriles Españoles de Vía Estrecha), "Material motor FEVE. Conocimientos básicos", May 2011.
- [13] FEVE (Ferrocarriles Españoles de Vía Estrecha), "Nociones básicas ferroviarias. Versión 1.03", Feve Formación, April 2009.
- [14] GOPALAKRISHNAN S., "In search of a smoother ride on narrow gauge track", Railway Gazette International, Vol. 163, Issue 4, pp. 214-217, April 2007.
- [15] HAMMOND I. Australia's first tilting trains enter service in Queensland. *International Railway Journal*, Vol. 39, No. 1, pp. 22-23. 1999.
- [16] HAMMOND I., "Diesel tilting trains enter service in Queensland", *International Railway Journal*, Vol. 43, No. 7, pp. 24-25, 2003.

- [17] KISH A., SAMAVEDAM G., WORMLEY D., “*Fundamentals of track lateral shift for high-speed rail applications*”, European Rail Research Institute’s Interactive Conference on Cost Effectiveness and Safety Aspects of Railway Track, Paris, December 1998.
- [18] LICHTBERGER B., “*Track Compendium. Formation, Permanent Way, Maintenance, Economics*”, Eurailpress. ISBN 3-7771-0320-9, Hamburg, 2005.
- [19] LÓPEZ PITA A., “*Curso de Ferrocarriles. Tomo VIII: Interacción Vía-Vehículo*”. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos; Universidad Politécnica de Cataluña. ISBN 84-7493-092-8, Barcelona, 1985.
- [20] LÓPEZ PITA A., “*Infraestructuras ferroviarias*”, Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya. ISBN 84-8301-853-5, Barcelona, 2006.
- [21] LOSADA M., “*Curso de Ferrocarriles. Cuaderno III: Mecánica de la Vía*”, E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos; Universidad Politécnica de Madrid. ISBN 84-7493-225-4, Madrid, 1995.
- [22] MARUOKA A., “*Technical Points for Speeding-up on Narrow Gauge Lines*”, Japanese Railway Engineering, No. 112, pp. 13-17, Tokyo, December 1989.
- [23] MELIS M., “*Apuntes de introducción a la dinámica vertical de la vía y a las señales digitales en ferrocarriles*”, Cátedra de Ferrocarriles; Universidad Politécnica de Madrid. ISBN 978-84-612-7686-8, November 2008.
- [24] MONTAGNÉ S., “*Les paramètres de tracé en voie étroite*”, Revue Générale des Chemins de Fer, Supplement to No. 7-8, pp. 7-12, Paris, July-August 1988.
- [25] OLIVEROS RIVES F., LÓPEZ PITA A., MEJÍA PUENTE M., “*Tratado de Ferrocarriles I. Vía*”, Ediciones Rueda. ISBN 84-7207-005-0, Madrid, 1977.
- [26] PIRO G., “*Tilting trains: Has it become ‘in vogue’ to use these or are they a real necessity? The experience of several European operators*”, 5<sup>th</sup> World Congress on Railway Research. Cologne, November 2001.
- [27] POULOS H.G., DAVIS E.H., “*Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics*”, John Wiley & Sons, Inc. ISBN 0-471-69565-3, 1974.
- [28] SENAC G., “*Le relèvement des vitesses sur les lignes existantes*”, Revue Générale des Chemins de Fer, Vol. 102, pp. 617-625, Paris, October 1983.
- [29] TASHIRO M., “*Results of Speeding-up to 160 km/h on Narrow Gauge Conventional Railways*”, Japanese Railway Engineering, No. 141 (Vol. 38, part 2), pp. 15-19, Tokyo, 1998.
- [30] TEIXEIRA P.F., “*Contribución a la Reducción de los Costes de Mantenimiento de Vías de Alta Velocidad Mediante la Optimización de su Rigidez Vertical*”. Ph.D. thesis. Universitat Politècnica de Catalunya, 2003.
- [31] UBALDE CLAVER L., “*Ferrocarriles de Vía Métrica. Posibilidades y limitaciones*”, Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya. ISBN 84-8301-602-8, Barcelona, 2002.
- [32] UIC (International Union of Railways), “*Code 719 R. Ouvrages en terre et couches d’assise ferroviaires*”, 1994.
- [33] WECKER J., “*QR’s Experience With Narrow Gauge Tilt Trains*”, 5<sup>th</sup> World Congress & Exhibition on High-Speed Rail (Eurailspeed), Milan, 2005.

