



Strumenti di ricerca operativa per il supporto alla programmazione di servizi cadenzati

Operations research models for programming support of cadenced timetables

Dott. Ing. Andrea MIGNONE(*) – Dott. Ing. Giovanni ACCADIA(**)

SOMMARIO - In questo articolo ci si propone di descrivere brevemente un approccio di modellizzazione, basato sulla Ricerca Operativa e sulla Programmazione Matematica, orientato alla pianificazione delle tracce su linee che permettano una struttura di orario cadenzato ed impiegabile come supporto alla pianificazione ed all'analisi infrastrutturale di tratte utilizzate da servizi periodici, caratterizzate spesso da un'alta intensità di traffico. In particolare, date in input le condizioni d'orario obiettivo (ad esempio alcune linee con cadenzamento periodico), la topologia dell'infrastruttura ferroviaria ed eventuali altri vincoli, si valuta tramite un primo modello la possibilità di costruire un orario che soddisfi le specifiche desiderate.

Talvolta però gli scenari richiesti non sono implementabili sull'attuale configurazione topologica della rete; per questo motivo si può affrontare e risolvere il medesimo problema in presenza di topologia infrastrutturale variabile con un'ottica di medio-lungo periodo, ovvero con l'intento di valutare quali siano gli interventi infrastrutturali ottimali che rendano possibile pianificare l'orario obiettivo.

Questo lavoro è un estratto della Tesi di Laurea Magistrale dal titolo: "Schedulazione periodica di linee ferroviarie in presenza di infrastruttura variabile" [1], scritta da Andrea MIGNONE e discussa nella sessione di Marzo 2009 presso il Politecnico di Torino.

1. Introduzione

La gestione delle linee e l'ottimizzazione della capacità sono dei problemi decisamente complessi che la recente riforma europea ha delegato ai Gestori dell'Infrastruttura delle diverse reti ferroviarie nazionali. Il tema della pianificazione sostenibile riveste, quindi, un'importanza rile-

SUMMARY - In this article we propose to briefly describe an approach for the problem modelling, based on Operations Research and Mathematical Programming. This analysis is oriented to the planning of the paths on lines that allow a cadenced timetable pattern, therefore the method can be used as a support for the planning and infrastructural analysis of routes used by periodic railway services, often characterized by high traffic density. In particular, given a target timetable (i.e. some cadenced lines), the railway topology and other possible constraints, the feasibility of the schedule that meets the required specifications is verified through a first model.

Sometimes the requested scenarios cannot be implemented on the current network topology: this is the reason why we can deal with and solve the problem in a context of variable infrastructure topology for a medium-long term analysis, in order to find the best infrastructure changes that make feasible the target scheduling.

This work comes from the Master of Science Thesis titled: "Periodic train scheduling with variable infrastructure" ("Schedulazione periodica di linee ferroviarie in presenza di infrastruttura variabile") [1], prepared by Andrea MIGNONE for the degree examination session of March 2009 at Polytechnic of Turin.

1. Introduction

The lines management and the railway capacity optimization are very complex problems that the recent European reform delegated to the Infrastructure Managers of the national railway networks. Therefore the topic of sustainable planning is increasing its importance in the current railway area; in particular the creation of path offer

(*) Autore di uno studio sulle potenzialità di nuovi modelli di supporto alla programmazione di servizi cadenzati in occasione di uno Stage presso RFI S.p.A.

(**) RFI S.p.A., Direzione Compartimentale Movimento di Torino - S.O. Esercizio.

(*) Author of a study on the capabilities of new models for the programming support of cadenced railway services during work experience at RFI S.p.A.

(**) RFI S.p.A., Direzione Compartimentale Movimento, Turin - S.O. Esercizio.

vante negli ambiti ferroviari odierni; in particolare la creazione del catalogo delle tracce vendibili deve tener conto sia della domanda delle Imprese Ferroviarie, sia dell'impatto che l'offerta potrebbe avere sui flussi di traffico, sulla regolarità dell'esercizio e sulla rete ferroviaria. In questi casi può essere utile l'implementazione di una logica di supporto all'analisi degli scenari in esame, basata su alcuni strumenti matematici, che offra in output una struttura di orario coerente alle specifiche.

Nella fase di pianificazione dei servizi cadenzati per il Trasporto Pubblico Locale, tipicamente si ha a che fare con linee caratterizzate da diverse tratte a singolo binario, che dalla conurbazione si inseriscono in un nodo ferroviario decisamente complesso. I dati in ingresso per questo processo riguardano quindi:

- la topologia infrastrutturale;
- i punti orario in cui si fissano i passaggi o gli arrivi e le partenze dei treni;
- la tipologia delle località in cui si effettua servizio viaggiatori (stazioni o fermate);
- i distanziamenti temporali dettati dallo scenario tecnico;
- i tempi di percorrenza del materiale rotabile;
- l'entità e la distribuzione dei margini di regolarità sulle tracce⁽¹⁾;
- il periodo di cadenzamento.

E' possibile inoltre considerare delle specifiche ulteriori dedicate allo scenario in esame come ad esempio i tempi imposti dagli impianti di stazione per la predisposizione degli itinerari in ingresso ed in uscita. Come si può osservare in fig. 1, il metodo presentato in questo lavoro prevede che i dati in input vengano formalizzati nel modello matematico che, una volta risolto, produce in output una programmazione del servizio. Tuttavia questo primo passo d'analisi potrebbe non contemplare una soluzione ammissibile e quindi non essere in grado di fornire in output

must take into account either the demand of the Carrier Companies and the impact that the offer could have on traffic flows, on the service regularity, and on the network. In these cases the implementation of a logic based on some mathematical tools as a support for the analysis of hypothetical scenarios may be useful to provide a timetable pattern consistent with the given specifications.

The planning of cadenced services for public local transport is usually characterized by some lines with a lot of single track sections of the conurbation joining into a more complex railway junction. The input for this process are:

- infrastructure topology;
- timing points in which arrivals and departures of trains must be setted;
- the type of locations where there should be passenger service (stations and stops);
- the headway setted by the technical system;
- rolling stock trip times;
- the amount and the distribution pattern of the time buffers⁽¹⁾;
- the cadence period.

Further analysis are possible if also others specifications are considered: for instance we can take account of the required time for the preparation of the incoming and outgoing routes at the Station depending on the central control facilities. As fig. 1 shows, the method in this work requires the input data formalized in the mathematical model, whose resolution produces the service scheduling as output. However, this first step could not provide a feasible solution if there isn't any schedule specification consistent. This may happen, for example, if there aren't any train crossing possibilities in line, where possible, or in the stations. In these cases it is useful to repeat the analysis considering that the infrastructure topology may change for enabling the scheduling of services under the requirements, searching for the minimum incremental cost. This approach may be particularly helpful to

study the infrastructure correlations with a future schedule, as it is happening for the project of the service called "Metropolitan Railway System" ("Sistema Ferroviario Metropolitano") in the Turin's railway junction.

For the statement and the resolution of the models we have applied the technical know how of Operations Research and Mathematical Programming.

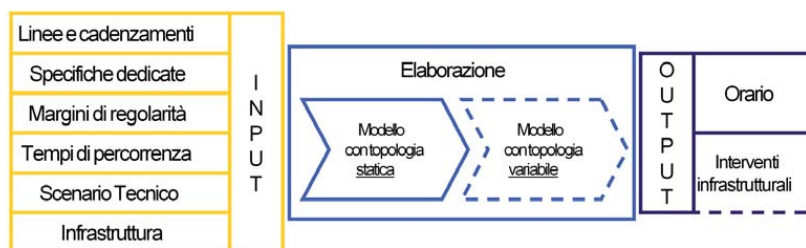


Fig. 1 - Schema concettuale della logica di analisi proposta.
Conceptual diagram of the logic of analysis proposed.

⁽¹⁾ I margini di regolarità, detti anche allungamenti, sono dei buffer temporali quantificati in sede di programmazione che consentono di riassorbire i ritardi accumulati in fase d'esercizio.

⁽¹⁾ The time buffers are studied in the scheduling step to contrast the possible delays during the service running.

un orario. Ciò può accadere, ad esempio, quando non è possibile pianificare gli incroci dei treni né in linea, ove consentito, né in stazione. In questi casi risulta utile ripetere l'analisi inserendo tra le variabili anche i possibili interventi infrastrutturali che, minimizzando i costi incrementali, rendano possibile la pianificazione dei servizi secondo i requisiti richiesti. Questo approccio può dimostrarsi particolarmente utile quando si voglia studiare la sostenibilità infrastrutturale di particolari servizi cadenzati da implementare in futuro, come sta accadendo per il Sistema Ferroviario Metropolitano del nodo di Torino.

Per la descrizione e la risoluzione dei modelli si è deciso di adottare tecniche della Ricerca Operativa e della Programmazione Matematica.

Gli approcci proposti in questo articolo permettono un'esauritiva trattazione del problema per quanto concerne gli aspetti elencati in precedenza. I modelli sviluppati e testati in questo lavoro consentono una buona rappresentazione dei problemi in analisi, se pur semplificata: il modello infrastrutturale studiato, in particolare, considera solo possibili raddoppi selettivi senza considerare ulteriori adeguamenti tecnici; qualora si volessero considerare altre variabili d'intervento significative è possibile integrarle nel metodo proposto e valutarle rapidamente.

In questo articolo si vuole fornire una breve presentazione delle tecniche di modellizzazione e di elaborazione testate; per una trattazione più approfondita dell'argomento si rimanda il lettore interessato a [1] ed alla letteratura dedicata [2], [3], [4], [5] e [6].

2. Modellizzazione dei problemi per linee cadenzate

I cosiddetti problemi di Ricerca Operativa di *train timetabling* (detti anche di *train scheduling*) riguardano la programmazione di tracce ferroviarie e di servizi di trasporto in generale, e possono essere classificati in due categorie: quella dei *problemi ciclici* e quella dei *problemi non ciclici*.

Alla famiglia dei problemi non ciclici appartengono scenari caratterizzati da servizi non cadenzati, per cui nella creazione dell'orario non è contemplata, per definizione, alcuna particolare periodicità, come accade ad esempio per alcuni treni a lunga percorrenza.

I problemi ciclici invece comprendono le problematiche inerenti alle linee cadenzate, caratterizzate da arrivi e partenze pianificati all'incirca ai medesimi minuti di ogni ora, pressoché costanti e di facile memorizzazione per i viaggiatori. In quest'ultimo caso l'orario grafico si presenta come un blocco periodico di tracce ripetuto in maniera identica o quasi nell'arco della giornata. Un esempio di tale concetto è rappresentato in fig. 2. Per i problemi ciclici è quindi sufficiente studiare uno "schema orario"

The approaches proposed consider the data listed above in a comprehensive way. The models developed and tested in this work enables a good representation of the problems, though simplified: the model with variable infrastructure, in fact, considers only the possible doubling of some line section (selective doubling) without considering further technical adjustments, these other decisional variables can be considered by their integration into the method and quickly tested.

This article will give a short presentation of modelling and computational techniques; for a more detailed discussion on these matters, the reader can refer to [1] and to the dedicated literature [2], [3], [4], [5] and [6].

2. Modelling for cadenced lines problems

The so-called Train Timetabling Problem of Operations Research (also known as train scheduling problem) is focused on the scheduling of train paths and transport services in general, and can be classified into two categories: cyclical and acyclical problems.

The family of acyclical problems includes uncadenced services, for which, by definition, there isn't any particular periodicity, as an example we can cite some long distance trains.

The family of cyclical problems concerns instead the problems on the cadenced lines, characterized by arrivals and departures scheduled approximately at the same minutes of every hour, almost constant and easy to learn by passengers. In the latter case, the graphic timetable looks like a regular order of paths repeated more or less in the identical way throughout the day. Fig. 2 is an example of this property. Therefore in these cases we can study an ideal schedule pattern that can be repeated periodically taking account the day, the operative period, the maintenance period and so on.