Sommaire

ETUDE SUR LA MÉCANIQUE DU RAIL À ÉCARTEMENT RÉDUIT POUR VITESSES JUSQU'À 160 KM/H (PARTIE I)

Au fin d'énoncer les conditions dans lesquelles cet étude sera développée, la première partie de cet article commence, après avoir traité certains arguments introductifs, avec la définition des caractéristiques techniques de majeur relief des cinq types génériques de véhicules pris en considération ainsi que la définition des propriétés et des dimensions de la structure initiale du rail. En outre, cet étude détermine les contraintes d'installation du rail qui doivent être respectées en termes de surélévation et accélération centrifuge non compensée ressentie par les passagers. En ce qui concerne le projet de révision du parcours, des excessifs déplacements latéraux du rail sont évités par comparaison entre les forces transversales produites par la salle démontée et la résistance latérale du rail. D'ailleurs, l'armure de la structure du rail dépend principalement des charges verticales par roue, qui sont influencées à leur tour par plusieurs facteurs parmi lesquels la rigidité du rail. Ces liens sont aussi étudiés dans le contexte de cet article. Cette première section porte enfin sur les effets mécaniques sur les rails, comme le moment de flexion ainsi que les sollicitations limites sur le champignon et sur la semelle du rail.

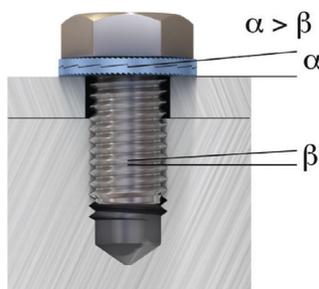
Zusammenfassung

UEBERLEGUNGEN UEBER EINEM SCHMALLSPURIGEN OBERBAU FUER GESCHWINDIGKEITEN BIS 160 KM/ST. (Erster Teil)

In diesem ersten Artikel werden die Merkmale von 5 verschiedenen Fahrzeugtypen vorgestellt, die in Beziehung mit der Gleisstruktur gesetzt werden sollen. Es werden auch die Ueberhöhung und die von Reisenden wahrgenommene seitliche Beschleunigung in Betracht genommen. In der Planung und Linienführung werden es übermäßige seitliche Gleisverstellungen vermieden, in dem man die Wirkung der seitlichen Rad-Schiene Kräften auf die Gleisverformung erforscht wird. Andersseits hängt die Oberbaustruktur meistens von senkrechten Radkräften, die aber auch von anderen Faktoren – wie Gleissteifigkeit - beeinflusst werden kann. Ein Teil dieses Artikels beschäftigt sich mit mechanischen Einwirkungen auf die Schienen, wie Biegemomenten oder Beanspruchungen in Schienenkopf und Fu .

**NORD-LOCK®**  
Bolt securing systems

- Previene lo svitamento causato da vibrazioni e carichi dinamici
- La funzione bloccante non è influenzata dalla lubrificazione
- Non necessita di utensili speciali
- Riutilizzabile



*Dato che l'angolo delle camme 'α' è maggiore rispetto all'angolo del passo del filetto 'β', la coppia di rondelle, espandendosi di più rispetto al passo del filetto, aumenta la tensione prevenendo lo svitamento.*



**Nord-Lock S.r.l.**  
Tel: +39 011 34 99 668 • Fax: +39 011 34 99 543  
Email: info@nord-lock.it • Web: www.nord-lock.it