The current know how of the research on the cyclical problems derives from the Periodic Event Scheduling Problem, called PESP, developed by SERAFINI and UKOVICH at the end of the eighties, whose comprehensive analysis

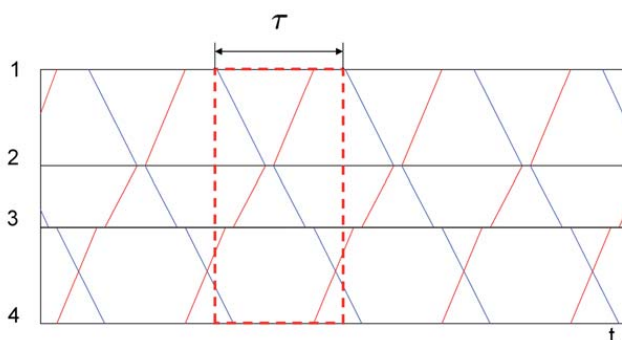


Fig. 2 - Orario grafico di un servizio cadenzato a τ minuti.
Graphic timetable of a cadenced railway service with a time period of τ minutes.

tipo che si può riproporre periodicamente tenendo conto del giorno, delle fasce orarie d'esercizio, delle fasce orarie di manutenzione, eccetera.

Lo stato dell'arte della ricerca nel campo dei problemi ciclici si basa sul problema di schedulazione di eventi periodici chiamato PESP, *Periodic Event Scheduling Problem*, studiato da SERAFINI e UKOVICH alla fine degli anni ottanta, per la cui trattazione esaustiva si rimanda all'articolo degli autori [7].

La filosofia di modellizzazione matematica ciclica ha lo scopo di programmare l'istante di accadimento di tutti gli *eventi* delle tracce periodiche; con il termine evento si intende l'arrivo o la partenza di un treno in un determinato punto orario (stazione, fermata, bivio, eccetera). Utilizzando questo approccio è quindi possibile definire una funzione obiettivo (f.o.) da ottimizzare e descrivere scenari pratici tramite vincoli matematici, creando e risolvendo dei problemi di Programmazione Lineare Intera (PLI) che producano in output un orario.

2.1. La logica ciclica delle relazioni

Come si può notare osservando l'orario grafico d'esempio rappresentato in fig. 2, è sufficiente concentrare qualsiasi tipo di programmazione di linee cadenzate su un dominio temporale discretizzato $T := \{0, 1, \dots, \tau-1\}$ composto da τ minuti, laddove τ rappresenta la durata del periodo di cadenzamento: tale dominio contiene difatti una ed una sola occorrenza dell'evento periodico che dovrà essere pianificato. Come accennato, è possibile definire delle relazioni, tipicamente delle differenze, tra i diversi istanti d'accadimento degli eventi, al fine di rappresentare le specifiche del sistema in forma di vincoli matematici. Prima di approfondire l'analisi del metodo di dichiarazione dei vincoli, occorre fare una premessa per descrivere la logica periodica che sta alla base del modello.

La riduzione del problema della pianificazione cadenzata ad un dominio ristretto al periodo τ rende necessaria l'introduzione della modularità delle relazioni matematiche. In altri termini: il dominio temporale T deve essere "circolare". Non è un caso che spesso la pianificazione ferroviaria sia rappresentata tramite i cosiddetti "orologi", strumenti grafici che incorporano implicitamente la proprietà di un dominio di studio "circolare". Senza addentrarsi in eccessivi formalismi è possibile spiegare questo concetto tramite un semplice esempio. Se si vuole un vincolo che imponga che la differenza tra gli istanti di accadimento di due generici eventi ε_1 ed ε_2 sia uguale a μ minuti, si potrebbe scrivere, in prima istanza, una relazione espressa in questa forma:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \mu. \quad (1)$$

L'equazione (1) non rappresenta correttamente la specifica in quanto non verrebbero considerate valide alcune pianificazioni ammissibili. Si ipotizzi, a titolo esemplificativo, di voler separare i due eventi in esame di cinque

can be found in the article of the authors [7].

The philosophy of cyclical mathematical modelling aims at scheduling the occurrence time of all the paths events, where the term event refers to the arrival or to the departure of a train from a timing point (station, stop, crossing, and so on). By the using of this approach we can then define an objective function (o.f.) to be optimized and we can describe practical scenarios by mathematical constraints, defining and solving problems of integer linear programming (ILP) to produce a timetable as output.

2.1. Cyclical logic for the relations statement

As we can observe analyzing the graphic timetable example in fig. 2, every cadenced lines programming problem can be condensed into a discretized time domain $T := \{0, 1, \dots, \tau-1\}$ consisting of τ minutes, where τ is the cadence time period: in fact, this domain contains just one occurrence of the periodic event that should be planned. As we mentioned, we can define some relations, typically in the form of differences between the several events happening instants, in order to represent the system specifications in the form of mathematical constraints. Before deepening further analysis of the stating constraints method, we want to do a premise to describe the periodic logic behind the model.

Condensing the cadenced scheduling problem into a domain restricted to the time period needs the introduction of the modular arithmetic in the mathematical relations statement. In other words: the time domain should be "circular". For this principle, in fact, the train schedule is often represented by the so-called "clocks", graphical tools that incorporate the concept of a "circular" study domain. This concept can be explained by a simple example. If we want a constraint requiring that the difference between the occurrence times of two generic events, ε_1 and ε_2 , is equal to μ minutes, we could write, at the beginning, a relationship expressed in the following way:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \mu. \quad (1)$$

Equation (1) does not correctly represent the specification, because some feasible schedule would not be considered valid. Suppose, as an example, that we want to separate respectively the two considered events of five minutes in a context of a cadenced service with thirty minutes time period, so $\mu = 5$ and $\tau = 30$, and think about a generic event ε_1 occurring, for example, at the minutes 1 and 31 of every hours, and to another generic event ε_2 occurring instead at the minutes 26 e 56. This schedule meets the specification but the events occurrences taken into account in the domain T , $\varepsilon_1 = 1$ and $\varepsilon_2 = 26$, are not consistent with the relation (1) by which the constraint was declared. This happens because in the equation (1) the circular logic of domain was not properly expressed. This is the reason why the use of modular arithmetic is necessary; in fact, any event occurrence taking place at

minuti l'uno dall'altro per un servizio cadenzato a trenta minuti, quindi con $\mu = 5$ e $\tau = 30$ si pensi ad un generico evento ε_1 che accada, ad esempio, ai minuti 1 e 31 di ogni ora e ad un generico evento ε_2 che accada invece ai minuti 26 e 56. Tale pianificazione soddisfa la specifica ma le occorrenze degli eventi prese in considerazione all'interno del dominio T , ovvero $\varepsilon_1 = 1$ ed $\varepsilon_2 = 26$, non soddisfano la relazione (1) con cui è stato dichiarato il vincolo. Questo accade perché nell'equazione (1) non è stata espressa correttamente la logica circolare del dominio T . Proprio per tale motivo è necessario l'utilizzo dell'aritmetica modulare; difatti una qualsiasi generica occorrenza di un evento che avvenga al generico minuto m si presenterà, in regime di servizi cadenzati, anche agli istanti di tempo $\{m, m-\tau, m+\tau, m-2\tau, m+2\tau, \dots\}$: questa è esattamente la definizione di classe di equivalenza $[m]_\tau$. Considerando che la differenza temporale tra due eventi è rappresentata da un numero intero compreso tra 0 e $\tau-1$, si può assumere che essa possa essere sempre ricondotta ad una classe dell'insieme quoziente $Z_\tau = \{[0]_\tau, [1]_\tau, [2]_\tau, \dots, [\tau-1]_\tau\}$. Per questo motivo è possibile esprimere in maniera concettualmente esatta tali relazioni con la seguente espressione:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \equiv \mu \pmod{\tau} \quad (2)$$

In questo modo il vincolo verifica che $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \in [\mu]_\tau$. Considerando l'esempio precedente si nota che la relazione (2) è corretta perché tiene anche conto delle coppie ammissibili, come $\varepsilon_1=1$ e $\varepsilon_2=26$, di cui non avrebbe tenuto conto la formulazione classica vista in precedenza⁽²⁾.

E' anche possibile utilizzare tale formulazione per indicare che la differenza tra gli eventi possa appartenere ad un intervallo; ad esempio per l'intervallo compreso tra 2 e 4 si può dichiarare la seguente relazione:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \equiv x \pmod{\tau} \quad x \in [2,4] \quad (3)$$

oppure, come convenzione, può essere indicata la seguente forma compatta equivalente:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \in [2,4]_\tau. \quad (4)$$

Il vincolo scritto nella forma modulare non è formalizzabile tramite modelli di Programmazione Lineare. Occorre quindi esprimerlo in un modo differente al fine di renderlo trattabile dagli algoritmi di calcolo. Per questo motivo, è necessario riscrivere il vincolo (4) nella seguente forma con l'ausilio di una variabile booleana p :

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + p\tau \in [2,4] \quad p \in \{0,1\}, \quad (5)$$

the generic minute m in a cadenced context, will happen also at the time instants $\{m, m-\tau, m+\tau, m-2\tau, m+2\tau, \dots\}$: this is the definition of equivalence class $[m]_\tau$. Considering that the occurrence time difference between two events is an integer number between 0 and $\tau-1$, we can notice that this number is always a member of a class of the quotient set $Z_\tau = \{[0]_\tau, [1]_\tau, [2]_\tau, \dots, [\tau-1]_\tau\}$. This is the reason why we can correctly express these equations through the following expression:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \equiv \mu \pmod{\tau} \quad (2)$$

In this way the constraint can check that $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \in [\mu]_\tau$. Considering the previous example we can see that the relation (2) is correct because it takes all the feasible events pairs into account, for example the pair $\varepsilon_1=1$ and $\varepsilon_2=26$, unlike the previous formulation (1)⁽²⁾.

This statement can be also used to show that the difference between the events can belong to an interval; for example, for that one between 2 and 4, we can state:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \equiv x \pmod{\tau} \quad x \in [2,4] \quad (3)$$

or, as a convention, an equivalent compact form may be stated as follows:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \in [2,4]_\tau. \quad (4)$$

The constraint stated in modular form can't be formalized using Linear Programming models. We need a different way to enable their handling by currently available resolution algorithms. For this reason, we can restate the constraint (4) in the following form, using a Boolean variable p :

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + p\tau \in [2,4] \quad p \in \{0,1\}, \quad (5)$$

The constraint may be thus expressed as follows, to allow to remap any negative values to the corresponding equivalence class as required by periodic logic (fig. 3):

$$2 \leq \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + p\tau \leq 4 \quad p \in \{0,1\}. \quad (6)$$

2.2. Statement of timetable specification

Constraints stated in the form shown by the equation (4) can be used to represent many practical situations of the railway world; we present below a brief review. In this section we refer to:

⁽²⁾ Di fatti $-25 \in [5]_{30}$

⁽²⁾ In fact $-25 \in [5]_{30}$

Il vincolo si può dunque esprimere nel modo seguente per permettere di riassociare eventuali valori negativi alla classe di resto corrispondente coerentemente alla logica periodica (fig. 3):

$$2 \leq \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + p\tau \leq 4 \quad p \in \{0,1\}. \quad (6)$$

2.2. Rappresentazione delle specifiche d'orario

I vincoli dichiarati nella forma rappresentata dalla relazione (4) possono essere utilizzati per rappresentare differenti situazioni pratiche dell'ambito ferroviario; se ne presenta qui di seguito una breve rassegna. In questa sezione si fa riferimento a:

- grafo $G=(V, E)$: rappresentazione topologica dell'infrastruttura i cui vertici, appartenenti all'insieme V , rappresentano i punti orario ed i cui spigoli, appartenenti all'insieme E , rappresentano le connessioni tra i punti orario;
- istanti di arrivo a_{li} : eventi decisionali da fissare rappresentanti l'arrivo del generico treno l nel punto orario i ;
- istanti di partenza d_{li} : eventi decisionali da fissare rappresentanti la partenza del generico treno l nel punto orario i ;
- tempo di percorrenza puro r_{ij} : tempo tabellare per un treno che si muove dal punto orario i verso il punto orario j ;
- margine di regolarità α_{ij} : margine di allungamento temporale per un treno che si muove dal punto orario i verso il punto orario j ;
- periodo di cadenzamento τ : tempo intercorrente tra le due occorrenze di un medesimo evento nell'arco della giornata.

Tempi di viaggio. Per rappresentare i tempi di viaggio è possibile imporre con un vincolo che la differenza temporale tra l'arrivo di un treno al nodo successivo e la partenza dal precedente sia fissata tramite la seguente espressione:

$$a_{li,j} - d_{li,i} \in [r_{i,j}]_{\tau}. \quad (7)$$

Sfruttando la medesima strategia di modellizzazione è possibile considerare anche i margini di regolarità, rappresentati da un tempo di allungamento $\alpha_{i,j}$ da sommare al tempo di percorrenza tabellare $r_{i,j}$, dichiarando tale relazione tra le specifiche:

$$a_{li,j} - d_{li,i} \in [r_{i,j}, r_{i,j} + \alpha_{i,j}]_{\tau}. \quad (8)$$

Allo stesso modo è possibile definire, ad esempio, il tempo di percorrenza per il treno l' che viaggia sul medesimo arco con un verso di percorrenza opposto in un tempo nominale pari $r_{j,i}$, scrivendo la seguente tipologia di vincoli:

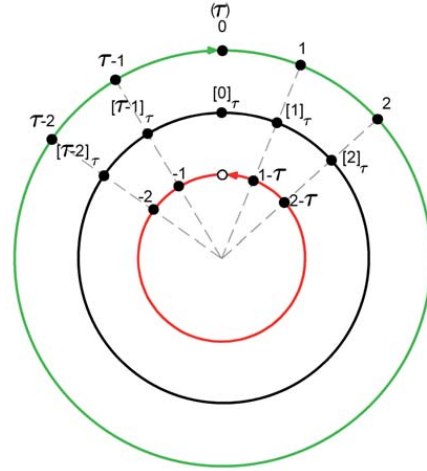


Fig. 3 - Esempio di rappresentazione grafica per l'appartenenza alle classi di resto modulo τ per i numeri compresi tra $1-\tau$ e $\tau-1$.
Example of graphical representation for the membership to modulo τ equivalence class of numbers between $1-\tau$ and $\tau-1$.

- graph $G=(V, E)$: topological representation of the infrastructure whose vertexes, lying in set V , represent the timing points and whose edges, belonging to the set E , represent the existing connections between the timing points;
- arrival times a_{li} : decision variables to be scheduled representing the arrival time of the train l in the timing point i ;
- departure times d_{li} : decision variables to be scheduled representing the departure time of the train l in the timing point i ;
- nominal running time r_{ij} : nominal running time of a train travelling from the timing point i to the point j ;
- time buffer α_{ij} : additional trip time for a train travelling from the timing point i to the point j ;
- cadence period τ : time period between two occurrences of the same event during the day.

Trip times. To represent fixed trip times we can impose that the time difference between the arrival of a train to the next node and the departure from the former is determined by a constraint defined through the following expression:

$$a_{li,j} - d_{li,i} \in [r_{i,j}]_{\tau}. \quad (7)$$

Using the same modelling strategy we can also consider time buffers, consisting in a trip time extension $\alpha_{i,j}$ to be added to the nominal trip time $r_{i,j}$, by the stating of the following relations into the specifications list:

$$a_{r,i} - d_{r,j} \in [r_{j,i}, r_{j,i} + \alpha_{j,i}]_{\tau}. \quad (9)$$

Tempi di fermata. La differenza tra eventi può essere anche utilizzata per rappresentare i tempi di sosta in una precisa fermata o stazione. Ad esempio, se si vuole che il modello consideri la possibilità che il treno l fermi nel nodo i per un tempo variabile tra 1 e 2 minuti, si può dichiarare un vincolo con tale formulazione:

$$d_{l,i} - a_{l,i} \in [1, 2]_{\tau}. \quad (10)$$

Gestione delle coincidenze. Se si vuole indicare al modello che venga considerato un minimo di 3 minuti ed un massimo di 5 tra la partenza del treno l' e l'arrivo del treno l nel nodo i si può formulare la seguente relazione:

$$d_{r,i} - a_{l,i} \in [3, 5]_{\tau}. \quad (11)$$

Gestione dei tratti di linea comuni. In alcuni casi più treni provenienti da diverse linee si ricongiungono in prossimità del nodo centrale lungo tratti di linea comuni. In tali scenari è possibile definire lo sfasamento dei treni lungo la dorsale: ad esempio è possibile sfasare cinque linee con un cadenzamento pari a 30 minuti per ottenere un servizio cadenzato a 6 minuti lungo la tratta di linea condivisa.

Tempi di distanziamento testa-testa per sezioni di blocco e per scenario tecnico. In alcuni casi, per vincoli di sicurezza o per rimanere fedeli ai regimi di circolazione in analisi, è utile specificare un tempo di distanziamento h dell'ordine di qualche minuto e comunque strettamente minore del cadenzamento; ad esempio, può essere impossibile inviare un treno in linea, prima che si sia liberata la sezione di blocco d'uscita dal nodo occupata dal treno partito in precedenza. In questi casi, considerando questa volta l ed l' due tracce da schedare che impegnano l'infrastruttura nel medesimo verso, si può scrivere la seguente espressione⁽³⁾:

$$d_{r,i} - d_{l,i} \notin (-h, h)_{\tau} \quad (12)$$

che può essere ricondotta alla forma standard del vincolo (4) tramite la formulazione qui proposta:

$$d_{r,i} - d_{l,i} \in [h, \tau - h]_{\tau}. \quad (13)$$

Si noti come ciò non pregiudichi la generalità del vincolo non specificando a priori alcun ordine temporale di partenza tra l ed l' , dato che il generico numero compreso

$$a_{l,j} - d_{l,i} \in [r_{i,j}, r_{i,j} + \alpha_{i,j}]_{\tau}. \quad (8)$$

By this way we can also define, for example, the trip time of the train l' travelling on the same section but in the opposite direction in the nominal trip time r_{ij} , through the following constraints stating form:

$$a_{r,i} - d_{r,j} \in [r_{j,i}, r_{j,i} + \alpha_{j,i}]_{\tau}. \quad (9)$$

Train stop times. The difference between events can be also used to represent the train stop times for every stop or station. For example, if we want the model to consider that train l stops in the node i for a time varying between 1 and 2 minutes, we can state a constrain formalized like this:

$$d_{l,i} - a_{l,i} \in [1, 2]_{\tau}. \quad (10)$$

Line connections management. If we want the model to calculate a timetable with a minimum of 3 and a maximum of 5 minutes between the departure of train l' and the arrival of train l in the node i , we can use the following relation:

$$d_{r,i} - a_{l,i} \in [3, 5]_{\tau}. \quad (11)$$

Common line section management. In some cases more trains coming from different lines are collected in a common main line sections nearby the central node. In these scenarios it is possible to define the trains time shift along the main line: for example, we can program five cadenced lines with a time period of 30 minutes to get a main service characterized by a train every 6 minutes for each direction along the common section.

Headway time for block signalling and technical background. In some cases, security constraints or the circulation systems make necessary the introduction of a time spacing h of a few minutes and strictly lower than the cadence time period; for example, it may be impossible to let a train go in line before output block section is released. Considering l and l' two paths engaging the infrastructure in the same direction to be scheduled, we can write the following expression⁽³⁾.

$$d_{r,i} - d_{l,i} \notin (-h, h)_{\tau} \quad (12)$$

that we can restate in the standard form of constraint (4) by this formulation:

$$d_{r,i} - d_{l,i} \in [h, \tau - h]_{\tau}. \quad (13)$$

This statement does not affect the generality of the constraint because it doesn't specify a priori any temporal

⁽³⁾ Tale vincolo perde di significato nel caso h sia maggiore di $\left\lfloor \frac{\tau}{2} \right\rfloor$, cosa che difficilmente accade nella maggioranza dei casi pratici.

⁽³⁾ This constraint does not work if h is greater than $\left\lfloor \frac{\tau}{2} \right\rfloor$, unusual event in the most of practical cases.

nell'intervallo $[h, \tau-h]$ appartiene a $[h, \tau-h]_\tau$.

Altri casi pratici possono essere formulati in maniera analoga. Meritano particolare attenzione i vincoli predisposti all'impedimento di *incroci inammissibili* su infrastruttura a binario semplice. Per evitare che vi siano incroci su un arco, in regime di tempi di percorrenza fissi, dette l ed l' due tracce di verso opposto e detto h il distanziamento temporale minimo che può esserci tra l'arrivo di l' e la partenza di l , è sufficiente inserire nel modello il seguente vincolo:

$$a_{l',i} - d_{l,i} \in [r_{i,j} + r_{j,i} + h, \tau - h]_\tau \quad (14)$$

che, analogamente a quanto visto in precedenza, può essere dichiarato in maniera equivalente tramite tale formulazione:

$$d_{l,i} - a_{l',i} \in [h, \tau - h - r_{i,j} + r_{j,i}]_\tau. \quad (15)$$

Come si può vedere in fig. 4, dato l'istante d'arrivo al nodo i di l' , la partenza dei treni con verso di percorrenza opposto potrà essere pianificata nell'intervallo descritto dal vincolo (14) per conservare i distanziamenti temporali nel nodo i e nel nodo j .

Questa condizione potrebbe tuttavia non essere sufficiente ad evitare la schedulazione di incroci nel caso in cui i tempi di percorrenza siano variabili, come accade comunemente negli scenari pratici a causa della presenza degli allungamenti. Per evitare incroci inammissibili sull'arco (i,j) in regime di tempi variabili, è necessario riproporre il vincolo (14) dichiarato nella seguente formulazione per il generico nodo i :

$$a_{l',i} - d_{l,i} \in [r_{i,j} + r_{j,i} + h, \tau - h]_\tau \quad (16)$$

unitamente ad un analogo vincolo dedicato questa volta agli eventi da schedulare sul nodo j , riproposto tramite la successiva relazione:

$$a_{l,j} - d_{l',j} \in [r_{i,j} + r_{j,i} + h, \tau - h]_\tau. \quad (17)$$

Come è possibile vedere graficamente in fig. 5, questa condizione risulta necessaria e sufficiente solo nel caso in cui valga la condizione seguente:

$$\alpha_{i,j} + \alpha_{j,i} - h < r_{i,j} + r_{j,i} + h. \quad (18)$$

order of departure of l and l' , since the generic number in the range $[h, \tau-h]$ belongs to $[h, \tau-h]_\tau$.

Other case studies can be formulated in a similar way. In particular the attention has to be focused on the constraints used to prevent *not feasible crossings* on single track infrastructure. To avoid the presence of intersections on a connection between the opposite path l and l' , in a fixed travel times regime, once defined h as the minimum possible headway time between the arrival time of l' and the departure time of l , we can add into the model this constraint:

$$a_{l',i} - d_{l,i} \in [r_{i,j} + r_{j,i} + h, \tau - h]_\tau \quad (14)$$

that, as we showed for other cases, can be restated in an equivalent way by this formulation:

$$d_{l,i} - a_{l',i} \in [h, \tau - h - r_{i,j} + r_{j,i}]_\tau. \quad (15)$$

As the fig. 4 shows, given the l' time arrival instant at the node i , the opposite direction trains departure will be scheduled in the range described by constraint (14) to make the headway time conserved both in the node i and in the node j .

However, this condition may not be sufficient to avoid the scheduling of not feasible intersections, where the running times are variable, as commonly happens in practical cases because of the time buffers strategy. To avoid unfeasible

crossing on the edge (i, j) in a variable time context, we need to repurpose the constraint (14) stated in the following way for the generic node i :

$$a_{l',i} - d_{l,i} \in [r_{i,j} + r_{j,i} + h, \tau - h]_\tau \quad (16)$$

together with another constraint dedicated to the events that has to be scheduled on node j , that is expressed by this relation:

$$a_{l,j} - d_{l',j} \in [r_{i,j} + r_{j,i} + h, \tau - h]_\tau. \quad (17)$$

As the fig. 5 shows, this condition is necessary and sufficient only if the following condition is true:

$$\alpha_{i,j} + \alpha_{j,i} - h < r_{i,j} + r_{j,i} + h. \quad (18)$$

Contrarily, solutions with crossing along the line would be considered feasible. Therefore the sufficiency of this con-

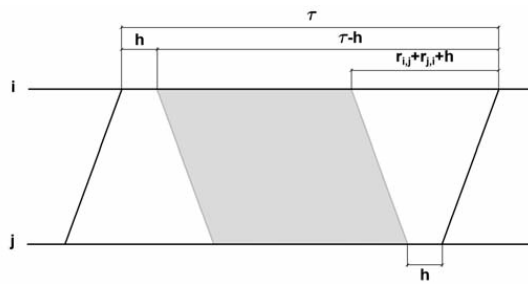


Fig. 4 - Distanziamento delle tracce in regime di tempi di corsa determinati. Path headway in fixed trip times context.

In caso contrario, risulterebbero ammissibili anche soluzioni caratterizzate da un incrocio in linea. La sufficienza di tale condizione risulta dunque legata al soddisfacimento della relazione tra allungamenti, tempi di percorrenza e distanziamento temporale tra arrivi e partenze ai nodi, espressa dalla disequazione qui riportata:

$$\alpha_{i,j} + \alpha_{j,i} < r_{i,j} + r_{j,i} + 2h \quad (19)$$

Se tale condizione non fosse rispettata, sarebbero considerate ammissibili delle soluzioni che presentano tracce sovrapposte, ma che rispettano i due vincoli di distanziamento temporale tra eventi, rispettivamente dichiarati tramite le espressioni (14) per il nodo i , e (17) per il nodo j . Si noti che questo tipo di formulazione permette due arrivi o due partenze contemporanee dai nodi (fig. 6), ma evita la contemporaneità di un arrivo ed una partenza, evento ovviamente inammissibile su archi a singolo binario.

Le formulazioni presentate in questa sezione presentano talvolta limiti algebrici di applicabilità, come visto in questo paragrafo; tuttavia la quasi totalità delle situazioni reali può essere ben rappresentata tramite le formulazioni viste in questa sezione.

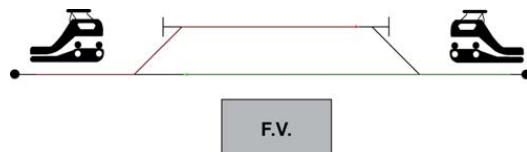


Fig. 6 - Esempio di arrivi contemporanei in una stazione posta tra due tratte a semplice binario. *Example of contemporary arrivals at a station located between two single track sections.*

3. Utilizzo dei modelli per la programmazione

Lo schema di fig. 7 descrive graficamente il modello di pianificazione dell'orario: le specifiche tecniche vengono rappresentate tramite un insieme di vincoli a cui deve necessariamente sottostare la soluzione del problema. Per rappresentare le specifiche di pianificazione in forma di vincoli si utilizzano le relazioni presentate nel paragrafo 2.2 associate ad una funzione obiettivo (detta f.o.) da ottimizzare. L'impostazione del problema di calcolo dell'orario su infrastruttura data, minimizza la f.o. rappresentante il totale dei margini di regolarità (stanti quelli imposti a priori nelle specifiche); l'approccio ad infrastruttura variabile punta invece alla minimizzazione della f.o. che assume il valore del costo marginale

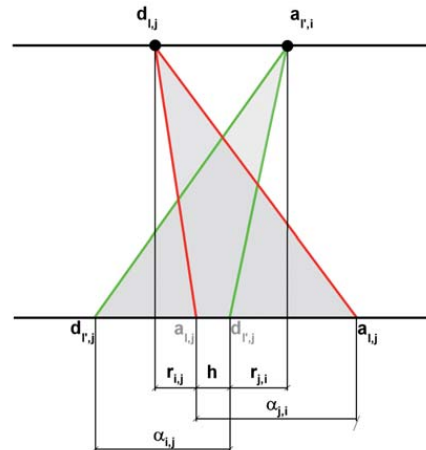


Fig. 5 - Efficacia del vincolo sugli incroci in regime di tempi variabili. *Effectiveness of anti-crossings constraint in variable trip times context.*

dition is determined by the relation between time buffers, running times and time distance between arrivals and departures at the nodes, expressed by the inequality given here:

$$\alpha_{i,j} + \alpha_{j,i} < r_{i,j} + r_{j,i} + 2h \quad (19)$$

If this condition was not met, even solutions with crossed paths would be considered feasible, because they satisfy the two constraints of events time distances, respectively declared by the expressions (14) for the node i , and (17) for the node j . Note that this kind of formulation allows two simultaneous arrivals or departures from the two nodes (fig. 6), but avoids the simultaneity of arrival and departure, an event obviously unacceptable on a single binary connection.

The formulations presented in this section have some algebraic limits of applicability, as seen above; nevertheless, almost all the practical situations can be well represented by these formulations.

3. Using the models for programming

The diagram in fig. 7 graphically describes the planning model organization: the specifications are represented by a set of constraints that must necessarily be followed by the solution of the problem. To represent the scheduling specification in the form of constraints we can use the relations presented in Section 2.2 associated with an objective function (called o.f.) to be op-

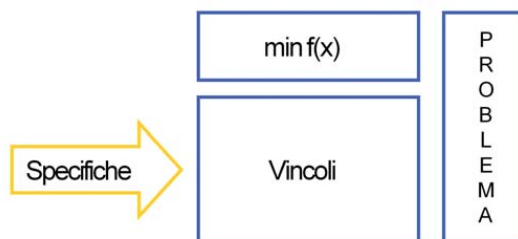


Fig. 7 - Schema grafico della struttura del modello. *Representation of the model structure.*

d'intervento. Si vuole sottolineare che il problema ad infrastruttura statica può essere trattato anche con una f.o. costante, andando a verificare la sola fattibilità dell'orario senza alcuna strategia di ottimizzazione.

La risoluzione del modello fornisce dunque in output una struttura d'orario coerente alle specifiche che ottimizza un certo "criterio", misurato tramite il valore assunto dalla funzione obiettivo.

I test e le implementazioni del modello sono state effettuate tramite il linguaggio d'alto livello *Xpress-Mosel*, per la cui trattazione accurata si rimanda a [8], [9], [10] e a [11], che permette all'utente di definire i modelli di ottimizzazione in una forma sintattica molto vicina alla notazione algebrica. Il linguaggio offerto ha una sintassi *C-like* che ne permette, inoltre, il diretto utilizzo per la scrittura di algoritmi. Per sfruttare al massimo le potenzialità del linguaggio *Mosel*, è fornito l'ambiente di sviluppo integrato *Xpress-IVE* (*Interactive Visual Environment*), facente parte della suite *Xpress-MP*, descritta in fig. 8, che fornisce un editor dedicato, analisi e debugging del codice, funzionalità grafiche ed informazioni immediate sulle soluzioni, il tutto tramite l'utilizzo di un'interfaccia utente⁽⁴⁾. Esiste inoltre la possibilità di integrare l'ambiente con dei moduli già forniti, come ad esempio l'utilizzo dell'*API ODBC*, di specificarne alcuni di tipo particolare personalizzandoli sulle esigenze dell'utente, e di includere i modelli in altre applicazioni scritte in altri linguaggi.

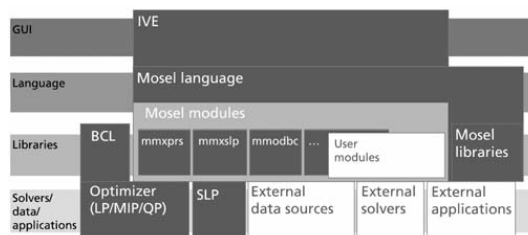


Fig. 8 - La suite Xpress-MP. *The Xpress-MP suite.*

3.1. Programmazione per infrastruttura statica

Come anticipato, il primo passo del metodo d'analisi prevede che si scriva e si risolva il problema ad infrastruttura statica per verificare la fattibilità della programmazione del servizio sull'infrastruttura attuale, senza costi di adeguamento, ed ottimizzandone gli aspetti desiderati. I modelli presentati in questi paragrafi sono stati scritti tramite le relazioni illustrate nel paragrafo 2.2.

Per la fase di testing del modello è stata creata una serie di problemi di prova che presentasse una generica infrastruttura a singolo binario, rappresentata topologicamente da un grafo $G=(V, E)$ con $|V|$ stazioni ed $|E|$ connessioni, sulla quale dovevano essere pianificati gli istanti di accadimento per gli eventi dei treni pari e dispari di un particolare servizio. Tale modellizzazione, al crescere delle dimensioni del problema e quindi del numero degli eventi da pianificare, può essere considerata una buona approssimazione di nodi ferroviari più articolati condivisi

timized. The approach to the problem of timetable calculation on a given infrastructure minimizes the o.f. representative of the sum of time buffers (given those imposed a priori in the specification), the approach with variable infrastructure points instead to the minimization of the o.f. that assumes the value of the marginal cost of intervention. We want to emphasize that the problem with static infrastructure may be studied with a constant o.f. too, just verifying the timetable feasibility without any optimization strategy.

Therefore the model resolution provides as an output a timetable pattern consistent with the specifications that optimize a certain "criteria", measured by the value of the objective function.

The model testings and implementations have been made through the high-level language *Xpress-Mosel* (for whose thorough discussion you can see [8] [9], [10] and [11]) which enables the user to define the optimization models in a syntactic form very close to the algebraic notation. The provided language has a *C-like* syntax that also allows his direct using for algorithms implementation. To maximize the potential of the *Mosel* language the integrat-

ed development environment *Xpress-IVE* (*Interactive Visual Environment*) is provided. This is part of the *Xpress-MP* suite, described in fig. 8, that provides a dedicated editor, analysis and code debugging, graphics capabilities and immediate information about the solutions, all through the use of a user interface⁽⁴⁾. There is also

the possibility to integrate the environment with some already provided modules, for example using the *ODBC API*, to specify some special kind model customized to user needs and to include models in other applications written in other languages.

3.1. Scheduling with static infrastructure

As anticipated, the first step of the method of analysis requires the stating and the solving of the problem with static infrastructure to verify the feasibility of service programming on current infrastructure, without adjustment costs, and optimizing the desired criteria. The models presented in these paragraphs were written by the reports described in section 2.2.

For the testing phase of the model we created some test problems with a generic single track infrastructure, topologically represented by a graph $G=(V, E)$ with $|V|$ stations

⁽⁴⁾ <http://www.dashoptimization.com>

⁽⁴⁾ <http://www.dashoptimization.com>

da più linee. In particolare in tali simulazioni si sono considerati dei tempi di fermata di 1 minuto e si è consentita l'aggiunta di un massimo di 1 minuto di margine di regolarità ai tempi di percorrenza tabellari il cui valore è stato estratto in maniera casuale da un insieme di valori equiprobabili⁽⁵⁾.

Per quanto riguarda la strategia di ottimizzazione si è scelta la minimizzazione della f.o., che rappresenta i margini di allungamento inseriti. Questa scelta, come si vedrà in seguito, non è casuale ma incorpora una logica di pianificazione ben precisa. I minuti di regolarità distribuiti sulle tracce non hanno difatti soltanto la funzione di aumentare la probabilità di regolarità del servizio ma anche di consentire che si possano pianificare le tracce in maniera coerente, permettendo, ad esempio, di effettuare gli incroci, dove consentito, con più flessibilità: talvolta difatti risulterebbe impossibile, oltre che sconsigliato in termini di regolarità d'esercizio, pianificare un orario basandosi sul mero rispetto dei tempi di percorrenza tabellari senza inserire i buffer temporali. I problemi concreti possono essere trattati analogamente considerando nelle specifiche tecniche anche la distribuzione degli allungamenti giudicati indispensabili sulle varie sezioni della tratta; in tal modo il modello cercherà di creare un orario con gli allungamenti ripartiti come richiesto aggiungendo ulteriormente il minimo quantitativo, verificato in maniera oggettiva, di margini necessari affinché l'orario sia coerente alle specifiche.

Durante lo studio si è riscontrato che, compatibilmente alle esigenze, è utile fissare arbitrariamente l'istante di accadimento di un evento (ad esempio la partenza dei treni pari da una stazione), al fine di migliorare i tempi di risoluzione del modello che risulta essere più vincolato con un evento origine fissato; una volta ottenuto l'orario è poi possibile traslarlo "lungo l'orologio" a seconda delle esigenze di traffico.

Questo modello è stato testato su diversi problemi per verificarne la robustezza. Come si può notare in tabella 1 per i problemi più piccoli, con pochi dati e poche variabili, si crea un orario quasi immediatamente, invece i problemi con più stazioni richiedono tempi di calcolo superiori, che crescono in modo più che lineare, come sintetizzato in fig. 9.

RISULTATI CAMPAGNA DI TEST SUL PROBLEMA
AD INFRASTRUTTURA STATICA EFFETTUATA TRAMITE
IL SOLVER DI XPRESS - TESTS RESULTS ON THE STATIC
INFRASTRUCTURE PROBLEM DONE BY XPRESS SOLVER.

N. Stazioni	CPU time (min) (s)	CPU time (max) (s)
10	0	0.3
20	0.1	0.5
30	1	7
40	20	80
50	400	1100

⁽⁵⁾ I tempi di percorrenza puri vengono calcolati tipicamente tramite metodi di integrazione numerica che tengono conto delle caratteristiche del materiale rotabile e di quelle dell'infrastruttura.

and $|E|$ connections, on which the happening instants of the paths events for the two directions trains of a generic service must be scheduled. Such modelling, with the increase of the problem size and therefore of the number of events to plan, can be considered a good approximation of railways more articulated nodes shared by various lines. Particularly, in these simulations, stop times of 1 minute are considered and there was the possibility of the addition of 1 minute as time buffer to the nominal running time whose value has been pulled randomly from a set of equiprobable values⁽⁵⁾.

Concerning the optimization strategy the minimization of the o. f. has been chosen, because it represents the comprehensive amount of time buffer inserted into the system. This choice, as we will show later, is not random but incorporates a specific planning logic. The time buffers distributed on the paths have not only the function of increasing service stability likelihood but also allow to plan the tracks in a consistent way, allowing, for example, to make the crossings, where permitted, with more flexibility: in fact, sometimes can be impossible, as well as inconvenient in terms of service regularity, plan a schedule based only on nominal running time without considering time buffer. Concrete problems can be treated in a similar way, considering in the technical specifications also the distribution pattern of necessary time buffer along the various sections of the path, thus the model will attempt to create a schedule, distributing time buffer as required by adding the minimum amount, objectively tested, of time buffers necessary to ensure that the timetable is consistent with the specifications.

During the study it was found that, when possible, it is useful to set arbitrarily the occurrence instant of an event (for example the departure of the train from a station), to improve the time resolution of the model that results more constrained with a fixed origin event; once got the timetable it can be translated "along the clock" according to the traffic needs.

This model was verified on several cases to check its robustness. As can be seen in table 1, for the cases with little data and few variables, we can create a schedule almost immediately, but cases with multiple stations require more

⁽⁵⁾ The nominal running times are usually obtained through numerical integration methods that take into account the characteristics of the rolling stock material and of the infrastructure.

3.2. Programmazione per infrastruttura variabile

Il modello ad infrastruttura statica appena descritto, talvolta può non fornire alcuna soluzione. In questo caso i servizi ipotizzati non sono pianificabili sull'infrastruttura attuale; si può quindi provare a rieseguire il primo modello variando le specifiche di servizio per provare ad ottenere un risultato ammissibile oppure passare ad un'analisi infrastrutturale.

In quest'ultimo caso è possibile costruire un secondo modello per affrontare questa volta il medesimo problema ma da un punto di vista differente: l'infrastruttura è difatti considerata variabile analizzando i possibili interventi selettivi che rendano possibile creare un orario per il servizio che si vuole pianificare.

Per fare ciò è necessario variare leggermente la descrizione di alcune specifiche e definire una funzione obiettivo il cui valore rappresenti questa volta i costi di raddoppio infrastrutturale.

Il nuovo modello è del tutto analogo a quello ad infrastruttura statica del paragrafo 3.1, sia per quanto riguarda le assunzioni sia per la struttura, ma, in questo caso, i vincoli del problema legati allo stato infrastrutturale, quelli sugli incroci, sono ridefiniti per essere utilizzati nel nuovo contesto di infrastruttura variabile. Per ogni connessione caratterizzata da un'infrastruttura composta da tratte a singolo binario, su cui si devono schedulare due tracce di verso opposto l ed l' , è possibile riformulare i vincoli (16) e (17) tramite le relazioni seguenti:

$$a_{l,i} - d_{l,i} \in [r_{i,j} + r_{j,i} + h - qM, \tau - h + qM]_{\tau}, \quad (20)$$

$$a_{l,j} - d_{l,j} \in [r_{i,j} + r_{j,i} + h - qM, \tau - h + qM]_{\tau}, \quad (21)$$

$$q \in \{0,1\}$$

In questo caso, la variabile binaria q assume il valore 1 se la soluzione prevede che la tratta venga raddoppiata, in caso contrario la variabile è posta a 0; la variabile q è moltiplicata per il parametro M , laddove per M si intende un numero particolarmente grande rispetto ai valori delle variabili del problema (classico esempio di vincoli di tipo "Big M", per la cui trattazione si rimanda a [12] ed a [13]). Tali variabili gestiscono la coppia di vincoli sugli incroci in maniera disgiuntiva, rendendo sovrabbondanti i sud-

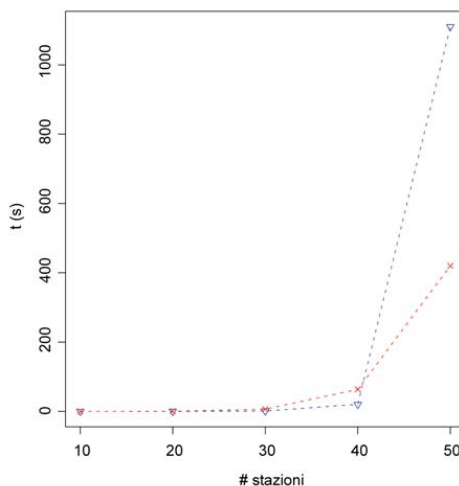


Fig. 9 - Crescita dei tempi di calcolo durante due test all'aumentare delle dimensioni del problema ad infrastruttura statica. *Computation time growth with size increasing of the static infrastructure problem during two tests.*

computing time, which grows more than linearly, as summarized in fig. 9.

3.2. Scheduling with variable infrastructure

The model with static infrastructure just described, sometimes cannot provide any solution. In this case the target services cannot be scheduled on the current infrastructure; we can then try to rerun the first model by varying the service specifications to look for an acceptable result or we can switch to an infrastructural analysis.

In the latter case it is possible to study a second model to deal with the same problem from a different perspective: the infrastructure is in fact considered variable by analyzing the possible selective interventions

that make target schedule possible for the service that needs to be scheduled.

For this purpose we need to change slightly the description of some specifications and to define an objective function whose value represents the doubling infrastructure cost.

The new model is quite similar, both for assumption and for the structure, to that one used for the static infrastructure case described in the paragraph 3.1; however, in this case, the problem constraints concerning the infrastructure status, those ones on crossings, are redefined to be used in the new context of variable infrastructure. For each connection characterized by a single track infrastructure, on which we must schedule two opposite paths l and l' , we can restate the constraints (16) and (17) through the following relations:

$$a_{l,i} - d_{l,i} \in [r_{i,j} + r_{j,i} + h - qM, \tau - h + qM]_{\tau}, \quad (20)$$

$$a_{l,j} - d_{l,j} \in [r_{i,j} + r_{j,i} + h - qM, \tau - h + qM]_{\tau}, \quad (21)$$

$$q \in \{0,1\}$$

In this case, the binary variable takes the value 1 if the solution involves the doubling of the section; if not, the variable is set to 0, the q variable is multiplied by the parameter M , whereby M is a very large number compared to the values of the problem variables (this is a classic example of constraints "Big M", whose theory is described in [12] and [13]). These variables manage the pair of crossing constraints in a disjunctive way, making over-

detti vincoli di impedimento di incroci se la generica tratta (i, j) venisse raddoppiata⁽⁶⁾.

Come è intuibile, la funzione obiettivo da minimizzare rappresenta il costo totale di intervento sulla rete, ed è dichiarata in questo caso come la somma pesata delle variabili binarie sui costi di raddoppio. Detto $\gamma_{i,j}$ il costo di raddoppio della connessione (i, j) , approssimato in prima battuta dalla lunghezza della tratta, e definito A come l'insieme delle connessioni a singolo binario (con $A \subseteq E$) la f.o. può essere espressa tramite la seguente espressione:

$$\min \sum_{(i,j) \in A} q_{i,j} \gamma_{i,j}. \quad (22)$$

In tal modo si può trovare, se possibile, un orario soddisfacente al minimo costo incrementale infrastrutturale. Per quanto riguarda la gestione degli allungamenti è possibile inserire una specifica aggiuntiva che indichi il quantitativo massimo di margini di regolarità da inserire sulle due tracce.

Le decisioni infrastrutturali sono tipicamente decisioni di lungo periodo, per la cui analisi può essere giustificato un tempo di calcolo dilatato. Tuttavia, analisi di scenari differenti o di diverse filosofie di pianificazione e analisi di grosse istanze richiedono uno strumento risolutivo abbastanza efficiente, in maniera tale da poter trarre le conclusioni desiderate in tempi accettabili.

Per il testing di tale modello sono stati riutilizzati i medesimi problemi di prova descritti nel paragrafo 3.1, associando un costo metrico di raddoppio in maniera casuale agli archi. In questo caso i problemi presentano $2^{|E|}$ possibili raddoppi, rendendo di fatto decisamente complessa l'esplorazione del problema, come accade ad esempio per le istanze da 40 o 50 nodi. Per testare il modello sono stati utilizzati i risultati ottenuti nelle prove di schedulazione per calibrare di conseguenza i vincoli relativi alla quantità di margini di allungamento, affinché non fosse possibile ottenere una soluzione ammissibile sull'infrastruttura di partenza e fosse necessario ipotizzare dei raddoppi selettivi.

I risultati ottenuti, i cui tempi di calcolo sono riassunti in tabella 2, hanno evidenziato come i problemi con numerosità inferiori alle 30 località siano risolti in maniera esatta in un tempo ragionevole.

I problemi da 40 stazioni richiedono tempi di calcolo variabili tra i 2 e gli 80 minuti; in

abundant these constraints if the generic connection (i, j) is doubled⁽⁶⁾.

As mentioned earlier, the objective function to be minimized represents the total cost of railway network adjustments, and, in this case, it is declared as the weighted sum of binary variables on the doubling costs. Let $\gamma_{i,j}$ be the doubling cost of the connection (i, j) , approximated by the length of the section, and let A be the set of single track connections (with $A \subseteq E$), the o.f. can be expressed by the following expression:

$$\min \sum_{(i,j) \in A} q_{i,j} \gamma_{i,j}. \quad (22)$$

In this way we can find, if possible, a consistent timetable at the minimum infrastructural incremental cost. Concerning the management of time buffers we can insert an additional specification that indicates the maximum amount of them on the two tracks.

Infrastructural decisions are typically long-term decisions, with a justified stretched analysis time. However, analysis of different scenarios or of different planning philosophies and the analysis of large problems require an efficient tool to reach the desired conclusion in a reasonable timeframe.

For the testing step of this model, the same test cases described in section 3.1 have been reused by associating randomly a metric doubling cost to the edges. In this case there are $2^{|E|}$ possible doubling, making the exploration of the problem quite complex, as happens, for example, for problems on 40 or 50 nodes. To test this second model, we used the results of the test on static infrastructure to calibrate time buffer constraints

making a feasible solution not possible for the current infrastructure: selective doublings were necessary to solve the problem. The results obtained, whose calculation timing are summarized in table 2, showed that problems composed by less than 30 nodes are solved in a reasonable time. Problems composed by 40 stations require calculation times ranging from 2 minutes to 80; just in one case these were excessively dilated. Practical needs have required the execution to be stopped after 2 hours, although the optimal solution was not yet provided; for this reason, in table 2, a calculation time up-

TABELLA 2
TABLE 2

TEST EFFETTUATI TRAMITE IL RISOLUTORE DI XPRESS SUI MODELLI AD INFRASTRUTTURA DINAMICA PER DIVERSE ISTANZE; LADDOVE NON SI SIA OTTENUTA UNA SOLUZIONE ENTRO DUE ORE È STATO SEGNATO UN TRATTINO - TESTS DONE BY THE XPRESS SOLVER ON MODELS FOR DYNAMIC INFRASTRUCTURE FOR VARIOUS INSTANCES, THERE IS AN HYPHEN WHERE NO SOLUTION WAS OBTAINED WITHIN TWO HOURS.

N. Stazioni	CPU time (min) (s)	CPU time (max) (s)
10	0.1	0.3
20	0.8	4.2
30	11.2	931
40	132	-
50	909	-

⁽⁶⁾ Affinché questa strategia produca risultati corretti anche in presenza di fermate è necessario dichiarare alcune relazioni descritte approfonditamente in [1].

⁽⁶⁾ If we want this strategy to produce correct results even in the presence of stops, it would be necessary to declare some relations deeply described in [1].

per limit was not provided for this kind of tests. For the 50 nodes problems the criticality is amplified: in most of tests the optimum is not reached even after two hours of calculating and the analysis of the solver algorithm status let us understand that the calculating process still requires considerable time to reach the optimal result.

Further analysis of empirical observations on the calculation times evidenced a sensibly loss of efficiency of the *Xpress* solver with a decreasing of the time buffers budget and with their coming away from the limit values which make the paths scheduling on current infrastructure possible. For example, the resolution of a 40 nodes case, made feasible by an amount of time buffers greater than or equal to 24 minutes, has required a calculation time equal to 269s, 4232 s and 4850 s, with the decreasing of upper limit of the time buffer amount respectively to, 10 minutes, 5 minutes and 0 minutes for each path.

For this reason we have studied and tested some approximated solution methods that sometimes have provide in few minutes better results than the *Xpress* solver. The detailed analysis and the development logics are presented in [1] together some development ideas.

4. Practical problem case study: Torino-Pinerolo line

The map illustrates the railway network around Turin, Italy, with various lines and stations. The network includes the Turin-Lyon line (blue), the Turin-Milan line (red), the Turin-Venice line (green), the Turin-Genoa line (orange), and the Turin-Naples line (purple). Key stations shown are Turin, Stura, Rebaudengo, Dora, Porta Susa, Zappalà, Orbassano, Torino Lingotto, Chieri, and Carmagnola. The map also shows the Turin Metro system and the Turin Airport.

As previously mentioned, the analysis method consisting of the two models was used to study a simple practical case to test its versatility and efficiency in front of the concrete planning requirements. The study is focused on the Torino-Pinerolo line in the "Metropolitan Railway System" (called MRS) context, an ambitious project in the Turin's railway junction, consisting in the creation of five lines (fig. 10) cadenced with a time period of 30 minutes. This project aims at creating a service similar to the RER in Paris in terms of local mobility main service and of integration with the various transport modes due to the presence of many interchange nodes close to the strategic points.

In particular, we focus the analysis on the Torino Lingotto-Pinerolo line section characterized by the stops and stations described in table 3, some of which will be realized in the near future. The current

Fig. 10 - Il Sistema Ferroviario Metropolitano del nodo di Torino a regime (2018). *The Turin's Metropolitan Railway System (2018).*

TABELLA 3
TABLE 3CLASSIFICAZIONE DEI PUNTI ORARIO SULLA LINEA
TIMETABLE POINTS CLASSIFICATION OF THE LINE

Tratta (Id)	Binario
(1,2)	Singolo
(2,3)	Singolo
(3,4)	Singolo
(4,5)	Singolo
(5,6)	Singolo
(6,7)	Singolo
(7,8)	Singolo
(8,9)	Singolo
(9,10)	Doppio
(10,11)	Doppio

ferenti modi trasporto, grazie alla presenza di numerosi nodi di interscambio prevista in prossimità dei punti strategici.

In particolare ci si focalizza sulla tratta Torino Lingotto-Pinerolo. Per quanto concerne la tratta in analisi è previsto servizio viaggiatori nelle fermate e nelle stazioni descritte in tabella 3, alcune delle quali saranno da realizzarsi nel prossimo futuro. Lo stato attuale delle connessioni infrastrutturali è invece riassunto in tabella 4.

TABELLA 4
TABLE 4DETTAGLIO INFRASTRUTTURA TORINO-PINEROLO
INFRASTRUCTURE DETAIL OF TORINO-PINEROLO LINE

Id	Località	Categoria
1	Pinerolo	Stazione
2	Pinerolo Olimpica	Fermata
3	Piscina di P.	Stazione
4	Airasca	Stazione
5	None	Stazione
6	Candiolo	Stazione
7	Mondo J.	Fermata
8	Nichelino	Fermata
9	Sangone	Stazione
10	Bivio Sangone	Bivio
11	Torino Lingotto	Stazione

In questa tratta è presente Bivio Sangone (fig. 11), un punto d'interferenza significativo in quanto le diverse linee che vi insistono impegnano medesimi deviatoi e sezioni richiedendo particolari distanziamenti temporali riportati nello scenario tecnico. I treni che viaggiano con lo stesso verso di percorrenza sono pianificati con un distanziamento temporale (detto *headway*) di 5 minuti l'uno dall'altro. I treni della SFM diretti verso Pinerolo impe-

state of infrastructure is summarized in table 4.

In this section there is a railway crossing called "Bivio Sangone" (fig. 11), a significant interference point shared by various lines that take up the same switches and sections, requiring special time distance reported in the technical scenario. Trains travelling in the same direction are planned with an headway of 5 minutes between each other. MRS trains directed to Pinerolo take up the junction passing on the same track used by the train travelling from Savona to Torino; the infrastructural technical scenario requires that there is a mutual time distances of 3 minutes between trains passing through the junction in the direction of Pinerolo and trains passing to reach Torino coming from Savona engaging the same track. Trains whose travel originates from Pinerolo that take up the junction to reach Torino must have a time spacing of 5 minutes.

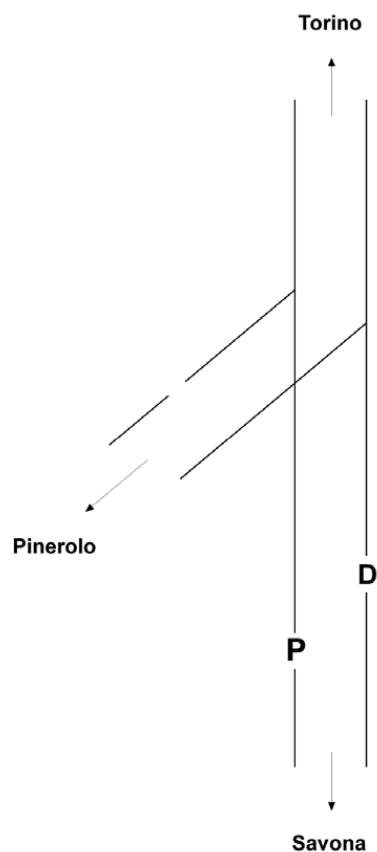


Fig. 11 - Schema semplificato di Bivio Sangone. Simplified diagram of "Bivio Sangone" railway crossing.

gnano il bivio transitando sul deviatoio del binario pari della Savona-Torino; lo scenario tecnico infrastrutturale impone che vi sia un distanziamento temporale reciproco di 3 minuti tra i treni che transitano sul bivio con direzione Pinerolo ed i treni che vi transitano per raggiungere Torino provenendo da Savona impegnando il binario pari. I treni la cui corsa ha origine da Pinerolo che impegnano il bivio per raggiungere Torino, si inseriscono sul binario pari, sottostando, in fase di pianificazione, al suddetto distanziamento di 5 minuti.

Oltre alle suddette soggezioni infrastrutturali, le tracce da pianificare devono sottostare ad ulteriori specifiche. In particolare, una visione globale di nodo impone che i treni pari e dispari della linea impegnino simultaneamente il punto d'interferenza posto in Bivio Sangone per minimizzarne il tempo d'indisponibilità. Inoltre, è necessario introdurre dei margini di regolarità temporali; in base all'esperienza pregressa e alle valutazioni fatte a seguito dell'analisi dell'andamento dell'esercizio si vuole che vi sia un massimo di 8 ed un minimo di 5 minuti per traccia, di cui almeno 2 minuti e 30 secondi disposti tra la stazione di Candiolo fino a ridosso del Bivio Sangone per la traccia pari, mentre per la dispari ne necessitano altrettanti tra Airasca e Pinerolo. Su ogni arco si considera un allungamento massimo di 1 minuto e 30 secondi. La stazione di Pinerolo ha la necessità di avere un lasso temporale di 5 minuti tra arrivi e partenze e viceversa per la predisposizione degli itinerari d'ingresso e d'uscita. Infine, si deve tener conto del passaggio a livello a ridosso della stazione di Nichelino, che interessa una strada ad intenso traffico. Vincoli di mobilità globale impongono che la differenza tra la partenza schedulata della traccia pari e quella della dispari presso la stazione di Nichelino sia limitata a 10 minuti, per sfruttare al meglio chiusura ed apertura del passaggio a livello. Il tempo di fermata nei nodi Stazione e nei nodi Fermata è di 1 minuto.

In questo contesto ci si propone di verificare la fattibilità di un orario sulla tratta in esame e, in caso contrario, di definire quali siano gli interventi infrastrutturali di minimo costo per ottenerla, analizzando il caso e traendo alcune conclusioni dall'analisi di scenario.

4.1. Calcolo dell'orario sull'infrastruttura attuale

Prima di esporre l'analisi di scenario, si sottolinea che il modello della Torino - Pinerolo, date le sue limitate dimensioni, viene risolto nel giro di circa un secondo di elaborazione tramite *Xpress*.

Una prima analisi di scenario sulla linea in esame è stata effettuata proponendo il medesimo problema, considerando però solamente i vincoli infrastrutturali più significativi, cioè la topologia di rete, gli impianti ed i layout di stazione e di fermata, e facendo sì che i tempi di percorrenza espressi in minuti su ogni tratta fossero numeri interi. Per questo test l'ottimizzatore ha raggiunto l'ottimo

In addition to these infrastructural constraints, the paths to be scheduled should be subjected to further specifications. In particular, a global node overview requires that the trains running in opposite direction engage simultaneously the interference point of Bivio Sangone to minimize the time of junction unavailability. Moreover, it is necessary to introduce an amount of time buffers; on the basis of the experience and on service regularity, a maximum of 8 minutes and a minimum of 5 minutes of time buffers are necessary for each path: at least 2 minutes and 30 seconds placed between the Candiolo station and the junction Bivio Sangone for the trains to Torino and 2 minutes and 30 seconds between Airasca and Pinerolo for the trains directed to Pinerolo. For every section a maximum time buffer of 1 minute and 30 seconds is considered. Pinerolo station needs to have a time separation of 5 minutes between arrivals and departures and vice versa, for the preparation of the incoming and getting out routes. Finally, the level crossing for a road characterized by an high traffic intensity near the Nichelino station must be taken into account. Global mobility constraints require that the difference between the scheduled departure of the trains to Torino and the departure of the trains to Pinerolo is limited to 10 minutes in Nichelino station to make the most the crossing closing and opening. The stop time considered at the station nodes and at the stop nodes is 1 minute.

In this context, we propose to use the models to test the feasibility of a timetable on the practical case problem, and if not, to define which are the minimum cost infrastructure adjustments to get it, analyzing the case and drawing some conclusions from the scenario analysis.

4.1. Path scheduling on current infrastructure

Before presenting the scenario analysis, it is important to note that the model of the Torino-Pinerolo line is solved in about one second of processing by *Xpress*, because of its limited sizes.

A first scenario analysis on the practical case study was made by proposing the same problem, taking into consideration only the most significant infrastructure constraints, that is the network topology, station and stop equipments and layouts, and ensuring that the running times for every sections were integers. For this test, the solver has reached the optimal solution scheduling cadenced paths crossing (in the single track sections) at the stations of Candiolo and Piscina, with a total time buffers amount of 8 minutes and 30 seconds (the amount of the time buffers minutes is not an integer because the sum of running times is not an integer too).

A second test was performed by adding to the specifications of the previous tests the constraints of the total amount and default distribution pattern of time buffers. In this case, the amount of time extension increase up to 10 minutes and 30 seconds, and the paths crossings

incrociando le tracce periodiche (nella tratta a singolo binario) presso le stazioni di Piscina e Candiolo, con un allungamento complessivo di 8 minuti e 30 secondi (si noti come la non interezza degli allungamenti complessivi derivi dal fatto che la somma dei tempi di percorrenza complessivi non sia un numero intero).

Un secondo test è stato invece effettuato aggiungendo ai vincoli della prova precedente i vincoli sul totale dei margini di regolarità e lo schema di distribuzione predefinito. In questo caso, gli allungamenti complessivi salgono a 10 minuti e 30 secondi e gli incroci permangono nelle medesime località della prova precedente.

Ragionando ad una logica di nodo, si è effettuato un terzo test inserendo il vincolo di occupazione simultanea di Bivio Sangone per ottimizzarne l'impegno. In questo caso, i tempi di allungamento complessivo salgono a 12 minuti e mezzo. I risultati computazionali sono mostrati sinteticamente nell'orario grafico presentato in fig. 12. In questo caso, fissati, ad esempio, i treni in partenza da Pinerolo ai minuti 0 e 30 di ogni ora, ve ne sarà uno in arrivo a Torino ai minuti 11 e 41; per il verso di percorrenza contrario, le partenze da Torino Lingotto sono fissate ai minuti 7 e 37 mentre gli arrivi a Pinerolo ai minuti 18 e 48. Come evidenziato in precedenza, fissare l'origine a 0, in regime di tempi periodici, è solo un espediente per velocizzare i tempi di calcolo senza alcuna perdita di generalità. Infine, un quarto test è stato effettuato inserendo tutte le specifiche del problema, comprese quindi quelle relative alla minimizzazione dei tempi di chiusura del passaggio a livello in località Nichelino. In questo caso, però si è notato che l'infrastruttura attuale non è in grado di sopportare un cadenzamento a 30 minuti considerando i vincoli sopra descritti. In particolare, una breve analisi svolta sul problema ha sottolineato come il rilassamento del vincolo per il passaggio a livello di Nichelino, od eventualmente l'innalzamento del suo limite superiore a 13 minuti invece di 10, porti invece ad un risultato ammissibile: questa analisi parametrica ha mostrato che, stante l'infrastruttura attuale, si può deteriorare l'ottimizzazione della chiusura del passaggio a livello di Nichelino per ottenere una programmazione ammissibile.

Sulla base dei risultati si evince come il problema di *train scheduling* ciclico possa essere ampliato ed esteso ad un problema di ricerca di una configurazione infrastrutturale ottimale, in grado di garantire le specifiche richieste in fase di contrattazione istituzionale prima, e di pianificazione poi. Il caso trattato evidenzia appunto le criticità infrastrutturali, che si possono riproporre analogamente a livello macro, nell'analisi di una logica globale di nodo computazionalmente più ingente. Per focalizzare il concetto è possibile pensare alle numerose correlazioni presenti tra le tracce di un nodo: risulterebbe decisamente arduo studiare il sistema nel suo complesso rispettando tutte le specifiche ed effettuando rapidamente le considerazioni sulle varianti.

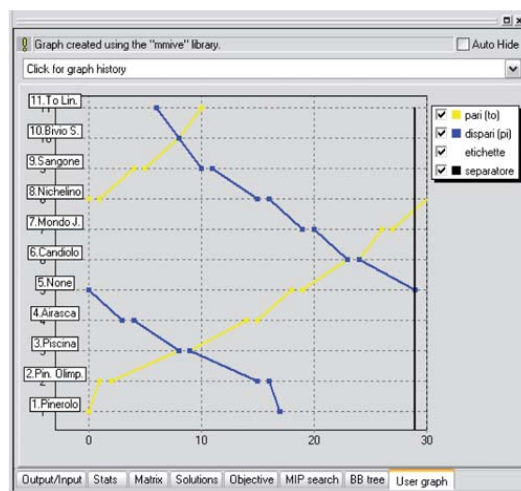


Fig. 12 - Orario grafico creato per il terzo test tramite Xpress-IVE. *Graphic Timetable done by Xpress-IVE in the third test.*

remain in the same town of the former test.

The third test is performed thinking to a node optimization logic by inserting the constraint of simultaneous occupation of Bivio Sangone crossing to optimize the availability. In this case, the total time extensions increase to 12 minutes and 30 seconds. The computational results are briefly shown in the graphical timetable presented in fig. 12. In this case, by keeping, for example, the trains leaving from Pinerolo to minutes 0 and 30 of every hour, there will be one of them arriving in Torino at minutes 11 and 41; for the opposite travel direction, departure from Torino Lingotto are fixed at the minutes 7 and 37, instead the arrivals in Pinerolo at the minutes 18 and 48. As noted above, establishing the origin, under the periodic times, is just a ploy to speed up the calculation time without loss of generality. Finally, a fourth test was conducted by entering all the specifications of the case, thus including those relating to the minimization of the level crossing closed time in Nichelino. In this case, however, we noted that, considering all the constraints described above, the current infrastructure cannot sustain a 30 minutes cadenced service. In particular, a brief problem analysis has led to the relaxation of constraint on Nichelino level crossing or raising the time upper bound. This indeed is 13 minutes instead of 10, bring to a feasible result: this parametric analysis showed that, given the current infrastructure, we can deteriorate the closed time optimization of Nichelino level crossing to get feasible timetable.

On the basis of these results we can understand how the problem of cyclic *train scheduling* can be extended and expanded to a problem of research of an optimal infrastructure configuration, capable of ensuring the specifications required first in the institutional bargaining phase, and then in the planning step. The case study precisely

4.2. Calcolo dell'orario con infrastruttura variabile

Come premessa a tale analisi si sottolinea che in questo contesto i costi di raddoppio sono stati approssimati con la lunghezza delle tratte.

Facendo girare il modello, una volta inseriti i vincoli si ottiene, anche in questo caso, una soluzione inammissibile; si evince da ciò che, date le assunzioni del problema, non è possibile ottenere la schedulazione desiderata neppure raddoppiando l'infrastruttura laddove essa si presenti a singolo binario.

Dopo una breve analisi, si nota che quest'inammissibilità è intrinseca al problema: non è possibile infatti proporre lo schema di allungamenti richiesto per pianificare due tracce cadenzate a 30 minuti che si intersechino contemporaneamente a Bivio Sangone e che rispettino le politiche di chiusura del passaggio a livello in località Nichelino: le due specifiche sono incompatibili. Per rendere ammissibile il problema è possibile rilassare il vincolo sulla forbice temporale in località Nichelino innalzare il limite superiore ad un valore maggiore o uguale a 13, riproponendo, di fatto, una soluzione analoga ad una di quelle esplorate nel paragrafo 4.1.

Un tentativo differente di analisi è quello che consiste nel rilassamento del vincolo sull'occupazione simultanea di Bivio Sangone per far sì che i treni pari ed i treni dispari della linea possano occupare il bivio in istanti differenti. Questo test permette di trovare soluzioni ammissibili cercando di rendere più efficienti le politiche di ottimizzazione del passaggio a livello di Nichelino, per le quali la differenza tra la partenza della traccia pari e quella della traccia dispari presso la stazione di Nichelino, detta Δd , non deve eccedere i dieci minuti. Una breve analisi del problema, effettuata facendo variare il limite superiore di tale specifica, detto per convenzione $UB_{\Delta d}$ dimostra come sia possibile ottenere soluzioni ammissibili con $UB_{\Delta d}$ pari a 10 o a 9 raddoppiando le tratte (3,4) e (6,7), con un "costo" pari a 6648 metri. Con un "costo" di 7403 metri, derivante dal raddoppio degli archi (3,4) e (7,8), è possibile ottenere soluzioni ammissibili abbassando $UB_{\Delta d}$ fino a 5. Se lo si vuole abbassare fino a 2, occorre raddoppiare selettivamente le tratte (2,3), (4,5) e (7,8), per un "costo" complessivo di 14473 metri. Una rappresentazione schematica di questa analisi esemplificativa è riproposta in fig. 13.

Infine, un ulteriore test può essere effettuato inserendo un tempo di cadenzamento pari a 20 minuti invece che a 30 com'era stato proposto in una prima fase di studio del SFM. In tale regime di cadenzamento, supponendo di rilassare i vincoli relativi agli impianti della stazione di Pinerolo, è possibile ottenere una soluzione che permetta

shows the infrastructure problems, that can be similarly re-proposed at the macro level, during a global analysis of the node, more significant from the computational point of view. To focus the concept it is sufficient thinking to the many correlations existing between all the node paths: the system would be very difficult to be studied as a whole, in conformity with any specifications and quickly completing the dedicated considerations.

4.2. Path scheduling with variable infrastructure

As a premise for this section we remark that we approximated the doubling cost by the section length.

Running this model with all the constraints, we obtain an infeasible solution again, this suggests that a timetable complying with the technical specifications cannot exist even taking into account the infrastructure doublings of the one track sections.

After a brief analysis, we note that this unfeasibility is intrinsic to the problem: in fact it is not possible to obtain a timetable with the required time buffers distribution pattern for two 30 minutes cadenced paths, engaging Bivio Sangone crossing at the same time and optimizing the closure policies of the level crossing in Nichelino: the two specifications are incompatible. To make the problem feasible we can relax the constraint on the temporal range in Nichelino and raise the upper limit above a value greater or equal to 13, representing a solution similar to those explored in section 4.1.

A different attempt of analysis consists in relaxing the simultaneously engaging of Bivio Sangone to let the opposite direction trains take on the junction at different time instants. This strategy can provide feasible solutions optimizing the level crossing in Nichelino, in which the difference between the departure of the train paths to Torino and the departure of train paths to Pinerolo at the station Nichelino, called Δd , does not exceed 10 minutes. A brief problem analysis, done by varying the upper limit of this specification, called $UB_{\Delta d}$ by convention, shows that it is possible to obtain feasible solutions with $UB_{\Delta d}$ equal to 10 or to 9 by doubling the sections (3,4) and (6,7), with a "cost" of 6648 meters. With a "cost" of 7403 meters, determined by the doubling of edges (3,4) e (7,8), we can obtain feasible solutions lowering up to 5 minutes.

If we want to bring $UB_{\Delta d}$ to 2, the doubling of the sections (2,3), (4,5) and (7,8) is needed, with a metric "cost" of 14473 meters. A graphical representation of this analysis is proposed in fig. 13.

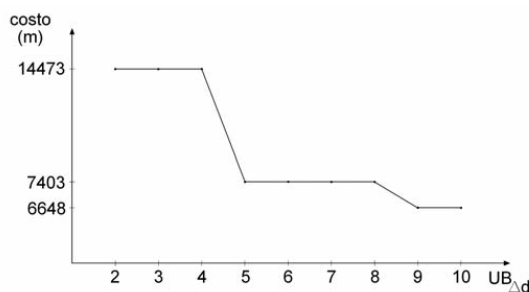


Fig. 13 - Costo metrico della soluzione al variare di $UB_{\Delta d}$.
Metric cost of the solution with $UB_{\Delta d}$ varying.

di ottimizzare anche le politiche di viabilità stradale di Nichelino e di occupare simultaneamente Bivio Sangone con un raddoppio selettivo della tratta (7,8) al "costo" 2771 metri. In questo caso il metodo ha reso immediatamente possibile la verifica di fattibilità e la programmazione di un orario sul nuovo scenario con periodo di cadenzamento ridotto: la riduzione del dominio periodico ha reso possibile avvicinare le due tracce per farle rientrare nella forbice temporale richiesta dalle specifiche in località Nichelino.

Queste analisi possono essere considerate allorché si reputi necessario procedere ad interventi infrastrutturali sulla linea. Anche quando si voglia effettuare un raddoppio totale della linea in esame, i risultati esposti in questi paragrafi possono essere utili per decidere dove iniziare i lavori, valutando i benefici incrementali apportati nell'immediato con attivazioni progressive.

5. Conclusioni e sviluppi futuri

I risultati dell'analisi del caso concreto non presentano una complessità computazionale d'analisi eccessiva. Si pensi ad esempio che per lo studio dei possibili raddoppi vi sono "solamente" 2⁸ possibilità, che sarebbe comunque molto laborioso esaminare senza l'aiuto di uno strumento di ottimizzazione. Il metodo di supporto basato sulla Programmazione Matematica ha velocizzato i tempi d'analisi fornendo in maniera quasi istantanea la miglior soluzione possibile, coerentemente alle specifiche, e verificando in pochi secondi possibili scenari basati su differenti periodi di cadenzamento. In questo contesto il problema d'analisi infrastrutturale è stato incentrato sui raddoppi selettivi ma può essere anche affrontato tenendo conto di altri tipi di decisioni che influiscano sullo scenario tecnico.

I metodi d'analisi presentati in questo contesto, prima in forma teorica e poi per il caso specifico della linea Torino-Pinerolo, possono essere utilizzati in modo analogo ad esempio per l'analisi globale dei servizi cadenzati su scenari di nodo caratteristici delle grandi conurbazioni e decisamente complessi. In questi casi, come accennato, le ingenti dimensioni dei problemi e le moltissime correlazioni tra gli eventi e tra le specifiche possono rendere estremamente difficoltosa la trattazione efficace del problema. Allo stesso modo possono essere studiate le pianificazioni sui punti critici dei nodi ferroviari, ipotizzando come esse possano cambiare al variare dell'infrastruttura.

Lo sviluppo di queste tecniche può fornire al personale addetto un interessante sistema di supporto alla programmazione cadenzata ed alla relativa analisi di rete che può essere integrato coi sistemi aziendali e messo a disposizione tramite interfaccia utente. Difatti l'approccio qui descritto non ha lo scopo di integrare la completa logica di pianificazione all'interno di un software: è sempre necessario far riferimento all'imprescindibile *know-how* ed all'esperienza professionale del personale per sfruttare al meglio le potenzialità di questi metodi. Queste logiche possono rivelarsi un utile supporto, fornendo un valido strumento per una prima programmazione di base o per "rapide"

A final test can be done by inserting a cadence period of 20 minutes rather than 30, as it has been proposed in the initial study phase of the MRS. In this context we can get a feasible solution with a selective doubling of the edge through the "cost" of 2771 meters. If we relax the time constraints imposed by current facilities in Pinerolo station, this solution complies with the specification for optimization of level crossing closures in Nichelino and enables simultaneous engaging of Bivio Sangone. The method made immediately possible the feasible test and the timetable planning in the new scenario with the reduced cadenced time: the smaller time period made the paths approach possible, in order to make them fall in the time range required by the Nichelino level crossing closures optimization.

These analyses are very useful when some infrastructure adjustments are considered necessary. Even when the Infrastructure Manager has just organized an overall line doubling, the results exposed can be helpful in order to decide where to start works, by evaluating the incremental benefits immediately provided by progressive line activations.

5. Conclusions and further developments

The practical case results do not present an excessive computational complexity of analysis. The reader can consider as an example that in the study of possible doubling there are "only" 2⁸ combinations, which would be anyway very difficult to explore without the help of an optimization tool. The analysis support method based on Mathematical Programming has speeded up the time analysis providing almost instantaneously the best possible solution, consistent with specifications, and exploring, quite immediately, further scenarios based on different cadence period. In this context we focused the variable infrastructural problem on the selective doubling point of view but other kinds of decisions involving the technical scenario can be taken into account.

The analysis methods presented in this article, in a theoretical form first and then for the practical case of Torino-Pinerolo line, can be similarly used to analyze all the cadenced services engaging a node, characteristic of large and very complex conurbations. In these cases, as mentioned, the large sizes of the problems and a lot of correlations between events and between specifications may make the problem resolution very difficult. Similarly the critical areas of railway nodes can be studied, checking how may change with the varying of the infrastructure.

The development of these techniques can give the staff an interesting support system for cadenced timetabling and for the railways network analysis that can be integrated with enterprise systems and that can be made available through a user interface. In fact, the approach described here is not intended to fully incorporate the scheduling logic within a software: it is always necessary

analisi di fattibilità di scenari decisamente complicati.

I metodi presentati in questo contesto per lo studio dei problemi ad infrastruttura variabile hanno preso in considerazione solamente i raddoppi selettivi della linea. Ulteriori miglioramenti del metodo possono considerare anche altri interventi infrastrutturali che determinino delle variazioni nello scenario tecnico valutando scenari sempre più completi.

Si evince dai risultati della campagna di test che al crescere delle dimensioni dei problemi il modello per l'analisi infrastrutturale non può essere risolto efficientemente dagli algoritmi per la risoluzione esatta. Esistono due vie percorribili per migliorare i tempi di calcolo dei metodi di risoluzione. Un primo approccio può essere quello di lavorare al miglioramento della procedura esatta di risoluzione, inserendo delle relazioni fittizie, dette "disuguaglianze valide", abbreviando i tempi computazionali. Tali relazioni possono essere intrinseche al problema (ad esempio relazioni latenti tra le variabili) o possono essere inserite dopo un'analisi poliedrale.

Un approccio alternativo è invece dedicato all'affinamento dei metodi euristici, come ad esempio l'approccio euristico di cui si è brevemente parlato, che possano offrire una buona approssimazione della soluzione con costi computazionali decisamente inferiori.

to refer to the strategic know-how and to the professional experience of the staff to best exploit the potential of these methods. This logic may be a useful support, providing a good tool for a first basic programming or for "fast" feasibility analysis of very complex scenarios.

The methods presented in this work for the study of problems with variable infrastructure took into account only the selective doubling line. Further improvements of the method may also consider other infrastructure adjustments, that cause changes in the technical scenario, considering scenarios more and more complete.

As seen by the results of the tests, very large infrastructural problems cannot be efficiently solved by exact algorithms of solving. There are two ways to improve the calculation time of resolution methods. A first approach may be to work for improving the exact solving procedure by inserting fictitious relations, called "valid inequalities", shorting computational times. These inequalities may be intrinsic to the problem (for example latent relations between variables) or can be inserted after polyhedral analysis.

An alternative approach is dedicated to the approximation methods, such as the heuristic approach which has been briefly mentioned, and that can provide a good solution approximation with lower computational costs.

BIBLIOGRAFIA - REFERENCE

- [1] A. MIGNONE, "Schedulazione periodica di linee ferroviarie in presenza di infrastruttura variabile", Tesi di Laurea Magistrale in Ingegneria Gestionale - logistics and supply chain management, Politecnico di Torino, Marzo 2009. Relatore: Prof. F. DELLA CROCE.
- [2] T. LINDNER, "Train schedule optimization in public rail transport", Tesi di Dottorato di Ricerca, Technical University Braunschweig, Braunschweig, Germania, 2000.
- [3] K. NACHTIGALL, "Periodic network optimization and fixed interval timetables", Tesi di Dottorato di Ricerca, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Braunschweig, Germania, 1997.
- [4] M.A. ODIJK, "Railway timetable generation", Tesi di Dottorato di Ricerca, Delft University of Technology, Delft, Paesi Bassi, 1997.
- [5] L.W.P. PEETERS, "Cyclic Railway Timetable Optimization", Tesi di Dottorato di Ricerca, Erasmus University, Rotterdam, Paesi Bassi, 2003.
- [6] A. SCHRIJVER, A. STEENBEEK, "Timetable construction for Railned, 1994", Rapporto Tecnico, C.W.I. Center for Mathematics and Computer Science.
- [7] P. SERAFINI e W. UKOVICH, "A mathematical model for periodic event scheduling problems", SIAM J. Discrete Math., 2(4):550-581, 1989.
- [8] Dash Optimization. Xpress-Mosel Reference manual, Dicembre 2006. Release 2.0.
- [9] Dash Optimization. Xpress-MP Getting Started, Ottobre 2006. Release 2007.
- [10] Dash Optimization. Upgrading to Mosel 2, Aprile 2007.
- [11] Dash Optimization. Xpress-Mosel User guide, Gennaio 2007. Release 2.0.
- [12] R. TADEI, F. DELLA CROCE, "Ricerca operativa e ottimizzazione", Esculapio, Bologna, seconda edizione, 2002.
- [13] R. TADEI, F. DELLA CROCE, A.GROSSO, "Fondamenti di ottimizzazione", Esculapio, Bologna, 2005.

Sommaire

INSTRUMENTS DE RECHERCHE OPÉRATIONNELLE POUR
LE SUPPORT À LA PROGRAMMATION DE SERVICES

Cet article a pour but de décrire brièvement une technique, basée sur la Recherche Opérationnelle et sur la Programmation Mathématique, pour la modélisation des traces sur les lignes ferroviaires. Cette technique s'appuie sur la planification d'une structure horaire cadencée et utilisable comme support pour l'analyse infrastructurelle des lignes asservies aux services périodiques, lignes souvent caractérisées par une intensité de circulation ferroviaire élevée. En particulier, en considérant en entrée les conditions d'horaire objectif (par exemple en référence à certaines lignes à cadencement périodique), ainsi que la topologie de l'infrastructure ferroviaire et les autres contraintes éventuelles, on évalue à travers un premier modèle la possibilité de construire une structure horaire qui satisfait aux prérequis demandés.

Toutefois, les scénarios désirés ne sont pas toujours réalisables sur la configuration topologique actuelle du réseau; pour cette raison on peut aborder et résoudre le même problème en présence d'une topologie infrastructurelle variable avec une optique à moyen et long terme, c'est-à-dire en essayant d'identifier les interventions infrastructurelles optimales qui rendraient possible la planification de l'horaire objectif.

Ce travail est un extrait de la thèse intitulée "Programmation périodique de ligne ferroviaire en cas d'infrastructure variable", présentée par Andrea MIGNONE au cours de la session de mars 2009 auprès de l'Institut Polytechnique de Turin.

Zusammenfassung

OPERATIONS- RESEARCH ZUR UNTERSTÜTZUNG VON
TAKTFahrPLÄNENGESTALTUNG

Kurzfassung einer Diplomarbeit über O.R. und mathematische Programmierungs-Verwendung für Taktfahrpläne. Es werden in diesem Vorschlag auch die topologischen Merkmale der Linien- und Bahnhofsanlagen in Kauf genommen und dadurch die Möglichkeit eines Taktfahrplans unter vorbestimmten Betriebsbedingungen erforscht. Wenn die topologische Struktur der Linien- und Bahnhofsanlagen mit den gewünschten Betriebsbedingungen unverträglich ist, kann man die gleichen Methoden benutzen, um die notwendigen Linien- und Bahnhofsanlagen-Veränderungen zu bestimmen und zu schätzen.

COMUNICATO

Attivata sul sito del CIFI la funzione "Pagamenti on Line"



[Visita il nostro negozio virtuale](#)

E' stata attivata sul sito del Collegio (www.cifi.it) una nuova funzionalità dedicata ai pagamenti on-line.

La funzione, realizzata con la collaborazione di Poste Italiane, consente il pagamento a mezzo carta di credito di :

- [quote associative](#)
- [abbonamenti alle riviste](#)
- [pubblicazioni \(volumi, CD, DVD \) del CIFI](#)
- [varie \(ad es. orologio CIFI \)](#)

Il link per accedere è presente sulla home page del sito CIFI e nelle pagine ovunque sia possibile effettuare il pagamento on-line vedi: quote associative, abbonamenti, pubblicazioni, etc.

Al primo utilizzo è richiesta una registrazione dei dati personali. Successivamente una User-id ed una Password consentiranno un'accesso diretto al sistema di pagamento.



Ai sensi del D.Lgs. 196/2003, la informiamo che gli indirizzi e-mail presenti nel nostro archivio sono stati da noi raccolti in modalità conforme dal D.Lgs 196/2003.